O PLANO PERSPECTIVO

(CONTINUAÇÃO DO N.º 298)

Cap. Francisco Assis Gonçalves

III — A bateria no plano perspectivo.

A — Generalidades

Fica entendido, antes de tudo, que dizemos "a bateria no plano" e só nos referiremos aos elementos do plano com relação á "bateria" para simplificar, porque o plano perspectivo pode ser feito não só para a peça diretriz da bateria, como para uma peça de amarração ou outro observatorio.

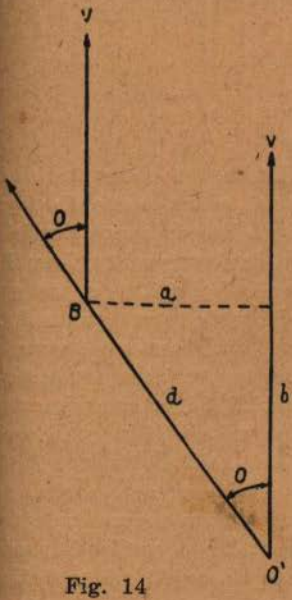

Fig. 14

Conforme a posição que a bateria ocupe com relação ao observatório, sua perspectiva poderá estar abaixo da linha de terra (bateria entre o observatório e o quadro), na linha de terra (bateria na linha de terra), entre a linha de terra e a linha do horizonte (bateria além do quadro), no infinito (bateria ao traço do plano neutro) ou acima da linha do horizonte (bateria atrás do observatório — perspectiva imaginária)

A' distancia observatório — bateria chamaremos de d (Fig. 14). A perpendicular tirada da bateria á direção de vigilancia do observatório, isto é, a perpendicular comum ás direções de vigilancia da bateria e do observatório (geralmente paralelas), designaremos por a, e a distancia do pé dessa perpendicular ao observatório designaremos por b. O angulo que forma a direção observatório-bateria (direção axial que chamaremos simplesmente axialidade), com a direção de vigilancia será designado por Θ.

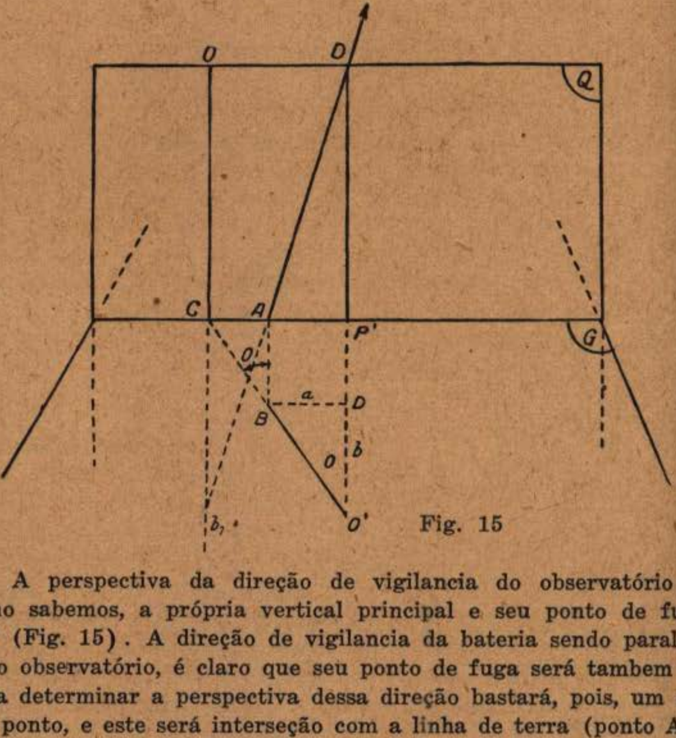

Fig. 15

A perspectiva da direção de vigilancia do observatório é, como sabemos, a própria vertical principal e seu ponto de fuga é P (Fig. 15). A direção de vigilancia da bateria sendo paralela á do observatório, é claro que seu ponto de fuga será tambem P; para determinar a perspectiva dessa direção bastará, pois, um outro ponto, e este será interseção com a linha de terra (ponto A). Como se determinará esse segundo ponto? Simplesmente tomando sobre a LT, a partir de P′ e para o lado conveniente, o comprimento a reduzido pela escala do geometral. São os comprimentos tais como o que acabamos de ver que se acham já marcados na plano, constituindo o que temos chamado de escala exterior. Está, assim, explicada a razão de ser dessa escala. Antes, porém, de vermos como se faz sua construção, observemos o seguinte: O plano vertical que contém a direção OB encontra o quadro segundo a vertical CΘ; CΘ é, pois, a perspectiva da axialidade e define a direção ±Θ do quadro. Então, quando quizermos traçar a perspectiva da direção axial bastará calcular Θ′ e pela graduação Θ da escala de direções tirar a vertical. Poderemos obter o mesmo resultado, tomando, a partir de P', sobre a LT e para o lado conveniente, o comprimento P'C e tirando por C a vertical. O comprimento P'C é facilmente determinado pela formula

$$P'C = \frac{a \cdot l}{b}$$

obtida por meio dos triangulos semelhantes CP'O' e BDO':

$$\frac{P'C}{DB} = \frac{P'O'}{DO'} \text{ ou } \frac{P'C}{a} = \frac{l}{b} \therefore P'C = \frac{a \cdot l}{b}$$

Observemos mais o seguinte: a perspectiva da bateria deve estar sobre as perspectivas das direções que por ela passam. Então, a interseção das perspectivas da direção de vigilancia da bateria e da direção axial (ponto b_1, na nossa figura) nada mais é do que a perspectiva da bateria.

Sendo importante o calculo de **a, b, d** e **Θ**, daremos aqui um tipo de folha de calculo para esse fim:

<table>
<tr><td colspan="2">Elementos a que se destina o plano</td><td colspan="2">FIGURA</td><td>Coordenadas
O { x =
 y =
 z =
B { x =
 y =
 z =
Lançamento da D V =</td></tr>
<tr><td rowspan="1">Calculo de Θ</td><td>x =   y =
x =   y =
Δ x =   Δ y =
log. Δ x =
log. Δ y =
log. tg. l =
l =
L =
L_{DV} =
L (1) =
Θ. = </td><td>Calculo de d</td><td>$d = \frac{\Delta x}{\text{sen } l} = \frac{\Delta y}{\cos l}$
log. Δx =
log. sen. l =
log. d =
log. Δ y =
log. cos l =
log. d =
d = </td><td rowspan="2">Calculos</td></tr>
<tr><td>Calculo de a</td><td>a = d sen Θ
log. d =
log. sen Θ =
log. a =
a = </td><td>Calculo de b</td><td>b = d cos Θ
log. cos. Θ =
log. d =
log. b =
b = </td></tr>
</table>

(1) As anotações de **x** e **y** serão feitas de acordo com a figura; daí surgir á anotação deste lançamento.

B — Escala exterior

Já vimos para que serve a escala exterior do plano. Vejamos agora como é ela construida:

Um processo ressalta logo: tomar os diferentes valores de **a**, de 50 em 50 metros, por exemplo, na escala do geometral, e marcá-los para um lado e outro da vertical principal, sobre a linha de terra. Essa graduação variará, então, com a escala, como já tinhamos dito.

A I. G. T. A. preconiza um outro processo, que vamos expor:

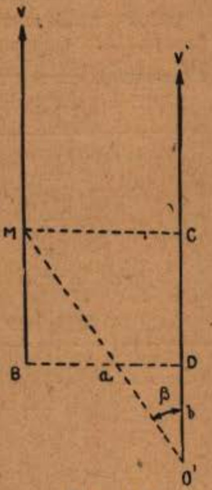

Fig. 16

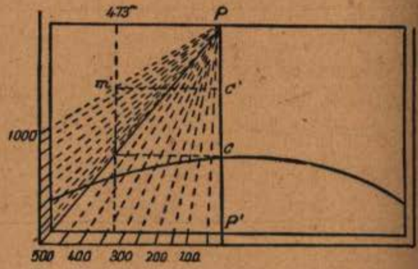

Fig. 17

Seja C (Fig. 16) um ponto de geometral situado sobre a direção de vigilancia do observatório e a uma distancia qualquer, por exemplo 1000 ms.; B a posição de uma bateria e BD = MC o nosso conhecido **a**, a que vamos dar um valor qualquer, 500 ms., por exemplo. Temos

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{MC}{O'C} = \frac{500}{1000} = 0{,}5, \text{ donde } \beta = 473'''$$

Vejamos isso em perspectiva. C (hiperbole 1000) é a perspectiva de C; a perspectiva de M está na interseção da paralela á LT tirada por c com a vertical correspondente a 473''' e é, portanto, m (Fig. 17), m é, pois um dos pontos da direção de vigilancia posta em perspectiva e P, como sabemos, é outro ponto dessa perspectiva. Unindo m a P, todos os pontos dessa linha estarão a uma distancia gráfica da vertical principal que, embora variando de ponto a ponto, representará sempre a distancia a, 500 ms. no nosso caso. Portanto, prolongando Pm até a linha de terra, acharemos um ponto da escala exterior correspondente a 500 ms. Dividindo, pois, mc em 10 partes iguais e unindo P a cada divisão, iremos marcando sobre a LT e, quando esta terminar, sobre a vertical extrema do plano, os pontos de interseção, que receberão os numeros 50, 100, 150, etc. Pode acontecer que o comprimento de 500 ms. só dê, como na figura 17, para se graduar a parte horizontal; para subir com a graduação pela vertical extrema, poderemos prolongar cm, determinar sobre esse prolongamento outras divisões de 50 em 50, como os anteriores, e proceder identicamente. Poderemos tambem, si fôr preciso, tomar outra paralela á LT, como c'm', e sobre ela operar do mesmo modo.

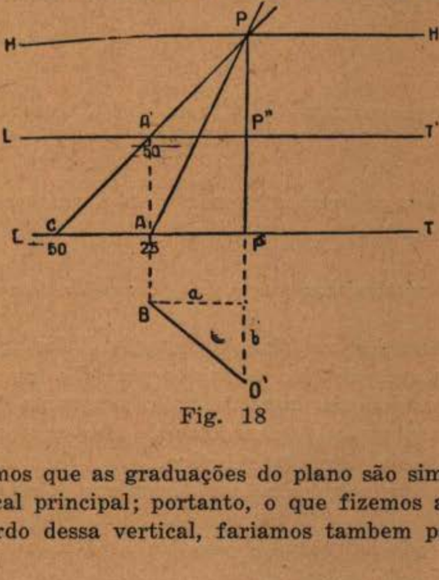

Fig. 18

Observemos que as graduações do plano são simétricas em relação á vertical principal; portanto, o que fizemos até agora para o lado esquerdo dessa vertical, fariamos tambem para o lado direito.

Já vimos que a escala exterior veria com a escala do geometral. Vejamos agora (Fig. 18) como ela varia com h. Consideremos um certo a 50 ms. por exemplo. Elevemos o geometral de $\frac{h}{2}$; o ponto A será deslocado para A' e unindo A' a P e prolongando, vamos encontrar sobre a antiga LT o ponto C que correspondia á graduaçãó 100 e que passou a corresponder á graduação 50. Ora, elevar o geometral de $\frac{h}{2}$ corresponde a mudar a inscrição D_0 das hiperboles para $\frac{D_0}{2}$. Então, quando mudarmos a numeração das hiperboles, mudaremos tambem a escala extetrior ,de tal modo que si as distancias inscritas forem multiplicadas por n, por n será multiplicada a escala exterior. Isto equivale ao seguinte:

Si a inscrição passou de D_0 para $\frac{D_0}{2}$, tomaremos 2 a em vez de a.

Si a inscrição passou de D_0 para 2 D_0, tomaremos $\frac{a}{2}$ em vez de a.

Deste modo, poderemos usar a mesma numeração da escala exterior, já inscrita.

C — **Perspectiva dos traços dos planos de tiro**

A representação, no plano perspectivo, dos traços, sobre o terreno, dos planos de tiro definidos por Vig. $\pm$ α, é o ponto principal do estudo que vimos fazendo, porquanto é dessa representação que tiraremos os elementos de tiro cuja obtenção constitue o objetivo do plano perspectivo.

No estudo desse traçado consideraremos dois casos:

1.° — **E' possivel obter a perspectiva da bateria;**
2.° — **Não é possivel obter essa perspectiva.**

1.° CASO

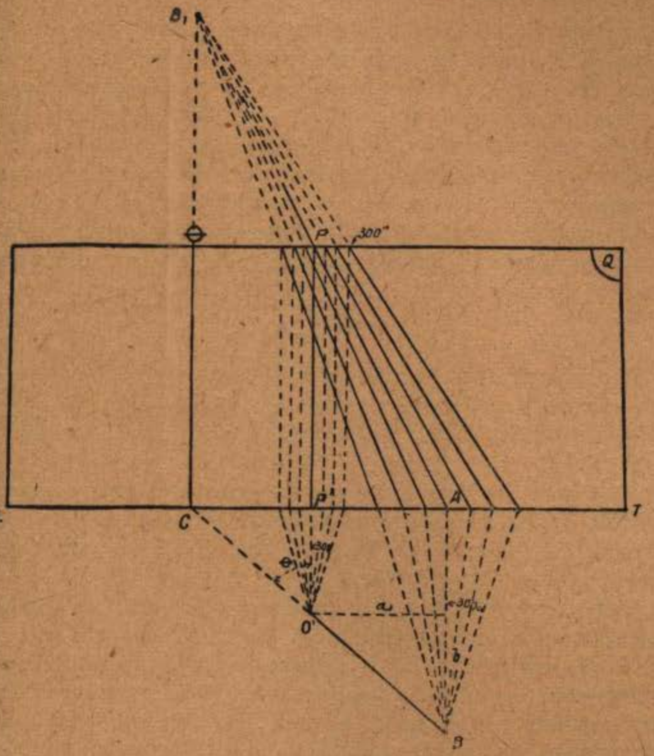

Fig. 19

Suponhamos (Fig. 19) Q o quadro, O a projeção horizontal do observatório, B a bateria. Tracemos no geometral as direções de vigilancia OP′ e BA, paralelas, e as direções Vig. ± 100, Vig. ± 200, etc., para o observatorio e para a bateria. Então, a cada direção Vig. ± α da bateria corresponderá uma paralela Vig. ± α do observatorio. Os pontos de fuga dessas direções paralelas duas a duas serão as graduações inscritas na linha do horizonte. Si constituirmos, pois, a perspectiva da bateria e ligarmos esse ponto ás diversas graduações da linha do horizonte, tais linhas serão as perspectivas dos planos de tiro Vig. ± 100,, Vig. ± 200, etc., conforme a graduação por onde passaram seja ± 100, ± 200, etc. Ora, é facil obter a prespectiva da bateria quando temos a axialidade no plano:basta , como já vimos, obter a situação da axialidde com a direção de vigilancia da bateria (B_1 na figura 19). Muitas vêses, será necessário juntar ao plano um outro papel e sobre êle marcar a prespectiva da bateria B_1; si com esse processo ainda não fôr possivel a construção, por ficar B_1 excessivamente afastado, apelaremos para os outros processos que vamos expôr. E' claro que si a axialidade cai fóra do plano, mas não excessivamente afastada, poderemos prolongar o plano por uma folha de papel, construir a axialidade pelo x e aplicar o processo.

2.° CASO

A perspectiva da direção axial poderá cair fóra do plano:

— quando a fôr muito grande em relação a b;

— quando a bateria estiver no plano neutro ou muito perto dele.

Nestes casos, bem como naquêle em que, apezar de termos a axialidade no plano, não conseguiremos obter sua intersecção com a direção de vigilancia da bateria, como proceder para traçar as perspectiva dos planos de tiro?

Vejamos simultaneamente as figuras 20 e 21, em que temos, respectivamente, bateria atrás e na frente do observatório.

Ns figuras 20-A e 21-A supomos a bateria e o observatório no geometral, com suas direções de vigilancia paralelas, e uma direção qualquer Vig. ± α. A uma distancia que, dando a n o valor conveniente, podemos chamar de **nb** (**b** é o elemento já nosso conhecido), temos (triangulos $Bm'm'_1$ e Omm_1):

$$\frac{m'm'_1}{mm_1} = \frac{nb+b}{nb} \text{ (Fig. 20)} \quad \text{e} \quad \frac{m'm'_1}{mm_1} = \frac{nb-b}{nb} \text{ (Fig. 21)}$$

ou

$$\frac{m'm'_1}{mm_1} = \frac{n+1}{n} \quad \text{e} \quad \frac{m'm'_1}{mm_1} = \frac{n-1}{n},$$

donde

$$m'm'_1 = \frac{n+1}{u} \cdot mm_1 \quad \text{e} \quad m'm'_1 = \frac{n-1}{u} \cdot mm_1$$

Chamando $m'm'_1$ de x e mm_1 de c e reunindo os dois casos numa só formula, temos

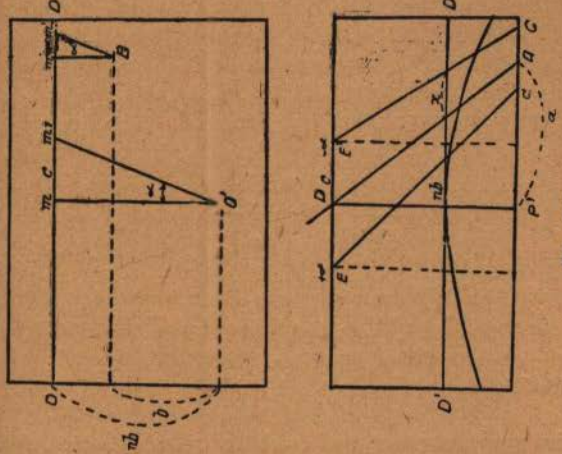

Fig. 21

A B

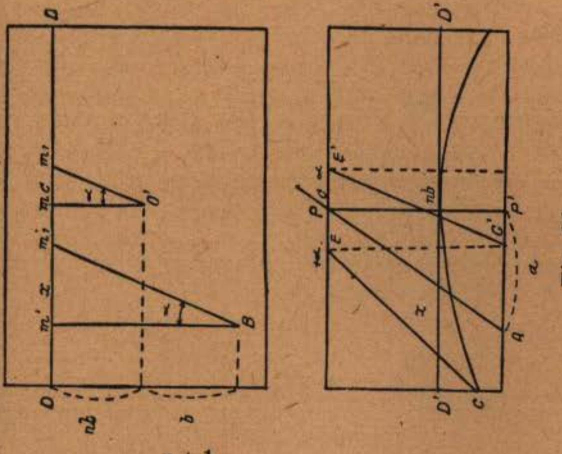

Fig. 20

$$x = c \left(\frac{n \pm 1}{n}\right)$$ (**mais:** bateria **atrás**).

Como construir as perspectivas correspondentes? Vejamos as figuras 20-B e 21-B: A perspectiva da direção de vigilancia da bateria é AP nos dois casos. As perspectivas dos planos de tiro Vig. $\pm\alpha$ serão CE e C'E', construidas do seguinte modo: Sobre D'D' (perspectiva de DD, reta paralela á LT e tirada tangencialmente á hiperbole numerada nb) tomamos, para um lado e outro de AP um comprimento x tirado da formula

$$x = c\left(\frac{n \pm 1}{n}\right)$$

na qual c é conhecido porque se mede diretamente na linha do horizonte do plano (PE ou PE') ou sobre a LT ou mesmo sobre D'D', e n recebe um valor qualquer que arbitramos, de modo que se tenha D'D' dentro do quadro.

E assim procederemos para os outros planos de tiro, dando a α os valores 50''', 100''', etc., e marcando sobre D'D' os comprimentos achados em função dos diferentes valores de c (de PP'' á vertical 50, de PP'' á vertical 100, etc.) e do valor arbitrado para n.

Exemplo:

Fig. 22

Suponhamos a=1000 ms.; b=400 ms.. Bateria na frente e á direita.

Façamos n=3. Então, $x = c\left(\frac{3-1}{3}\right) = \frac{2}{3}$ c e

$$nb = 400 \times 3 = 1200 \text{ ms.}$$

Esse valor de n não serve porque D'D' não corta a perspectiva da direção de vigilancia.

Façamos n=5. Vem $x = c\left(\frac{5-1}{5}\right) = \frac{4}{5}\, c = \frac{8}{10} \cdot c$

$$\text{e } nb = 2000 \text{ ms.}$$

Medindo c para $\pm$ 50‴ achamos 18,^{mm}25 e
para $\pm$ 100‴ " " 36,^{mm}75

Então, para 50‴ $x = \frac{8}{10} \times 18{,}25 = 14{,}^{mm}6$ e

para 100‴ $x = \frac{8}{10} \times 36{,}75 = 29{,}^{mm}4$.

Procederiamos analogamente para outros valores.

A figura 22 esclarece a construção.

Observação — Poderemos prescindir da axialidade para construir a perspectiva da bateria (1.° caso). Basta obter as perspectivas da direção de vigilancia e de um plano de tiro qualquer e obter sua interseção.

CASO PARTICULAR: BATERIA NO PLANO NEUTRO

Neste caso a construção se simplifica muito, como vemos na (Fig. 23):

Os triangulos BAC e OPD dão

$$\frac{AC}{AB} = \frac{P'D}{OP'} \text{ ou } \frac{x}{1} = \frac{c}{1}, \text{ donde } x = c.$$

Bastará, pois, construir a perspectiva da direção de vigilancia da bateria e, pelas graduações ± 50, ± 100, etc., da linha do horizonte, tirar paralelas a ela, para termos as perspectivas dos diversos planos de tiro.

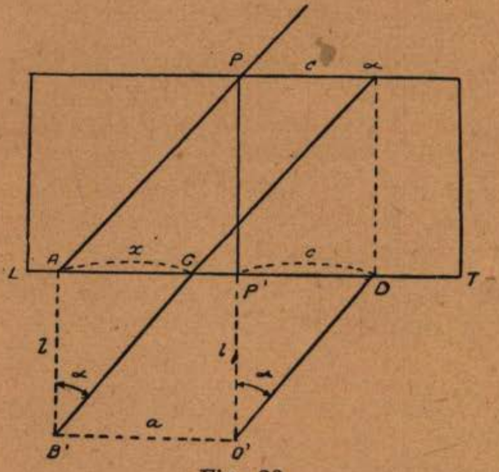

Fig. 23

OUTRO PROCESSO: TRANSFERIDOR UNIVERSAL

Tendo o vetor de translação d e a direção de vigilancia, poderemos construir as perspectivas dos planos de tiro do seguinte modo: Já temos um ponto de cada perspectiva — o seu ponto de fuga (graduação da linha do horizonte). Em cada plano poderemos, com o auxilio do transferidor universal, obter as coordenadas polares de um outro ponto com relação ao observatório. Então, locando esse ponto no plano e unindo-o ao ponto de fuga correspondente, obteremos a perspectiva do plano de tiro considerado.

D — CURVAS EQUI-ALÇAS

Será de grande utilidade construir as perspectivas dos circulos que, tendo para centro a bateria, representam os pontos equidistantes dela ou pontos de mesma alça. Teremos ,assim, as curvas equi-alças que nos permitirão, por interpolação, obter rapidamente a alça para determinado objetivo.

No estudo da construção dessas curvas, vamos considerar dois casos:

1.° — A perspectiva da direção axial acha-se no plano.
2.° — Essa perspectiva cái fóra do plano.

1.° CASO

O processo que vamos expor permite uma grande simplificação do trabalho, como se evidenciará:

Sejam (Fig. 24) : um circulo de raio BM, um ponto qualquer M dêsse circulo, a bateria B, o observatório projetado em O′ e as direções de vigilancia, paralelas, BV e O′V′, tudo sôbre o geometral.

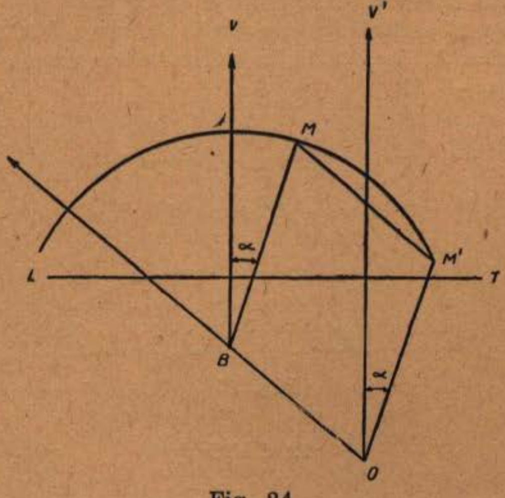

Fig. 24

Tracemos MM′ paralela a O′B. Logo, O′M′=BM.

O ponto M, cuja perspectiva queremos determinar, está na situação de MM′ com a direção Vig.$\pm\alpha$ para a bateria.

Si traçarmos, então, no plano as perspectivas dessas duas linhas MM′ e BM, sua intersecção será um dos pontos da curva de alça igual a BM.

Como traçar a perspectiva de MM'? Sobre a direção Vig.$\pm\alpha$ (do observatório) tomamos a distancia OM'=BM e teremos o ponto M'. Ora MM' é paralela á direção axial é outro ponto da perspectiva de MM'; unindo esse ponto de fuga ao ponto M' já obtido, acharemos a perspectiva de MM'. No ponto em que essa perspectiva cortar a perspectiva do plano de tiro Vig.$\pm\alpha$ estará um dos pontos da curva que se deseja. Dando a α os valores $\pm$ 50''', $\pm$ 100''', etc., obteremos uma série de pontos que unidos darão a curva equi-alça procurada.

Regra — Colocar o bisel da régua segundo a direção ponto de fuga da axialidade — ponto $\begin{cases} \text{Vig.} \pm \alpha \\ D_0 = \text{alça} \end{cases}$ (para o observatório); onde o bisel cortar a direção Vig. $\pm\alpha$ para a bateria, marcar um dos pontos da curva.

A figura 25 esclarece a construção da curva ABC da alça D, qual os pontos A, B e C foram determinados para $\alpha = +50$, $\alpha = 0$ e $\alpha = -50$.

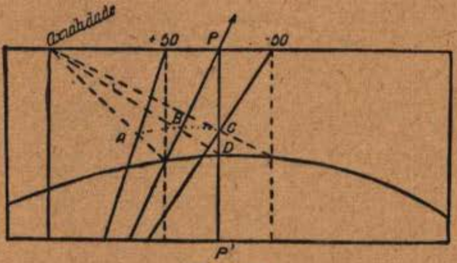

Fig. 25

2.° CASO

Sejam (Fig. 26): O' a projeção do observatório, B a bateria, BV e O'V' as direções de vigilancia e MM'M'' em arco de circulo de raio D, tudo no geometral. Tracemos M''MC perpendicular á DV. A distancia O'C é

$$O'C = O'A + AC = b + BE = b + \cos\alpha$$

Como obter em perspectiva M e M''? Basta tirar pela graduação correspondente a b+D cos α da vertical principal uma paralela a LT; onde essa paralela encontrar as direções Vig.$\pm\alpha$ da bateria estarão os pontos desejados. Variando D e em cada D tomando uma série de valores para α, obteremos as curvas que quizermos.

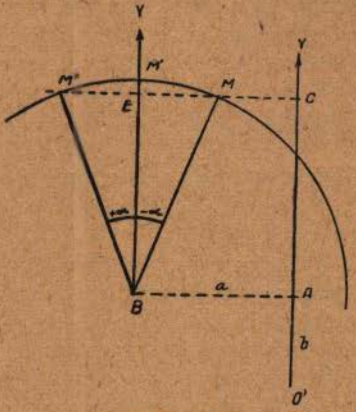

Fig. 26

Nota — Examinámos o caso em que a bateria está na frente do observatório. Si ela estiver atrás teremos $O'C = D \cos \alpha - b$, o que é facil de verificar.

Poderemos tabelar os valores de $D \cos \alpha$, para facilitar o trabalho futuro, podendo adotar-se a seguinte tabela:

Valores de D.cos. α

D \ α	50'''	100'''	150'''	200'''	250'''	300'''	350'''	400'''	450'''	500'''
1000	999	995	988	981	969	957	940	924	903	882
1500	1498	1492	1481	1471	1453	1435	1410	1386	1354	1323
2000	1998	1990	1976	1962	1938	1914	1881	1848	1806	1764
2500	2497	2488	2470	2452	2422	2392	2351	2310	2257	2205
3000	2996	2986	2964	2942	2906	2871	2821	2772	2709	2646
3500	3495	3483	3457	3432	3390	3349	3291	3234	3160	3087
4000	3995	3981	3952	3923	3875	3828	3762	3696	3612	3528
4500	4494	4478	4445	4413	4359	4306	4232	4158	4063	3969
5000	4994	4976	4940	4904	4844	4785	4702	4620	4515	4410

OUTRO PROCESSO: TRANSFERIDOR UNIVERSAL

Tendo o vetôr de translação d e a direção de vigilancia, poderemos, com o auxilio do transferidor universal, determinar as coordenadas polares, em relação ao observatório, de uma série de pontos equidistantes da bateria; locando esses pontos no plano e unindo-os, teremos as curvas equi-alça correspondentes.

E — DETERMINAÇÃO DA DISTANCIA DE TIRO

Os pontos são locados no plano perspectivo por meio de suas

coordenadas polares $\begin{cases} \beta = \pm \text{ tantos milésimos} \\ D_0 = \text{tantos metros} \end{cases}$

Interessa-nos, porém, sua situação em relação á bateria, para calcularmos os elementos de tiro.

Quanto á direção já sabemos como proceder: interpolação entre as perspectivas dos planos de tiro.

Quanto á direção já sabemos como proceder: interpolação entre as perspectivas dos planos de tiro.

Como obter a distancia de tiro D_t? Ainda aqui surgem dois casos:

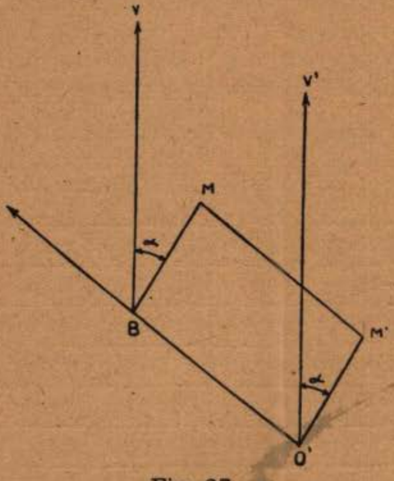

Fig. 27

1.° — A perspectiva da direção axial acha-se no plano.
2.° — Essa perspectiva cai fóra do plano.

1.° CASO

Suponhamos (Fig. 27) B a bateria O'_t a projeção do observatório, BV e O'V' as direções de vigilancia, M um ponto qualquer locado no plano, BM = D_t a distancia de tiro de M que queremos determinar, tudo no geometral.

Tracemos MM' paralela a O'B, isto é, a direção axial. Si determinarmos M'_t no plano teremos a D_t desejada, porquanto O'M' = D_t. Ora é facil determinar M'_t (instrução de MM' com O'M') no plano. A perspectiva de MM' é determinado ligando-se o ponto de fuga da axialidade á perspectiva de M e a de $O'M'_t$ é a da direção Vig. $\pm\alpha$ do observatório.

Regra: Ler, por interpolação entre os planos de tiro, o angulo $\pm\alpha$. Colocar o bisel da régua na direção: ponto de fuga da axialidade — ponto M; no ponto em que o bisel passou pela vertical graduada $\pm\alpha$, ler entre as hiperboles a D_t do ponto M.

Exemplo (Fig. 28):

Coordenadas de M, para locar:

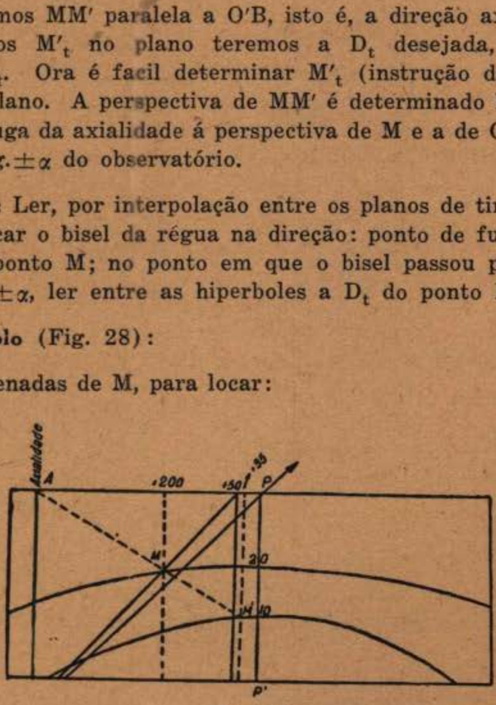

Fig. 28

$$M \begin{cases} \beta = +\ 200''' \\ D_O = 2.000 \text{ ms.} \end{cases}$$

Locado M, achamos que êle está, para a bateria, sobre a direção Vig. + 35'''. Então, passando a régua por A e M, marcamos o ponto M' sobre a vertical + 35''' e lemos D_t = 1000 ms.

2.° CASO

Vamos tirar simultaneamente das figuras 29 e 30 uma formula que nos dá a D_t em função da distancia de observação D_O, dos angulos α e β (desvios angulares do ponto considerado em relação ás direções de vigilancia da bateria e do observatório, respectivamente) e do nosso conhecido b.

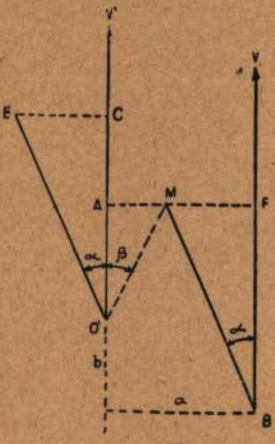

Fig. 29

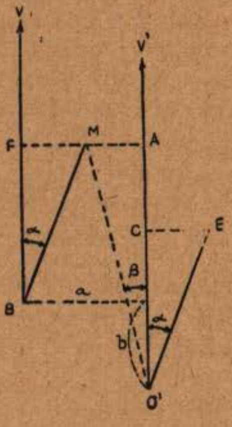

Fig. 30

Considerando M um ponto qualquer, $BM = D_t$ é o elemento que queremos determinar. Por O' tiramos uma reta paralela a BM e sobre ela tomemos um comprimento O'E igual a BM. Temos, então:

$$O'E = D_t = \frac{O'C}{\cos\alpha}$$

Mas $\quad O'C = O'A \pm AC$

$O'A = D_O \cos\beta \; ; \; AC = b \;\therefore\; O'C = D_O \cos\beta \pm b.$

Então

$$D_t = \frac{D_O \cos\beta \pm b}{\cos\alpha} \quad \text{(mais: bateria atrás).}$$

PROCESSO HALL

O Ten.-Cel. Henrique Ricardo Hall conseguiu simplificar muito a determinação da D_t, fazendo-o por meio de uma construção gráfica que vamos expor (Figs. 29 e 30):

Vemos que si conseguirmos determinar a perspectiva do ponto E o problema estará resolvido porque bastará ler na hiperbole que por ela passa a distancia desejada. Tiremos pelo ponto locado M a perpendicular MA á vertical principal; no pé dessa perpendicular leremos, entre as hiperboles, a distancia O'A que nada mais é do que $D_0 \cos \beta$. A' distancia achada somemos b ou dela diminuamos b. Marquemos na vertical principal a distancia resultante e teremos obtido O'C, isto é, $D_0 \cos \beta \pm b$. Pelo ponto chado c tiremos uma perpendicular CE até encontrar a vertical α. Está determinada a perspectiva de E e resolvido o problema. Construimos, assim, com facilidade a formula

$$D_t = \frac{D_0 \cos \beta \pm b}{\cos \alpha}$$

Exemplo (Fig. 31):

Mediu-se para um ponto M: $\beta = -80'''$ e $D_0 = 2000$ ms.
Bateria atrás do observatorio. b = 500 ms.

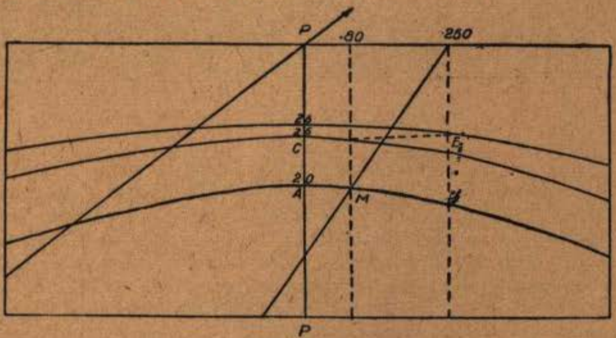

Fig. 31

Locado M, lemos $\alpha = -250'''$; traçamos MA e lemos 2000 ms (praticamente); pela graduação 2500 (2000 + 500) traçamos CE até encontrar o vertical $\pm$ 250 e lemos em E aproximadamente 2570 ms.

Então Vig. — 250''' e D_t = 2570 ms. são os elementos que a bateria deve registrar para bater M.

F I M