

# MÉTODOS DE PROGRAMAÇÃO E CONTRÔLE — PERT/CPM

## TERCEIRA LIÇÃO

### 11 — PERT — Tempo

Os fundamentos desta técnica são os mesmos já descritos nos parágrafos anteriores. Sua característica principal é considerar os 3 tempos de duração, já definidos em 6.3, e, a partir daí, introduzir o cálculo das probabilidades a fim de levar em conta as variações nas durações das atividades.

Quando se conhece a função de distribuição dos tempos de duração das atividades, pode-se calcular uma *duração média ou esperada* (expectância da função ou esperança matemática) e a *variância* da distribuição; estes dois parâmetros são suficientes para os cálculos que pretendemos fazer. Na prática não se conhece a função real de distribuição dos tempos de duração das atividades e o que se faz é utilizar a chamada *função beta* (que pode ser assimétrica à esquerda ou à direita) e a partir desta função calcular a duração média e a variância da distribuição (ver fig. 1 do anexo n.º 10).

Pert-Tempo é aplicado quando o tempo é uma variável muito importante do nosso plano de trabalho.

11.1 — *Teorema do Limite Central* — Quando o número de atividades de um caminho da rede é grande, pode-se admitir que a *duração total* destas atividades siga uma *lei normal* de densidade de probabilidade. Dêsse modo, a distribuição final pode ser considerada simétrica (média e meda coincidentes) e seguindo a lei normal de densidade de probabilidades (ver fig. 2 do anexo n.º 10); a média é a soma das médias das atividades e a variância é a soma das variâncias das atividades.

11.2 — *Cálculo da probabilidade de realizar eventos dentro de prazos preestabelecidos*. Veja o exemplo mostrado no anexo n.º 11.

A mesma marcha de cálculo pode ser utilizada para o nó final ou para nós intermediários.

Primeiro calculamos o fator de probabilidade Z e depois, com auxílio da tabela do anexo n.º 12 (relativa à função de distribuição normal) determinamos a probabilidade.

O valor do  $Z$  é dado pela divisão do  $T - T_c$  relativo ao evento pela raiz quadrada da soma das variâncias das atividades que foram diretamente utilizadas para obter o valor  $T_c$  do evento.

$T$  representa o prazo preestabelecido para conclusão do evento.

O valor de  $Z$  pode ser positivo, negativo ou nulo e seu sinal é dado pela diferença  $T - T_c$ .

NOTA: Observe de que modo a probabilidade varia em função do valor de  $Z$ .

## 12 — PERT — Custo

Esta variante do Pert pode ser considerada como um orçamento dinâmico da operação e consiste, em última análise, na incorporação do atributo *custo* às atividades da nossa rede PERT. Assim, o custo passa a ser examinado justamente com a variável tempo, geralmente considerada apenas de modo bastante limitado no caso de orçamento estático usual.

Examinemos algumas modalidades interessantes de PERT-CUSTO.

a) *Cronograma de despesas e custo total da operação* — Estimando-se para cada atividade da rede o gasto com materiais, mão-de-obra etc... ligados à sua duração, temos, para cada atividade, uma estimativa de custo. A soma dos dispêndios ligados às atividades, indicará o custo total da operação. Além disso, podemos fazer, com a necessária antecedência, um cronograma dos diversos dispêndios a serem feitos. A análise deste cronograma nos permite prever "peaks" inconvenientes ou mesmo insuportáveis, na distribuição dos dispêndios ao longo do tempo, face a limitações porventura existentes na disponibilidade dos recursos exigidos. Assim, pode-se examinar as despesas a serem feitas. A necessidade de contratar ou dispensar mão-de-obra, etc...

Há ocasiões em que devemos rever a nossa rede PERT a fim de procurarmos a solução (plano de trabalho) que melhor atenda às peculiaridades do nosso problema.

b) *Gasto adicional mínimo para antecipar o término da operação.* Neste caso, determinam-se os custos para executar as atividades em tempo normal e em tempo reduzido (com emprêgo de todos os recursos disponíveis) e depois reduz-se de uma unidade a duração da atividade que estiver no caminho crítico e cuja redução corresponda ao menor acréscimo de custo. Vários casos interessantes podem ocorrer (existência de mais de um caminho crítico, por exemplo) até que se atinja ao prazo mínimo para executar a operação. Os dois exemplos apresentados (ver 1.º exemplo no anexo 13) esclarecerão perfeitamente como devemos proceder e a que tipos de conclusões podemos chegar.

c) *Otimização do custo total da operação* — Consideremos o caso de existirem multas e/ou prêmios contratuais referentes, respectivamente,

ao atraso ou antecipação do término da operação na data prevista no contrato. Pode-se, neste caso, combinar com as multas e/ou prêmios, cada um dos orçamentos correspondentes às diversas datas possíveis de acabamento da operação e selecionar entre as combinações feitas, a que corresponda ao custo total mínimo. É possível que, em certos casos, a solução mais indicada seja deixar atrasar o término da operação, mesmo que isto nos leve a pagar multas, pois que as despesas necessárias para acelerar a operação e finalizá-la na data programada podem ser superiores às multas correspondentes ao atraso previsto para o término da operação.

O gráfico apresentado no anexo 14 retrata exatamente o que acabamos de mencionar.

### 13 — Tempo x Custo x Risco

Vejamos agora um processo de utilização do PERT-CUSTO para desenvolver diferentes alternativas de planejamento de uma operação, envolvendo tempo para execução, custo e risco.

Geralmente, em coletas de preço e concorrências públicas solicita-se, para serviços a serem realizados sob regime de empreitada total, o preço global para realizar os serviços dentro de um prazo preestabelecido. As vezes as firmas interessadas apresentam alternativas técnicas para execução dos serviços, mas raramente examinam o problema sob os seguintes aspectos:

- 1.º de quanto tempo é possível antecipar a prontificação dos serviços propostos e a que custo poderia isto ser feito.
- 2.º de quanto seria reduzido o preço global dos serviços se fôsse permitida determinada dilatação de prazo para sua prontificação.

Em considerando também estes dois aspectos, o executante dos serviços poderia estabelecer três planos de trabalho:

- 1.º o *plano mais eficiente* — que atendesse completamente às especificações técnicas dos serviços através da utilização, a mais eficiente possível, dos recursos normalmente disponíveis: este seria o plano adotado pelo executante se nenhuma imposição lhe fôsse feita quanto a prazo de execução. Provavelmente, este seria o plano envolvendo menor quantidade de risco, tecnicamente falando.
- 2.º o *plano preestabelecido* — que atendesse às especificações técnicas e ao prazo preestabelecido por quem encomendou os serviços. Em geral, o risco, neste caso, seria maior que aquele do plano anterior.
- 3.º o *plano de emergência* — que, embora visando atender aos requisitos técnicos exigidos, previsse a execução dos serviços num

prazo julgado o menor possível. Este plano envolveria, certamente, maior risco que os dois primeiros.

A seleção do *melhor plano* dependeria da importância relativa do custo x tempo x risco referente a cada um dos planejamentos feitos (veja o anexo n.º 15).

Convém observar que o que acabamos de apresentar não é uma técnica de otimização da relação tempo/custo; o que se fez foi preparar 3 combinações de tempo x custo x risco dentro de uma infinidade possível de alternativas. Pode-se fazer algo parecido, por exemplo, quando formos levados a pensar em prolongar ou encurtar o prazo para o término de uma importante operação.

#### 14 — Considerações Finais

As vantagens do PERT são agora mais evidentes: obriga a uma análise prévia da operação; fixa responsabilidades, relacionando-as a cada etapa da operação; presta-se à automatização, que pode proporcionar rapidez, flexibilidade e precisão; permite fácil avaliação de alternativas de planejamento e detecção prévia de áreas de dificuldade, facilitando, pois, a tomada de ações corretivas; apresenta inúmeras variantes e seu campo de aplicação é de enorme amplitude; facilita o controle, pois este é, geralmente, feito sobre etapas bem definidas e de durações limitadas; pode, enfim, beneficiar enormemente a quantos o utilizarem como instrumento de planejamento, programação e controle, pois prevê o administrador com informações que lhe permitem tomar decisões mais rápidas e lógicas.

Temos, portanto, com o PERT, uma nova ferramenta a nossa disposição, um novo instrumento de enorme potencial. Podemos usufruir suas vantagens se soubermos utilizá-lo com inteligência e oportunidade.

Há no Brasil, com a crescente valorização das técnicas racionais de administração, enorme campo aberto para aplicação do PERT. Administrar com base em decisões empíricas, pelo sistema de tentativas ou pelo chamado "bom senso", é reconhecidamente algo há muito superado.

As técnicas desenvolvidas no início do século, os trabalhos de Gantt e Taylor (úteis em problemas de produção industrial) não se mostram satisfatórias em projetos complexos, comuns nos dias de hoje, envolvendo grande número de atividades interdependentes e ligadas a problemas de prazos, incertezas e custos.

Durante a II Guerra Mundial equipes de especialistas dedicaram-se à solução de problemas tais como: disposição de comboios e minas, organização de ataques aéreos, aumento da eficiência nos ataques contra submarinos, etc... Para solução destes problemas foram aplicados, em larga

escala, métodos de análise científica. No pós-guerra, êstes métodos foram levados a novas áreas, sendo aplicados na organização e administração de empresas.

Na dinâmica empresarial encontramos de um lado o Complexo Financeiro e de outro o Complexo Mercado.

Da conjugação dêstes dois complexos, surgem decisões como buscar novas fontes de recursos, novos mercados, reduzir ou aumentar o ritmo de produção, filiar-se a um concorrente, etc.

Normalmente a decisão da cúpula administrativa da empresa envolve um programa sintetizado em:

- O que produzir
- Quanto produzir
- Quando produzir

O programa de produção gera outros problemas como projeto de produtos e meios de produção (equipamento ferramental, etc.), necessidade de mão-de-obra e materiais.

A necessidade de materiais envolverá a solução de problemas relacionados com estoques, compras e programhas de recebimento.

As necessidades de mão-de-obra e equipamentos envolverá o conhecimento de capacidade produtiva e técnicas de programação.

Todo êste complexo dinâmico deve funcionar na velocidade exigida pelas circunstâncias e corrigido sempre que identificado um fato nôvo ou falha.

Diariamente o empresário está ante problemas como, aumentar ou manter fixo o preço do produto, expandir ou não destinar maiores verbas para propaganda, diversificar linhas de produção, reduzir despesas reduzindo o efeito, mantendo fixo o salário médio ou aumentando a eficiência da operação industrial, etc.

Problemas como êstes, que podem ser decisivos na vida de uma empresa, não devem — como ocorre inúmeras vêzes — ser resolvidos com base no “bom senso” ou “experiência” dos dirigentes. Para resolver tais problemas é que foram sendo estabelecidos novos métodos e instrumentos científicos, ditos de Pesquisa Operacional, capazes de fornecer elementos quantitativos necessários à tomada racional de decisões: programação linear, teoria das filas, PERT, etc...

Ouçamos, agora, a opinião sôbre o PERT de dois administradores brasileiros escolhidos a êsmo, entre inúmeros entusiastas do método.

Franco Giolli, diretor da CCBE (Cia. Construtora Brasileira de Estradas), onde o PERT há muito vem sendo utilizado com sucesso, nos diz: “no campo de atividades de nossa empresa, o PERT possibilita que ofereçamos prazos ótimos e — o que é importante — que sabemos cumprir. Atrasos

trazidos por imprevistos podem ser corrigidos e isto com rapidez, graças às indicações fornecidas pelo PERT de quais os recursos possíveis de remanejamento para acelerar o trabalho. Isto sempre a um custo mínimo, sem o que os orçamentos iniciais estourariam”.

Por outro lado, o Engenheiro João Camilo Penna, diretor da CEMIG, após enumerar as inúmeras vantagens do PERT, acrescenta: “é curioso que essa técnica não tenha sido estudada há mais tempo, tal a sua simplicidade lógica”.

A grande verdade é que PERT abriga, sob sua simplicidade, um eficiente instrumento de planejamento, programação e controle.

Ao término destas palestras sobre o PERT, os senhores estão de posse dos *conhecimentos básicos* necessários à aplicação desta técnica e à tomada de decisões administrativas corretas com base em um diagrama PERT.

Nossos votos são de que a passagem dos senhores por este Curso tenha sido, além de proveitosa, a mais agradável possível e que possam, brevemente, aplicar a técnica PERT com amplo sucesso, em suas áreas de trabalho.

Boa sorte!

PERT — TEMPO

$$t_o = \frac{a + 4m + b}{6}$$

TEMPO MÉDIO

a — tempo otimista  
 m — tempo mais provável  
 b — tempo pessimista

$$\sigma^2 = \left( \frac{b - a}{6} \right)^2$$

VARIÂNCIA

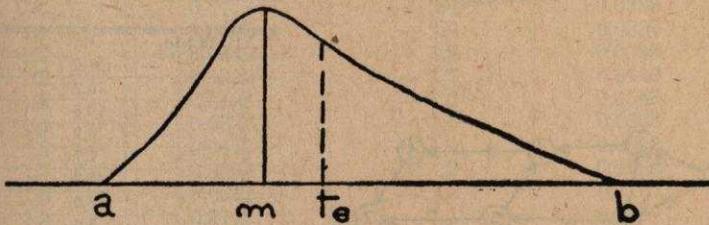


Fig. 1 — CURVA BETA — CÁLCULO DO TEMPO MÉDIO E DA VARIÂNCIA

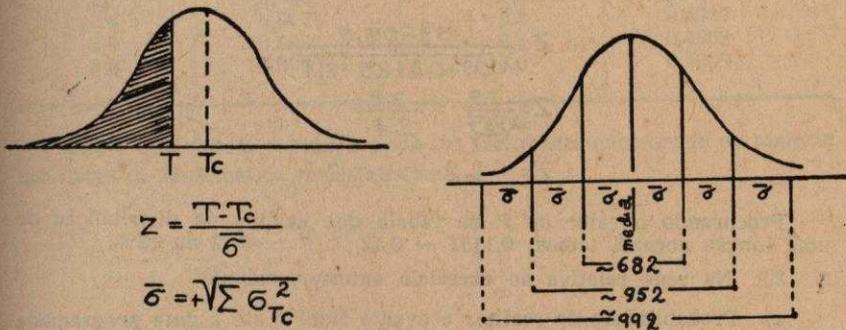
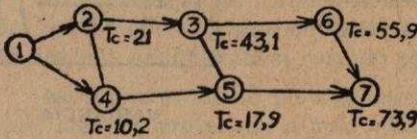


Fig. 2 — DISTRIBUIÇÃO DE Tc — CURVA NORMAL

PERT — TEMPO — EXERCÍCIOS

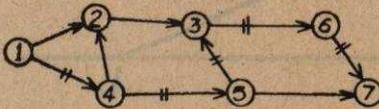
1.º) Calcule a probabilidade P de realizarmos o evento 6, na seguinte rede PERT, até a data programada T = 53 dias.



Atividade	a	m	b
1 2	5	12	17
1 4	8	10	13
4 2	9	11	12
2 3	2	7	10
4 5	5	8	9
5 3	21	25	30
6 7	14	18	22
5 7	6	9	12
3 6	8	13	17

SOLUÇÃO

NOTA: Unidade de tempo = dia.



Atividade	te	s <sup>2</sup>
1 2	11,7	4,0
1 4	10,2	0,7
4 2	10,8	0,3
2 3	6,7	1,8
4 5	7,7	0,4
5 3	25,2	2,3
6 7	18,0	1,8
5 7	9,0	1,0
3 6	12,8	2,3

NOTA: As setas assinalam o caminho crítico.

Substituindo na fórmula

$$Z = \frac{T - T_c}{\sqrt{\sum s^2}}$$

$$Z = \frac{53 - 55,9}{\sqrt{0,7 + 0,4 + 2,3 + 2,3}}$$

$$Z = \frac{-2,9}{\sqrt{5,7}} = \frac{-2,9}{2,4}$$

$$Z = -1,2$$

Procurando o valor de P na tabela dos valores de distribuição de uma função normal, temos: 0,1151 ~ 0,12 ∴ P = 0,12 ou 12%.

2.º Na rede relativa ao exercício anterior, calcule:

- a) Probabilidade de realizar o evento final 7 até a data programada T = 71 dias ..... Resposta: P = 14,5%.
- b) Idem, para T = 76,6 dias ..... Resposta: P = 84%.

## ANEXO 12

Tábua dos Valores de uma Função  
de Distribuição Normal

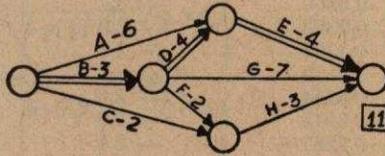
Z	O	Z	O
0,0	0,5000	— 3	0,0013
0,1	0,5398	— 2,9	0,0019
0,2	0,5793	— 2,8	0,0026
0,3	0,6179	— 2,7	0,0035
0,4	0,6554	— 2,6	0,0047
0,5	0,6915	— 2,5	0,0062
0,6	0,7257	— 2,4	0,0082
0,7	0,7580	— 2,3	0,0107
0,8	0,7881	— 2,2	0,0139
0,9	0,8159	— 2,1	0,0179
1,0	0,8413	— 2,0	0,0228
1,1	0,8643	— 1,9	0,0287
1,2	0,8849	— 1,8	0,0359
1,3	0,9032	— 1,7	0,0446
1,4	0,9192	— 1,6	0,0548
1,5	0,9332	— 1,5	0,0668
1,6	0,9452	— 1,4	0,0808
1,7	0,9554	— 1,3	0,0968
1,8	0,9641	— 1,2	0,1151
1,9	0,9713	— 1,1	0,1357
2,0	0,9772	— 1,0	0,1587
2,1	0,9821	— 0,9	0,1841
2,2	0,9861	— 0,8	0,2119
2,3	0,9893	— 0,7	0,2420
2,4	0,9918	— 0,6	0,2743
2,5	0,9938	— 0,5	0,3085
2,6	0,9953	— 0,4	0,3446
2,7	0,9965	— 0,3	0,3821
2,8	0,9974	— 0,2	0,4207
2,9	0,9981	— 0,1	0,4602
3,0	0,9987	— 0,0	0,5000

Esta é uma tabela comum e pode ser facilmente encontrada na maioria dos livros de Matemática ou Estatística.

**PERT CUSTO (EXERCÍCIO)**

Apresentamos abaixo, uma rede de atividades e um quadro onde constam diversas informações relativas à rede.

Procure reduzir ao máximo o prazo da operação, efetuando tal redução ao mínimo custo.



ATIVIDADE	DURAÇÃO NORMAL				CUSTO DA REDUÇÃO POR UNIDADE DE TEMPO
	TEMPO	CUSTO	TEMPO	CUSTO	
A	6	215	5	275	60
B	3	140	2	200	70
C	2	160	1	240	80
D	4	130	3	180	50
E	2	170	1	250	80
F	4	210	3	290	80
G	7	165	4	285	40
H	3	110	2	160	50

Observe:

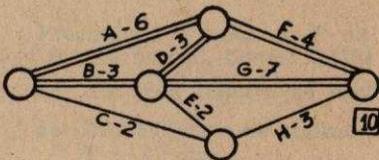
Para todas as atividades	Prazo	Custo
Duração normal .....	11	1300
Duração mínima .....	8	1890

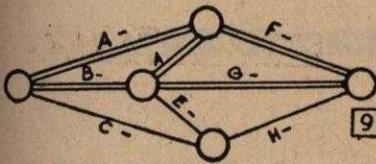
**SOLUÇÃO**

Para todas as atividades com duração normal o caminho crítico é B — D — F.

O mais econômico é reduzir D — 4 para D — 3 ao custo adicional de 50.

Operando deste modo o prazo da operação passa a ser 10 e surgem novos caminhos críticos.



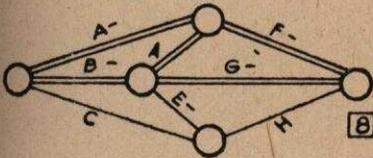


AF BG e BDF são críticos.

Soluções:

- 1) Reduzir G e F; custo adicional: .....
- 2) Reduzir A e B; custo adicional: .....
- 3) Reduzir B e F e aumentar D; custo: .....

Adotando a solução mais econômica o prazo da operação passa a ser 9.



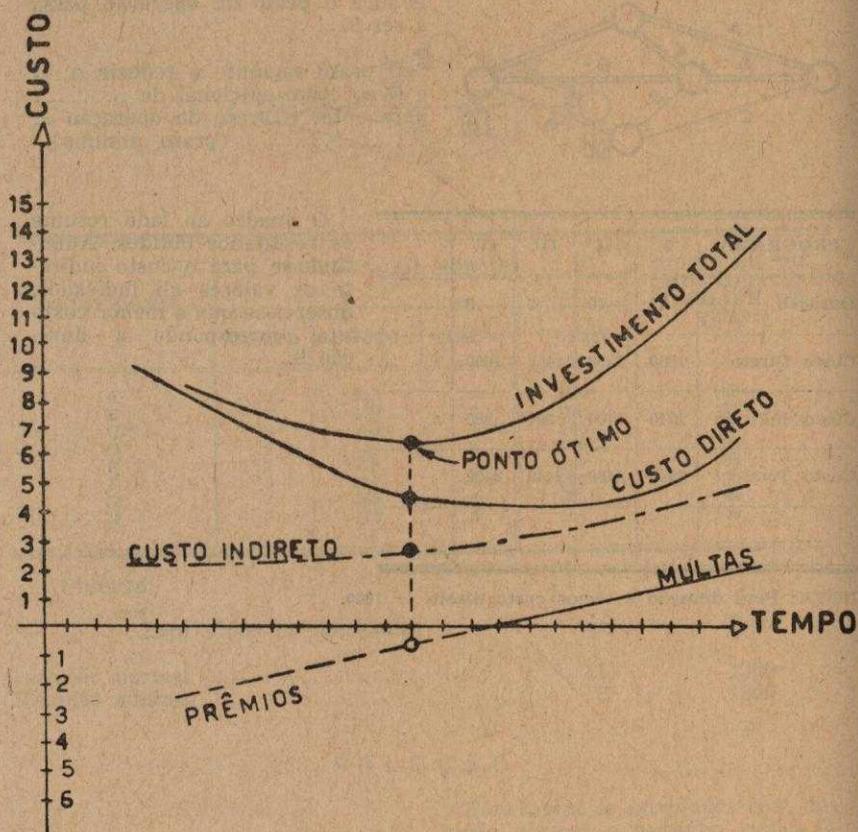
O prazo seguinte é reduzir A, D e G ao custo adicional de ..... para obter o prazo da operação = ..... (prazo mínimo).

PROGRAMA	I	II	III	IV
Duração	11	10	9	8
Custo Direto	1300	1350	1450	1600
Custo Indireto	1210	1100	990	880
Custo Total	2510	2450	2440	2480

O quadro ao lado resume os resultados obtidos. Admitindo-se para o custo indireto os valores ali indicados, observa-se que o menor custo total corresponde à duração 9.

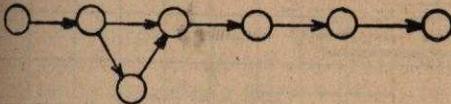
NOTA: Para duração 8 temos custo direto = 1600.

## CURVA DO INVESTIMENTO TOTAL



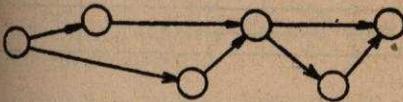
## CUSTO X TEMPO X RISCO

PLANO MAIS EFICIENTE



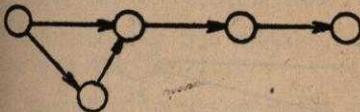
CUSTO	TEMPO	RISCO
1000	100	Baixo

PLANO PREESTABELECIDO



1200	70	Médio
------	----	-------

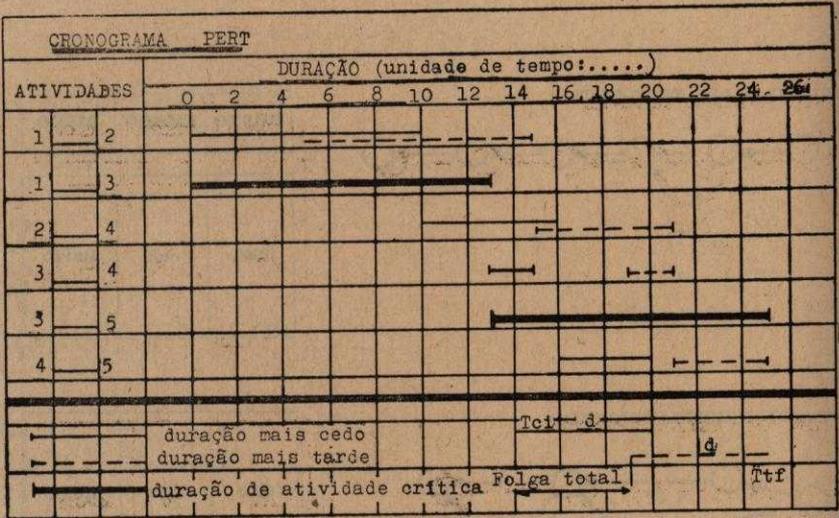
PLANO DE EMERGÊNCIA



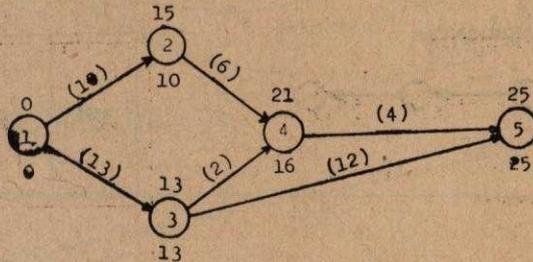
850	65	Alto
-----	----	------

A SELEÇÃO DO MELHOR PLANO DEPENDE DA IMPORTANCIA RELATIVA DO CUSTO, TEMPO E RISCO

### CRONOGRAMA PERT



### REDE PERT



(i) evento inicial

(f) evento final

(d) duração de atividade

Tci	-	tempo mais cedo do evento	<u>1</u>
Tcf	-	" " " " "	<u>f</u>
Tti	-	" " tarde " "	<u>1</u>
Ttf	-	" " " " "	<u>f</u>

