

Abordagem física para a força resistente na modelagem da balística interna pelo método dos parâmetros concentrados

Mateus P Rodrigues*, Rubenildo P. de Barros*, Achille A Bassi*

Seção de Engenharia de Mecânica (SE/4), Instituto Militar de Engenharia (IME), Rio de Janeiro, Brasil,
*mateus.rodrigues@ime.cb.br, *rpbarros@ime.cb.br, *arantesbassi@ime.cb.br

RESUMO: O presente trabalho trata sobre a proposição de uma formulação baseada em parâmetros físicos para representar a força resistente em uma modelagem da balística interna por uma abordagem via parâmetros concentrados. Os parâmetros do modelo foram ajustados pela solução de um problema inverso realizado com vistas à aproximação de um comportamento de referência para a pressão na câmara em função da posição do projétil. Os resultados foram considerados adequados e, tendo em vista o comportamento de referência para o cartucho M80 em um cano de 24 polegadas, constatou-se que a formulação proposta é mais exata que a que lhe deu origem.

PALAVRAS-CHAVE: Balística interna, Modelagem, Parâmetros Concentrados, Força de Resistência.

ABSTRACT: This work deals on the proposal of a physical based formulation to represent the resisting force in a modeling of internal ballistics using a lumped parameter approach. The model's parameters were adjusted through the solution of an inverse problem carried out in order to meet a reference behavior to the chamber pressure as function of the projectile's position. The results were considered adequate, and regarding the reference behavior to the M80 cartridge in a 24 inch barrel, the proposed formulation is more accurate than the one which was its origin.

KEYWORDS: Internal Ballistic, Modeling, Lumped Parameters, Resistance Force.

1. Introdução

Balística interna relaciona as características do carregamento, e.g., composição da pólvora e geometria dos grãos com as características do projétil e da arma com vistas à consecução de determinada velocidade de boca.

A **Figura 1** apresenta o aspecto básico de uma arma e seu funcionamento. O propelente contido no estojo gera gases, representado pela força F_g , que, por sua vez, impulsiona o projétil para frente, acelerando-o até a boca da arma. Por outro lado, o cano da arma fornece uma resistência à translação do projétil, representado pela força F_{res} .

Há diversas formas de trabalhar o problema da balística interna. A mais simples é a utilização de parâmetros concentrados, na qual o espaço e as grandezas vetoriais são representados por variáveis escalares. Este tipo de abordagem tem a vantagem da simplicidade da solução conferida pela pequena

quantidade de graus de liberdade em comparação com os que se teriam no caso da solução de um problema de interação fluido-estrutura com um escoamento bifásico por algum método numérico [1][2].

Entretanto, a modelagem para a balística interna ainda oferece desafios, uma vez que há parâmetros com comportamentos pouco estudados. Pode-se citar, por exemplo, a energia perdida e a força resistente.

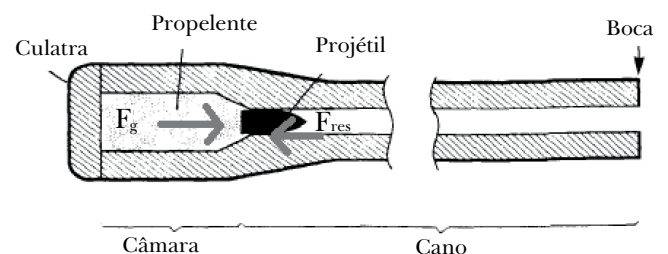


Fig. 1 – Uma arma com seus componentes e as forças aplicadas ao projétil. Fonte: adaptado de [3].

1.2 Revisão Bibliográfica

Um dos principais trabalhos na área da balística interna é o de Hunt [1]. Seu livro foi um dos pioneiros na área e ainda serve de base para alguns trabalhos. Apresenta um modelo semiempírico para a energia perdida, além de sugerir que a força resistente seja representada como uma perda a mais no balanço de energia. Ele sugere que essa perda seja uma porcentagem da energia cinética, da ordem de 4% a 5%.

Outro trabalho importante na área, e que serve de base para um dos principais softwares na área de balística, o PRODAS, foi o de Baer-Frankle [2]. Eles usa da abordagem do Hunt, entretanto, sugere a introdução dos coeficientes K_x e K_v na equação de queima, implicando que a posição e a velocidade do projétil são fatores relevantes para o comportamento da queima do propelente. Os autores também introduziram a força resistente, obtida experimentalmente, como sendo um dado de entrada.

Já [3] usa o perfil de força resistente disponível na base de dados do PRODAS para implementar o modelo proposto por [2] ao cartucho 7,62x51mm (M80). [4], por meio da solução de problema inverso, ajusta os parâmetros de queima do modelo de [3] para reproduzir as curvas presentes na base de dados do PRODAS para o cartucho M80.

1.1 Objetivos

Dentro desse contexto, este trabalho surge com o intuito de continuar outro trabalho [4], modelando a resistência ao avanço do projétil com base em parâmetros fisicamente representativos, melhorando o tratamento da energia perdida, assim como o entendimento acerca do comportamento balístico das munições em função de alterações no seu carregamento, e das condições ambientais de operação ou do cano da arma que as dispara.

A justificativa deste trabalho se refere à sua utilização potencial das áreas de balística interna, dinâmica dos componentes móveis de armamento automático ou semiautomático, bem como na dinâmica de sistemas de amortecimento do recuo de armamento pesado.

2. Definições

Chama-se de alma a superfície interna do tubo ou cano do armamento por onde o projétil se desloca. As armas podem ter alma lisa ou alma raiada. As de alma lisa têm a superfície de sua alma uniforme, cujo diâmetro se chama calibre; enquanto as de alma raiada têm estrias, ou seja, há um diâmetro relativo aos cheios das estrias, o calibre, e outro relativo aos vazios, o fundo de raia.

Embora a modelagem tratada neste trabalho se aplique tanto a armamento leve, calibre menor que 0,6 polegada, ela também é aplicada a armamento pesado. Diz-se que o armamento leve tem cano, enquanto o armamento pesado tem tubo. Como o caso numérico aqui estudado trata-se de uma munição de armamento leve, para manter a uniformidade no texto do artigo, será sempre usado o termo cano, embora se saiba que a formulação também se aplica aos tubos.

As munições de armamento leve, salvo raras exceções, são encartuchadas e engastadas. Isso significa que elas são compostas de projétil, propelente, estojo e cápsula de deflagração, e que o conjunto é fornecido já montado, pronto para o disparo. A força de desencastamento é a força necessária para separar o projétil de seu alojamento no gargalo do estojo.

O engrazamento se refere à impressão das raias ao projétil, que tem diâmetro maior que o do fundo da raia. Assim, no cone de forçamento, **Figura 2**, ao mesmo tempo que os cheios causam deformação plástica, raiando o projétil, o mesmo é comprimido pelo fundo das raias, causando a obturação, que impede que os gases propelentes avancem além do projétil.

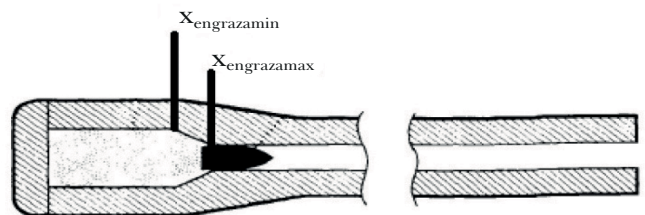


Fig. 2 – Cone de forçamento delimitado por $x_{engrazamin}$ e $x_{engrazamax}$.
Fonte: adaptado de [3].

O PRODAS é um software de balística que possui uma extensa base de dados acerca de comportamentos balísticos de munições. Assim, dele podem ser obtidas as curvas da balística interna do projétil utilizado no trabalho, de forma a servir de referência ao ajuste de parâmetros e validação de modelos.

3. Modelagem

Esta seção aborda o equacionamento necessário para descrever o fenômeno do deslocamento do projétil ao longo do cano à medida que o propelente queima. O equacionamento foi dividido em equações da lei de queima, energia perdida, força de resistência e dinâmica do projétil.

3.1 Lei de queima

Para a balística interna, considera-se, a priori, a lei de Piobert. Isto é, considera-se que todas as superfícies dos grãos propelentes são iniciadas ao mesmo tempo e que toda a superfície é consumida por uma mesma taxa a cada instante e em forma de camadas paralelas, [5]. As equações são apresentadas a seguir. A Eq. 1 é a equação de queima do propelente, neste caso, P é a pressão dos gases no interior da câmara, x é a posição do projétil no cano, V_{el} é a velocidade do projétil. A Equação 2 encontra a fração volumétrica de propelente queimado, denominado z , a partir de f , que é a fração restante de comprimento balístico do propelente. A Equação 3 é a expressão da pressão da expansão de um gás politrópico, sendo que ω é a velocidade angular do projétil, A é a área transversal do interior do cano [5].

$$\frac{df}{dt} = \frac{B}{D} P^a + K_x x + K_v V_{el} \quad (1)$$

$$z = (1 - f)(1 + kf) \quad (2)$$

$$P = \frac{CzF - (y-1)(0.5MV_{el}^2 + 0.5M\omega^2 + E_{perdida})}{V_o + Ax + Cz\left(\frac{1}{d_{ensi}} - c_{oval}\right)} \quad (3)$$

3.2 Energia perdida

Para a energia perdida, $E_{perdida}$, [2] apresenta uma modelagem semiempírica que relaciona a energia perdida em termos de parâmetros da arma. Na equação, V_{elboca} é a velocidade de boca do armamento. Nessa equação, para o calibre, deve-se utilizar polegadas, e libras para a massa inicial do propelente. Observe que velocidade de boca do armamento deverá ser conhecida.

$$E_{perdida} = \frac{[0,38Ca^{1,5}L(T_o - T_s)] V_{el}^2}{1 + 0,6Ca^{2,175} / C^{0,8375} V_{elboca}^2} \quad (4)$$

3.3 Força de resistência

Foram considerados quatro componentes na formulação da força resistente:

- a força de engastamento, apresentada na Equação 5, é a componente devida ao engastamento do projétil no estojo, e ela é atuante enquanto o projétil não sai da sua posição inicial;

$$F_{engastamento}(x) = \begin{cases} F_{engas}, & x = 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases} \quad (5)$$

- a força de atrito devido à obturação [6], Equação 6, é a componente devida ao deslizamento entre a superfície do projétil em contato com o fundo da raia da alma. Ela atua apenas enquanto o projétil se desloca na alma do tubo.

$$F_{obtura\ção} = \begin{cases} 0, & x < x_{engrazamin} \\ F_{obtu}, & x \geq x_{engrazamin} \end{cases} \quad (6)$$

- a força de engrazamento, que está sendo mostrada na Equação 7, é a componente que atua no projétil quando ele passa pelo cone de forçamento que existe na arma. Tal cone fica delimitado pelos parâmetros $x_{engrazamin}$ e $x_{engrazamax}$, apresentados na **Figura 2**.

$$F_{engrazamento} = \begin{cases} F_{engraza}, & x_{engrazamin} < x < x_{engrazamax} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (7)$$

- a força devida ao raiamento, componente axial das forças que as raia fazem sobre o projétil, conforme desenvolvimento apresentado por [6], é calculada conforme a Equação 8. Nela, α é o ângulo de raiamento do cano e μ é o coeficiente de atrito

entre o projétil e o cano. No modelo proposto, está sendo desconsiderado o atrito causado pela turgência do projétil com os cheios do cano, uma vez que, segundo [7], esse esforço é desprezível para munições de armamento leve.

$$F_{\text{raimento}} = \frac{I_o}{(c_a/2)^2} (\text{sen}\alpha + \mu\text{cos}\alpha) \dots \left[\frac{\frac{dV_{el}}{dt} \text{tg}\alpha + V_{el}^2 \frac{d\text{tg}\alpha}{dx}}{\text{cos}\alpha - \mu\text{sen}\alpha} \right] \quad (7)$$

Assim, a força resistente pode ser calculada por suas componentes, conforme a Equação 10.

$$F_{\text{res}} = F_{\text{engastamento}} + F_{\text{obturação}} + F_{\text{engrazamento}} + F_{\text{raimento}} \quad (9)$$

3.4 Dinâmica do projétil

Para completar o conjunto de equações a fim de se definir completamente o sistema, falta aplicar a 1ª Lei de Newton ao projétil, apresentado na Equação 10.

$$F = PA - F_{\text{res}} = M \frac{d^2x}{dt^2} \quad (10)$$

4. Metodologia

4.1 Problema direto

Seguindo a abordagem de parâmetros concentrados proposta por [4], elaborou-se o seguinte arranjo para resolver o problema de valor inicial (PVI), composto da redução de ordem da Equação 10 com a Equação 1.

$$\frac{dx}{dt} = V_{el} \quad (11)$$

$$\frac{dV_{el}}{dt} = \frac{1}{M} [A(P - P_a) - F_{\text{res}}] \quad (12)$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{B}{D} P^a + K_x x + K_v V_{el} \quad (13)$$

Tal sistema de equações foi resolvido com a ODE45. Tal função do Matlab utiliza um algoritmo de Dorman-Prince, também conhecido como Runge-Kutta, de 4,5 ordem. É um algoritmo parecido com o Runge-Kutta de 4ª ordem, entretanto, utiliza passo variável a fim de aumentar a rapidez.

As condições iniciais do problema são que o projétil parte do repouso e que a fração restante do comprimento balístico do propelente é a unidade (nenhum propelente queimou).

Numa etapa de validação da implementação computacional, utilizou-se como parâmetro de entrada o perfil da força resistente disponível no banco de dados do PRODAS. Depois passou-se a empregar a Equação 9.

4.2 Ajuste de parâmetros do modelo

O ajuste dos parâmetros do modelo foi realizado com uma abordagem de problemas inversos. Para tanto, o problema direto, isto é, a obtenção das curvas da balística interna, é resolvido para diferentes conjuntos de parâmetros tentados. Uma função objetivo é calculada para avaliar a qualidade de cada conjunto de parâmetros; dependendo se está sendo realizada uma busca global ou local, se calcula o melhor conjunto da população de tentativas e se cria uma nova população (nova geração), ou se calcula uma nova direção de busca.

A função objetivo, definida pela Equação 14, avalia a diferença entre a curva Pressão-Tempo obtida por cada conjunto de parâmetros e a curva de referência, obtida do software PRODAS.

$$E_{\text{erro}} = \frac{\sum_{i=1}^k E_i}{k} \quad (14)$$

onde, k se refere ao número de pontos e E_i é dado pela equação:

$$E_i = \frac{(P_{\text{pdi}} - P_{\text{PRODAS}})^2}{P_{\text{ref}}} \quad (15)$$

O problema da estimativa de parâmetros é resolvido pela aplicação de métodos de otimização para a minimização de uma função que meça a distância do comportamento do sistema em relação a um comportamento de referência, no caso deste trabalho, a Equação 14.

Optou-se pela combinação de um método de busca global para encontrar a região onde o mínimo global deve estar presente com um método de busca local, para que se aproxime do mesmo com uma maior taxa de convergência.

Para a busca global, foi empregada a função do Matlab, que implementa os algoritmos genéticos “ga” [8], enquanto para a busca local foi usada a função “fminunc”, que implementa um método quasi-Newton baseado no método BFGS [9], [10] e [11].

4. Resultados

Foi analisado o caso para a munição 7,62 x 51 mm M80 em cano de 609,6 mm de comprimento balístico. Outros parâmetros referentes ao propelente e à arma que não estão sendo objetos do ajuste – são tidos como conhecidos – estão apresentados na **Tabela 1**.

Tab. 1 – Parâmetros da arma e do propelente utilizados como dados de entrada

Dados de entrada		
Parâmetro	Símbolo	Valor
Comprimento balístico	D	0,2667 mm
Fator de forma	k	0
Massa específica do propelente	d_{ens}	1578 kg/m ³
Massa inicial do propelente	C	2,67 g
Temperatura adiabática de chama	T_o	2825 K
Covolume dos gases	c_{ovol}	0,001 m ³ /kg
Constante de força do propelente	F	0,9774 MJ/kg
Índice de pressão (expoente)	a	0,69
Razão de calores específicos	γ	1,24
Calibre	Ca	7,62 mm
Massa do projétil	M	9,4876 g
Volume da câmara	V_a	3,27761 cm ³
Comprimento do cano	L	609,6 mm
Ângulo de raiamento	α	4,49 °
Temperatura do armamento	T_s	300 K
Pressão mínima para início do projétil	P_{min}	7,57 MPa
Momento de inércia	I_o	6,8861.10 ⁻⁸ kg.m ²

Na **Tabela 2**, aparecem os parâmetros ajustados frente à curva de referência do PRODAS. Eles permitiram que a função objetivo retornasse a 0,0262.

Tab. 2 – Parâmetros obtidos por ajuste

Parâmetros ajustados			
B	K_x	K_v	μ
2,499e-7	4493,32	-1,95479	0,09955
$x_{minengraza}$	$x_{maxengraza}$	$F_{engraza}$	F_{obtu}
1,429e-05	3,603e-4	2324,97	162,43

A velocidade de boca segundo o modelo ajustado foi de 897,53 m/s, representando um erro relativo na ordem de 3,16% frente ao valor de referência de 870 m/s apresentado pelo modelo implementado pelo PRODAS. Tendo em vista que o ajuste de parâmetros com a função objetivo da Equação 12 considera apenas os dados referentes à pressão, a boa concordância no perfil de velocidade, apresentado na **Figura 3**, foi considerada um bom indicativo da qualidade do modelo.

Na **Figura 4**, pode-se perceber uma boa concordância entre a curva de pressão ajustada e a curva de pressão de referência. Tendo em vista a diferença nos modelos, era esperado que houvesse alguma divergência no comportamento geral das mesmas.

A **Figura 5** explicita um dos principais motivos para a divergência no comportamento da curva de pressão ao longo do tempo: a força de resistência ao movimento do projétil em função de sua posição na alma tem características distintas das presentes no modelo usado para gerar a curva de referência para a curva pressão-tempo.

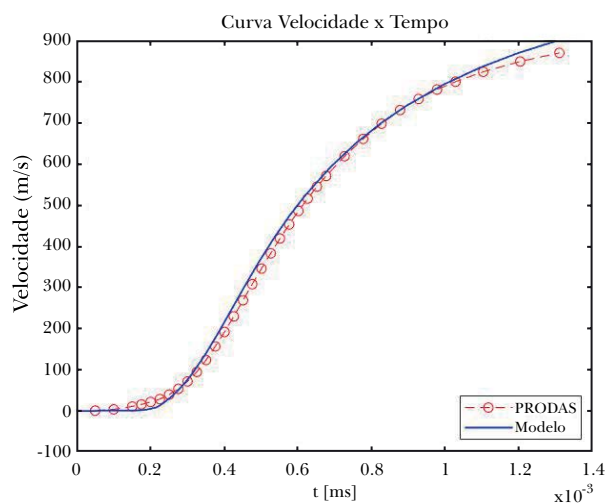


Fig. 3 – Gráfico da velocidade pelo tempo para a munição 7,62mm

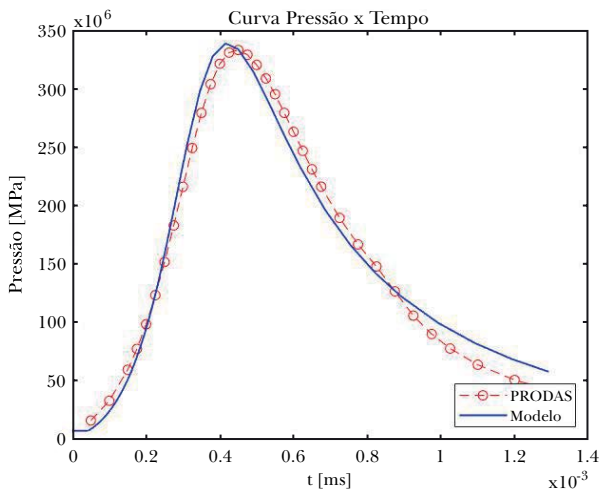


Fig. 4 – Gráfico da pressão pelo tempo para a munição 7,62mm

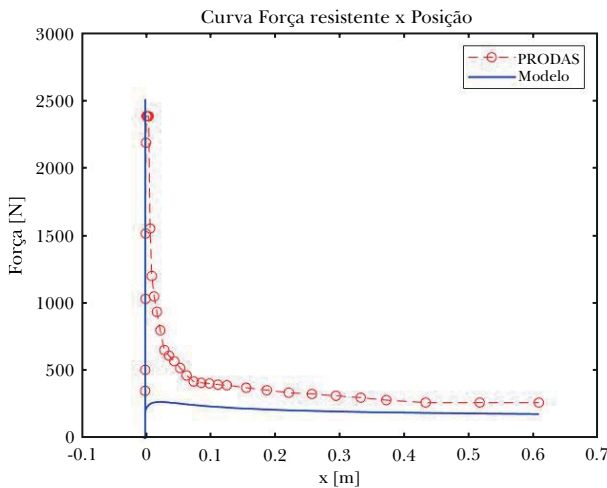


Fig. 5 – Gráfico da força resistente pela posição para a munição 7,62mm

A curva da força resistente em função do tempo, **Figura 6**, permite uma melhor visualização de seus diferentes componentes, quando cada uma das forças passa a ser ativa. Inicialmente, tem-se uma força constante, referente à força necessária para desengastar o projétil do estojo; havendo um breve avanço sem resistência, até que o projétil encontre o cone de forçamento; até que as raia sejam gravadas na camisa do projétil e que o mesmo chegue ao maior diâmetro da alma, ele está submetido ao esforço de engrazamento. Ao longo da alma há um componente constante, devido ao atrito da superfície do projétil

com o fundo de raia, obturação; e uma força variável, que é induzida pelo raiamento, e que é função da pressão dos gases e da aceleração do projétil.

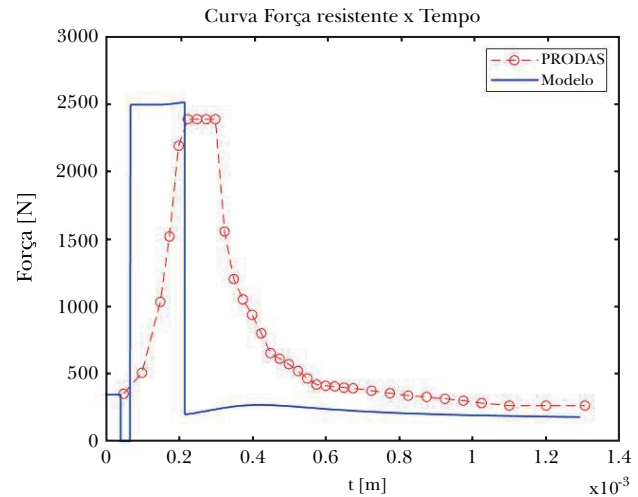


Fig. 6 – Gráfico da força resistente pelo tempo para a munição 7,62mm

Para a execução do modelo no PRODAS, é necessário que se tenha o perfil da força resistente em função da posição do projétil. É parâmetro de entrada, e não há correlação direta da mesma com parâmetros físicos. Na abordagem ora proposta, o perfil da força resistente é função de parâmetros fisicamente significativos. Porém, pela ausência de dados, os mesmos foram obtidos pelo ajuste de parâmetros, a fim de que a curva pressão-tempo do modelo se aproximasse da curva resultante da implementação do modelo de Baer-Frankle, implementado pelo PRODAS com os parâmetros disponíveis em sua base de dados de exemplos.

5. Conclusões

A modelagem proposta por [4] foi atualizada, de forma a considerar uma expressão para sua força resistente com base nas características físicas de sua montagem no cartucho, e da interação do projétil com as diferentes porções da alma.

O procedimento proposto para o ajuste dos parâmetros com base na evolução temporal da pressão foi eficaz. A qualidade do modelo, e de sua implementação

numérica, foi evidenciada pela concordância de seu resultado no que se refere à evolução temporal da velocidade do projétil, item que não foi levado em consideração na metodologia de ajuste.

A modelagem e o procedimento apresentados se mostraram promissores, devendo ter a análise de

sua qualidade robustecida por ensaios balísticos com diferentes carregamentos e tipos de munição.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao IME pelo apoio na realização deste trabalho.

Referências

- [1] BAER, P. G.; FRANKLE, J. M. **The simulation of interior ballistics performance of guns by digital computer program**. Aberdeen Proving Grounds, Maryland 1962.
- [2] HUNT, F. R. **Internal ballistics**. London: H.M.S.O., 1951.
- [3] CRONEMBERGER, P. O.; LIMA JÚNIOR, E. P.; GOISJ. A. M; CALDEIRA, A. B.. Theoretical study of the interior ballistics of a rifle 7.62. **Engenharia Térmica (Thermal Engineering)**, Vol. 13, No. 2, p. 20-27, 2014.
- [4] CRONEMBERGER, P. O., **Problema inverso de estimativa de parâmetros de propelentes a partir da balística interna de uma arma**. Tese de mestrado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2012.
- [5] RUSSELL, Michael S. Bibliography. In: **The Chemistry of Fireworks (2)**. [s.l.]: The Royal Society of Chemistry, 2009, p. 161–163.
- [6] MOSS, G. M.; LEEMING, D. W.; FARRAR, C. L. **Military Ballistics: A Basic Manual**. London: Brassey's, 1995.
- [7] AMCP 706-252. **Engineering Design Handbook**, Gun Series, Gun Tubes, 1964.
- [8] FINLAYSON, D. F. **The forces of constraint on a projectile in a rifled gun bore (Part 1)**, Tech Report, Benét Laboratories, New York, 1988.
- [9] GOLDBERG, David E., **Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning**. Addison-Wesley, 1989.
- [10] BROYDEN, C. G. "The Convergence of a Class of Double-Rank Minimization Algorithms." **Journal Inst. Math. Applic.**, Vol. 6, 1970, pp. 76–90.
- [11] FLETCHER, R. "A New Approach to Variable Metric Algorithms." **Computer Journal**, Vol. 13, 1970, pp. 317–322.
- [12] SHANNO, D. F. "Conditioning of Quasi-Newton Methods for Function Minimization." **Mathematics of Computing**, Vol. 24, 1970, pp. 647–656.