

Análise da interação tubo-projétil durante a balística interna de uma munição APFSDS em um canhão 105 mm

Allan A G Ferreira*, Jorge A M de Goisa, Aldélio B Caldeira

Instituto Militar de Engenharia (IME)
Praça General Tibúrcio, 80, 22290-270,
Praia Vermelha, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
E-mail: *allanfer@gmail.com

RESUMO: A interação tubo-projétil durante a balística interna de uma munição APFSDS em um canhão 105 mm com alma lisa é analisada, empregando um modelo em elementos finitos implementado no software LS-DYNA. O projétil é modelado como rígido com cinta obturadora flexível. Simulações considerando o tubo do armamento rígido e flexível foram realizadas. Projéteis com desbalanceamento de massa também foram estudados. Uma análise estática foi realizada para obter a deformação do tubo devido à gravidade e em seguida a análise dinâmica da interação tubo-projétil foi executada. Os resultados mostram que o desbalanceamento de massa do projétil e as deformações no tubo modificam a dinâmica do projétil durante a balística interna, influenciando o fenômeno de batimento e alterando as condições do projétil na boca da arma. Portanto, a interação tubo-projétil influencia a acurácia e a precisão do tiro.

PALAVRAS-CHAVE: Dinâmica. Corpo flexível. Elementos finitos. Balística.

ABSTRACT: The barrel-projectile interaction during the interior ballistics of an APFSDS ammunition in a 105 mm smoothbore cannon is analyzed by using a finite element model implemented in the LS-DYNA software. The projectile is rigid with flexible obturator. Simulations considering the rigid and flexible tube were performed. Mass unbalanced projectiles were studied. A static analysis was executed to obtain the deformation of the tube due to gravity and then the dynamic analysis of the barrel-projectile interaction was performed. The results show that the projectile mass unbalance and the barrel deformations modify the dynamics of the projectile during the interior ballistics, influencing the balloting phenomenon and changing the projectile conditions at the muzzle of the gun. Therefore, the barrel-projectile interaction influences the accuracy and the precision of the shot.

KEYWORDS: Dynamics. Flexible body. Finite elements. Ballistics.

1. INTRODUÇÃO

O estudo da balística pode ser classificado em quatro áreas: balística interior, balística intermediária, balística exterior e balística terminal [1, 2].

A balística interior lida com a interação entre arma, projétil e propelente antes do projétil sair pela boca do tubo. Isto inclui o processo de ignição do propelente, a queima do propelente na câmara, a pressurização da câmara, o engrazamento da cinta de forçamento e a obturação da câmara, a dinâmica do projétil no interior do tubo e a dinâmica do tubo durante o ciclo de disparo [1]. Os dois últimos são objetos de estudo deste artigo.

Uma das formas utilizadas para aumentar o alcance e a energia cinética de projéteis consiste em aumentar o comprimento do tubo dos canhões. Porém, é importante observar que tubos longos são mais flexíveis, influenciando a dinâmica do projétil durante a balística interna e, em particular, a posição e a cinemática do projétil na boca da arma. Como consequência o armamento pode apresentar maior dispersão no tiro, bem como perda de precisão [3].

Os movimentos da boca do tubo, induzidos pelo lançamento do projétil, são inevitáveis e difíceis de controlar devido à escala de tempo do percurso percorrido pelo projétil dentro do tubo ser da ordem de milissegundos [3]. Desta forma, a análise da interação tubo-projétil e da rigidez do sistema de armas se torna relevante no projeto de canhões com tubos longos e em canhões, obuseiros e morteiros embarcados em viaturas militares [3].

Durante o deslocamento do projétil no interior do tubo, ocorre o fenômeno conhecido como batimento, o qual consiste em choques sucessivos entre o projétil e o tubo. Estes choques decorrem dos movimentos de deriva e arfagem do projétil no interior do tubo, bem como do deslocamento do

centro de massa do projétil no plano normal ao eixo do tubo, podendo resultar também em um movimento de bamboleio.

O batimento é ocasionado por erros e tolerâncias de fabricação do armamento e da munição. Assim, o batimento é um fenômeno decorrente da interação tubo-projétil [1, 4]. Em munições subcalibre, como a APFSDS, o sabot tem por objetivo diminuir o batimento [1], assim como a cinta de turghência nas munições tradicionais.

Este trabalho tem como objetivo estudar o comportamento dinâmico da interação tubo-projétil durante a balística interna de uma munição APFSDS (munição perfurante, estabilizada por empenas e com cinta descartável) disparada de um canhão calibre 105 mm com alma lisa. Um modelo em elementos finitos é implementado no solver LS-DYNA, permitindo a avaliação do batimento, ao considerar duas configurações (tubo rígido e depois tubo flexível).

1.1 Trabalhos Relacionados

Entre 1998 e 2005 a companhia Next Munitions conduziu estudos para simular a dinâmica de armas por meio de análises computacionais via elementos finitos [5]. Este tipo de simulação foi iniciado contemplando as iterações entre o projétil e o tubo da arma, sendo posteriormente aprimorada ao introduzir o modelo completo do sistema de armas [5].

A acurácia de canhões de carros de combate modernos com longos tubos, relativamente finos, é influenciada pela flexibilidade dos tubos, especialmente, quando submetido a carregamento dinâmico. Pequenas deflexões e rotações na boca do canhão podem ser relevantes na acurácia do tiro a longas distâncias [3].

Experimentos de tiro foram realizados utilizando o canhão M256 em carro de combate M1A1 Abrams. Nestes

experimentos foram monitorados o movimento do tubo e dos mecanismos da culatra para uma configuração padrão, chamada de desbalanceada, e um sistema modificado, em que a massa foi adicionada à culatra para que a linha do centro de gravidade dela fosse coincidente com a linha do centro do tubo [6]. Mudanças significativas no comportamento do tubo da arma foram observadas ao se comparar as duas configurações, tanto na forma quanto na magnitude do deslocamento do tubo. Simulações numéricas em elementos finitos destes experimentos foram conduzidas com o auxílio do software DYNA 3D a fim de simular o comportamento dinâmico do sistema inteiro que inclui a culatra, o tubo da arma, o munhão, o mecanismo de recuo e o projétil [6].

Uma metodologia para analisar o comportamento do projétil com cinta descartável foi apresentada, submetendo o projétil a carregamentos laterais e axiais em um canhão calibre de 120 mm [7]. Diferentes tipos de munições foram estudados e resultados experimentais e numéricos foram comparados [7]. Os experimentos foram realizados em escala real para duas munições com arma de calibre 120 mm, o tubo da arma foi levemente fletido e o projétil foi forçado a ter deslocamento lateral produzindo significantes esforços laterais. O deslocamento lateral do sabot dentro do tubo foi medido utilizando uma máquina de raio-X com acurácia de 0,007in (0,01778mm).

As simulações numéricas consideraram três tipos de tubos: um tubo perfeitamente reto, um tubo com precisão próxima do real e um tubo levemente fletido [7]. Boa concordância entre os resultados experimentais e os resultados das simulações numéricas foi encontrada, obtendo valores de tensão e deformação do tubo e do deslocamento do projétil ao longo do tempo.

Um modelo bidimensional foi apresentado [4] para estudar o batimento, considerando o contato entre a cinta de forçamento e o tubo e o contato entre a cinta de turgência e o tubo como molas lineares, enquanto o tubo e o projétil foram considerados rígidos. Nos resultados encontrados neste modelo, encontrou-se batimento muito acentuado ao utilizar como condição inicial a inclinação do projétil, pois a mola passou a ficar tracionada ou comprimida, acumulando energia, que foi transferida ao projétil provocando o batimento. Quanto maior a rigidez do contato, maior será esta influência.

Além disso, alguns resultados, após a colisão do projétil com o tubo, mostram um movimento de zig-zag, pois a mola localizada na cinta de turgência empurra o projétil, que gira e comprime a mola localizada na cinta de forçamento que, por sua vez, empurra o projétil girando o mesmo, e este movimento se repete algumas vezes até que o sistema de molas entre em equilíbrio [4].

O comportamento dinâmico de um carro de combate com torre estabilizada tem-se ao disparar um projétil do tipo APFSDS de um canhão 105 mm raiado foi estudado [8]. O batimento balístico durante a balística interna foi investigado, considerando o tubo do canhão e o projétil como corpos rígidos. O modelo computacional permitiu avaliar os efeitos de diferentes dados de entrada, como a inclinação da munição e a posição do centro de massa do projétil sobre a dinâmica do projétil durante a balística interna [8].

Os efeitos da erosão e da excentricidade no tubo durante o disparo sobre o movimento transversal do projétil em um canhão M831A1 de calibre 120 mm foram avaliados em

experimentos, visando à validação de um código computacional de simulação da dinâmica tubo-projétil. A dificuldade de se comparar a análise experimental de um fenômeno balístico não linear e estocástico foi enfatizada [9].

O efeito da onda de pressão dinâmica sobre a resistência do tubo foi estudado [10], verificando-se a possibilidade de deformação plástica radial do tubo. Simulações das armas comerciais, M256 de 120mm e M68E1 de 105mm, foram conduzidas e dois modelos experimentais com dimensões similares a dos canhões supracitados foram avaliados, adotando, porém, espessuras menores próximo a boca do tubo. O método de elementos finitos foi empregado e verificou-se que não ocorre deformação permanente para os modelos das armas comerciais, porém as falhas encontradas na boca da arma nos modelos experimentais podem ser explicadas pela deformação plástica encontrada na simulação. Conclui-se que somente a análise dinâmica é capaz de verificar se há deformação plástica devido à onda de pressão, sendo a análise estática incapaz de verificar esta falha.

2. MODELO FÍSICO

Durante a balística interna, o projétil foi impelido pela ação dos gases que exercem uma pressão a sua retaguarda. Desta forma, no presente trabalho a pressão na base do projétil, obtida a partir de uma simulação no software PRODAS, é uma função prescrita do tempo. A curva de pressão fornecida pelo PRODAS está ilustrada na Fig. 1. Ademais, a pressão dos gases no interior da arma atuante sobre as paredes do tubo, não é considerada nesta análise.

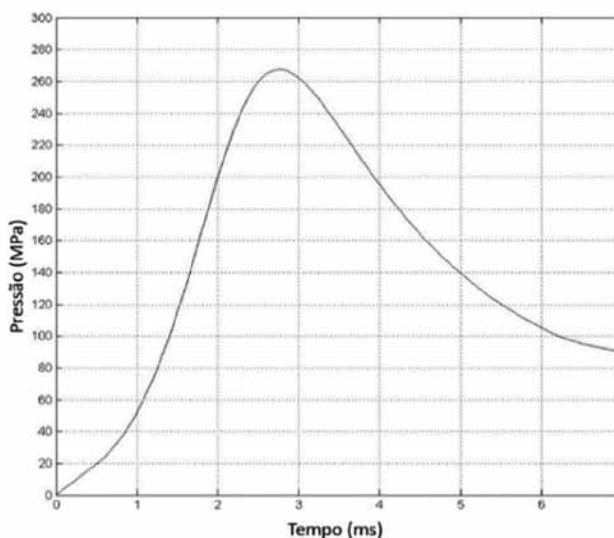


Fig. 1 - Curva de Pressão em função do tempo utilizada na culatra do projétil.

A solução do modelo de dinâmica do projétil fornece os ângulos de arfagem, deriva (ou guinada) e rolagem, bem como a posição espacial do projétil, enquanto a solução do modelo do comportamento do tubo fornece as deformações do tubo ao longo do tempo, permitindo observar que os deslocamentos da boca do tubo.

A simulação da dinâmica de um projétil APFSDS durante a balística interna em um canhão é realizada empregando um modelo 3-D. Os valores apresentados nas Tab. 1 e 2 foram utilizados na modelagem adotada e considerou-se a condição de tiro tenso. Ou seja, o tubo do canhão está na horizontal.

Tabela 1: Parâmetros utilizados no modelo do tubo.

Grandeza	Símbolo	Valor
Massa do tubo	Mt	580 kg
Módulo de elasticidade	E	200 GPa
Massa Específica	ρ	7 g/cm ³
Poisson	ν	0.3
Tensão de Escoamento		1117MPa
Momento de Inércia do tubo na direção x	Jxt	3,74 kgm ²
Momento de Inércia do tubo na direção y	Jyt	748 kgm ²
Momento de Inércia do tubo na direção z	Jzt	748 kgm ²

Fonte:[3,6,10].

Tabela 2: Parâmetros utilizados no modelo do projétil APFSDS 105 mm M735.

Grandeza	Símbolo	Valor
Diâmetro da munição	dm	105 mm
Folga entre o tubo e a munição	gap	0,25 x 10 ⁻³ m
Massa da munição	Mm	5,67204 kg
Módulo de elasticidade do projétil	E	200 GPa
Massa específica	ρ	7 g/cm ³
Poisson	ν	0.3
Módulo de Elasticidade da Cinta de Forçamento	ECF	110 GPa
Densidade da Cinta de Forçamento	ρ_{CF}	3,5 g/cm ³
Coefficiente de Atrito entre a cinta de forçamento e o tubo	μ	0,13
Momento de Inércia na direção x	Jxm	0,0030909 kgm ²
Momento de Inércia na direção y	Jym	0,0482886 kgm ²
Momento de Inércia na direção z	Jzm	0,0482886 kgm ²

Fonte:[8,7,11].

O modelo geométrico da arma [10] é reportado na Fig. 2, representando um canhão 105 mm com alma lisa e com folga de 0,25 mm [8] entre o projétil e o tubo do canhão.

O tubo é considerado engastado em uma extremidade e livre na outra, não sendo levado em conta o recuo da arma.

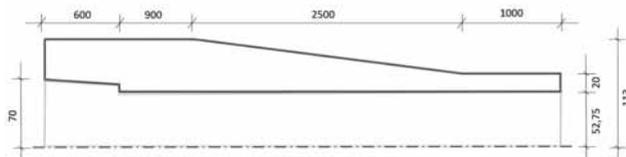


Fig. 2 - Geometria da arma dimensões em milímetros.

A geometria utilizada para o modelo do projétil é apresentada na Fig. 3, sendo o raio do projétil 52,5 mm, utilizados no modelo da cinta de turgência e para cinta obturadora, o mesmo raio interno do tubo. Os contatos entre o projétil e a arma foram definidos com uma formulação do tipo penalidade com uma tolerância de penetração de 0,01 mm. É utilizado um coeficiente de atrito dinâmico de 0,13, entre a cinta de obturação e o tubo [11].

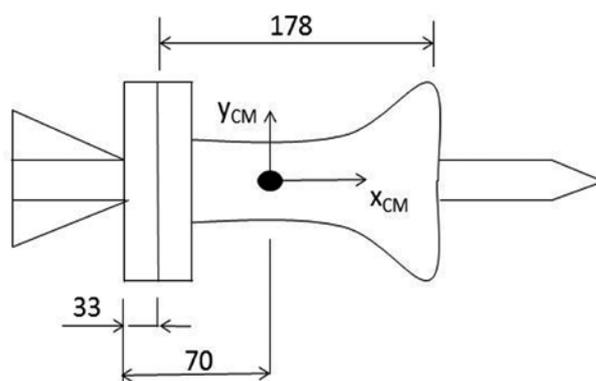


Fig. 3 - Geometria do Projétil. (Dimensões em mm). Fonte:[8].

3. MODELO MATEMÁTICO

Nesta seção é apresentada a formulação matemática para os corpos flexíveis (arma e cinta de forçamento) e para os corpos rígidos (projétil e cinta de turgência), com suas respectivas condições de contorno. Também é apresentado o modelo de contato entre a arma e a cinta de forçamento e entre a arma e a cinta de turgência.

Para os corpos flexíveis (cinta de forçamento e a arma) são utilizadas as Eqs. 1 a 3.

$$\rho \ddot{u}_i = f_i^B + \sigma_{ji,j} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{j,i} + u_{i,j}), \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2 \frac{E}{2(1+\nu)} \varepsilon_{ij}, \quad (3)$$

Onde

f_i^B é o vetor de forças de corpo,

σ é o tensor de tensões,

u_i é o vetor deslocamento,

ε é a matriz de deformações,

E é o módulo de Young,

ν é o coeficiente de Poisson.

Sendo $\delta_{ij}=0$ quando $i \neq j$, e $\delta_{ij}=1$ quando $i=j$.

Para arma são utilizadas as condições de contorno apresentadas nas Eqs. 4 a 5, ilustradas pela Fig. 4:

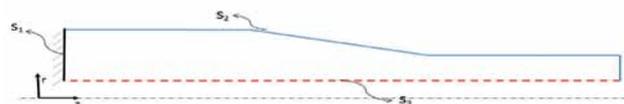


Fig. 4 - Modelo da arma para condições de contorno.

$$u_i(x)=0, \quad x \in S_1; \quad i, j=1, 2, 3 \quad (4)$$

$$\sigma_{ji} n_j = f_i^s = 0, \quad x \in (S_2 \cup S_3); \quad i, j=1, 2, 3 \quad (5)$$

A condição de contorno apresentada na Eq. 5, só será utilizada para toda a superfície S_3 quando não houver o contato entre a cinta de turgência e a arma. O mesmo procedimento se aplica à cinta de forçamento e a arma. Quando houver con-

tato nesta região ou em parte dela, estas condições de contorno não serão aplicadas na região de contato em vez disso os esforços devido ao contato serão computados.

As condições de contorno para a cinta de forçamento são apresentadas nas Eqs. 6 e 7 conforme ilustrado na Fig. 5.

$$u_{CF}(x) - u_p(x) = 0, \quad x \in \Gamma_d; \quad (6)$$

$$\sigma_{ji} n_j = f_i^s = 0, \quad x \in \Gamma_b \text{ e } x \in \Gamma_d; \quad i, j=1,2,3$$

Para a superfície Γ_d , esta equação só é válida quando não houver contato.

$u_{CF}(x)$ é o vetor deslocamento da cinta de forçamento na posição x ,

$u_p(x)$ é o vetor deslocamento do projétil na posição x .

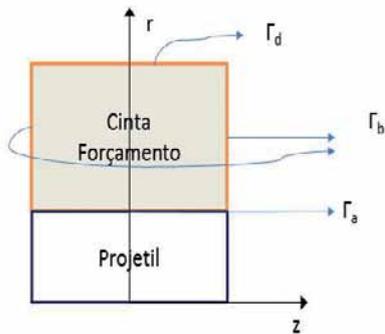


Fig. 5 - Modelo da cinta de forçamento para condições de contorno.

Para formulação do contato normal, é necessário encontrar os pontos de menor distância entre as superfícies que poderão entrar em contato. O caso apresentado na Fig. 6 é entre a arma e a cinta de turgência, embora este conceito seja utilizado em todos os contatos deste trabalho.

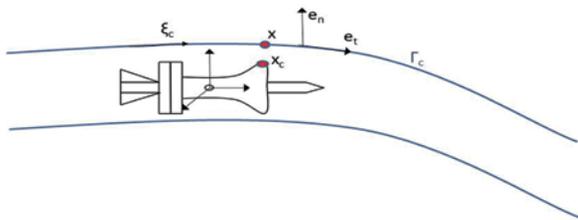


Fig. 6 - Modelo de contato para arma e cinta de turgência.

A Eq. 8 tem como objetivo encontrar o ponto x_c localizado na superfície da cinta de turgência, tal que, ele seja a menor distância do ponto x localizado na superfície da arma.

$$\varphi(\xi_c) = (x - x_c(\xi_c))^T e_t(\xi_c) = 0 \quad (8)$$

φ é a função de busca de contato,

x é o vetor posição de um ponto na superfície da arma, x_c é o vetor posição de um ponto na superfície da cinta de turgência,

e_t é o vetor unitário tangente à superfície da arma,

O contato normal deve satisfazer as seguintes condições [12]:

a) condição de impenetrabilidade,

$$u^T e_n + g_n \geq 0 \quad (9)$$

$$g_n = (x - x_c(\xi_c))^T e_n(\xi_c) \geq 0, \quad x \in \Gamma_c \quad (10)$$

u é o vetor deslocamento,

g_n é a função de folga normal,

e_n é o vetor unitário normal a superfície da arma.

b) a tensão devido à força de contato deve ser positiva,

$$\sigma_n \geq 0, \quad x \in \Gamma_c \quad (11)$$

c) a condição de consistência,

$$\sigma_n (u^T e_n + g_n) \geq 0 \quad (12)$$

Esta condição indica que, quando os pontos x e x_c estão em contato, a diferença entre eles é zero. Nesta situação temos $\sigma_n \neq 0$, e, quando eles estão afastados, não há contato, então $\sigma_n = 0$.

A mesma formulação, apresentada nas Eqs. 8 até 12, é utilizada para obter a região de contato utilizando o ponto x na cinta de turgência e o ponto x_c na arma, sendo os eixos normal, e_n , e tangencial, e_t , à superfície da cinta de turgência.

Para o contato entre a arma e a cinta de forçamento também são utilizadas as Eqs. 8 a 12, utilizando a arma como a superfície cuja direção normal ao ponto x é e_n , depois utilizando a superfície da cinta de forçamento como a superfície cuja normal é utilizada para medir a menor distância entre as superfícies de contato.

O contato tangencial, entre a cinta de forçamento e a arma, deve obedecer às seguintes condições consideradas nas Eqs. 13 a 15 [12]:

a) condição de não escorregamento,

$$f_t - \mu f_n < 0, \quad u_{rel} = 0 \quad (13)$$

b) condição de escorregamento,

$$f_t - \mu f_n = 0 \quad u_{rel} > 0 \quad (14)$$

c) condição de consistência,

$$u_{rel} (f_t - \mu f_n) = 0 \quad u_{rel} > 0 \quad (15)$$

Onde

f_n é o vetor de força de contato normal,

f_t é o vetor de força tangencial,

u_{rel} é o deslocamento relativo entre as duas superfícies na direção tangencial,

μ é o coeficiente de atrito entre as superfícies.

A formulação para os corpos rígidos, projétil e cinta de turgência, é apresentada nas Eqs. 16 a 20, e ilustrada na Fig. 7.

$$\sum_{j=1}^3 {}^i F_j = \frac{d}{dt} (m_i a^i) \quad (16)$$

${}^i F_j$ é o vetor de forças no sistema de referência inercial nas direções $j=1,2,3$,

m_i é a matriz de massa,

a^i é a aceleração do centro de massa do projétil no sistema inercial.

$$\sum_{j=1}^3 {}^i F_j = m_i (a_A + {}^i \dot{\omega} \times {}^i r_{AB} + {}^i \omega \times ({}^i \omega \times {}^i r_{AB}) + 2 {}^i \omega \times {}^i v_{rel} + {}^i a_{rel}) \quad (17)$$

I^ω é a velocidade angular do projétil no sistema inercial,
 r_{AB} é a distância entre os pontos A e B medida no sistema inercial,
 I^{vrel} é a velocidade relativa entre os pontos A e B no sistema inercial,

$I^{a rel}$ é a aceleração relativa entre A e B no sistema inercial.

Como o corpo é rígido e não há variação da distância entre os pontos A e B, os dois últimos termos da equação são nulos.

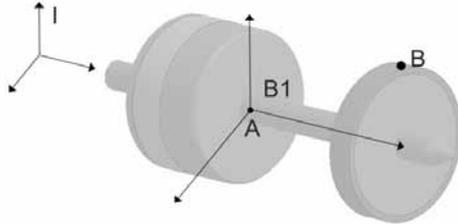


Fig. 7- Modelo para equacionamento do Projétil.

$$\sum_{j=1}^3 I F_j = m_I (a_A + I \dot{\omega} \times I r_{AB} + I \omega \times I \omega \times r_{AB}) \quad (18)$$

$$\sum_{j=1}^3 I F_j = F_P + F_B + F_{reação} + F_{cont} \quad (19)$$

F_P é o vetor de força devido à pressão,

F_B é o vetor de força devido à gravidade,

$F_{reação}$ vetor de força de reação entre o projétil e a cinta de forçamento,

F_{cont} é o vetor de força de contato entre o tubo e a cinta de turgência.

Segundo a equação de variação da quantidade de movimento angular, temos:

$$\sum_{j=1}^3 B_n M_{Ai} = B_n I_A \frac{d}{dt} (B_n \omega) + B_n \Omega \times (B_n I_A \times B_n \omega) + m_{Bn} \rho_A^* \times B_n a_A \quad (20)$$

$B_n M_{Ai}$ momentos provocados pelas forças externas e de reação,

$B_n I_A$ é o tensor de inércia do corpo, calculado em relação ao ponto A no sistema móvel B_n ,

$\frac{d}{dt} (B_n \omega)$ é a derivada do vetor velocidade angular absoluta do corpo no sistema móvel B_n ,

$B_n \Omega$ é o vetor aceleração angular absoluta na base B_n ,

m é a massa total do corpo,

$B_n \rho_A^*$ é o vetor posição do ponto A até o centro de massa do corpo,

$B_n a_A$ é a aceleração linear absoluta do ponto A na base móvel B_n .

4. SOLUÇÃO NUMÉRICA

Aplicando o princípio dos trabalhos virtuais na equação de equilíbrio estático, Eq. 21, e utilizando o teorema do divergente, obtemos a Eq. 22 [12].

$$f_i^{B+} + \sigma_{ij,j} = 0 \quad (21)$$

$$\int_V \delta \epsilon_{ij}^T \sigma_{ij} dV = \int_V \delta d^T f_i^B dV + \int_S \delta d^T f_i^S dS \quad (22)$$

f_i^B são as forças de volume na direção i ,

f_i^S são as forças de superfície na direção i ,
 $\delta d_s, \delta d_i$ são os vetores de deslocamentos virtuais,
 $\delta \epsilon$ é o vetor de deformações virtuais.

Aplicando o princípio de D'Alembert pode-se generalizar a Eq. 22 para a análise dinâmica, considerando os efeitos de inércia como forças de volume adicionais, Eq. 23. Pode-se obter a equação de equilíbrio dinâmico, considerando também os esforços localizados, Eq. 24.

$$f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (23)$$

Sendo ρ a massa específica e \ddot{u}_i a aceleração.

$$\int_V \delta \epsilon^T \sigma dV = \int_V \delta d^T f_v dV + \int_S \delta d^T f_s dS - \int_V \delta d^T \rho \ddot{u}_i dV + \sum \delta d_i^T F_i \quad (24)$$

Aplicando o método de elementos finitos, dentro de cada elemento, a solução será aproximada na forma de polinômio, conforme Eq. 25.

$$u(x, y, z) = \sum_{I=1}^n h_I(x, y, z) U_I \quad (25)$$

Tal que:

u é o deslocamento em qualquer ponto do elemento,

U é o vetor de três componentes de deslocamentos nodais, U_i, V_i, W_i , de nós da malha de elementos,

h_I é a função de interpolação de deslocamento do nó I ,

n é o número de nós do elemento.

A função de interpolação para o elemento tridimensional é apresentada nas Eqs. 26 e 27.

$$h_I(x, y, z) = l_I(\xi) \cdot l_I(\eta) \cdot l_I(\zeta) \quad (26)$$

$$l_I(r) = \frac{(r - r_0)(r - r_1) \dots (r - r_{j-1})(r - r_{j+1}) \dots (r - r_n)}{(r_j - r_0)(r_j - r_1) \dots (r_j - r_{j-1})(r_j - r_{j+1}) \dots (r_j - r_n)} \quad (27)$$

$l_I(r)$ é o polinômio de Lagrange da variável r , utilizado para obter a função de interpolação do nó I de um elemento, ξ, η e ζ são as coordenadas naturais do sistema parametrizado.

A matriz H do elemento pode ser obtida através da Eq. 28.

$$H = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & h_2 & 0 & 0 & \dots & h_n & 0 & 0 \\ 0 & h_1 & 0 & 0 & h_2 & 0 & \dots & 0 & h_n & 0 \\ 0 & 0 & h_1 & 0 & 0 & h_2 & \dots & 0 & 0 & h_n \end{bmatrix} \quad (28)$$

A relação de deformação e deslocamento é obtida pela Eq. 29 que relaciona o deslocamento nodal com a deformação do elemento através da matriz B .

$$\epsilon(x, y, z) = \sum_{I=1}^n B_I(x, y, z) U_I \quad (29)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & \dots & h_n & 0 & 0 \\ 0 & h_1 & 0 & \dots & 0 & h_n & 0 \\ 0 & 0 & h_1 & \dots & 0 & 0 & h_n \end{bmatrix} \quad (30)$$

Onde B é a matriz de deslocamento-deformação obtida pela derivada da matriz H conforme apresentado na Eq. 30.

As tensões são relacionadas com as deformações através da Eq. 31.

$$\sigma = C \varepsilon + \sigma^{(m)} \quad (31)$$

σ é o tensor de tensões do elemento,

C é a matriz de elasticidade,

$\sigma^{(m)}$ é a tensão inicial no elemento m.

Considerando que a Eq. 22 é válida dentro de cada elemento, pode-se obter a equação para todos os elementos por meio do somatório das equações de equilíbrio para cada elemento conforme apresentado na Eq. 34. Considerando que os deslocamentos e deformações virtuais assumem as mesmas aproximações que as Eqs. 25 e 29, temos:

$$\delta d = \sum_{i=1}^n h_i(x, y, z) \delta U_i \quad (32)$$

$$\delta \varepsilon(x, y, z) = \sum_{i=1}^n B_i(x, y, z) \delta U_i \quad (33)$$

Substituindo as Eqs. 25, 29, 32 e 33 na Eq. 24, temos:

$$\delta U^T \left[\sum_V H^T \rho H dV \right] \ddot{U}_i + \delta U^T \left[\sum_V B^T C B dV \right] U = + \delta U^T \left[\sum_V \delta H^T f_v dV + \sum_S H^T f_s dS + \sum_V B^T \sigma^l dV + \sum \delta d_i^T F_i \right] \quad (34)$$

Simplificando obtém-se a seguinte forma:

$$M \ddot{U} + K U = R \quad (35)$$

$$R = R_B + R_S + R_I + R_C \quad (36)$$

$$M = \sum_V H^T \rho H dV \quad (37a)$$

$$K = \sum_V B^T C B dV \quad (37b)$$

$$R_B = \sum_V H^T f_v dV \quad (37c)$$

$$R_S = \sum_S H^T f_s dS \quad (37d)$$

$$R_I = \sum_V B^T \sigma^l dV \quad (37e)$$

$$R_C = \sum \delta d_i^T F_i \quad (37f)$$

M é a matriz de massa do sistema global,

K é a matriz de rigidez do sistema global,

RB é o vetor de força de corpo do sistema global,

RS é o vetor de força de superfície do sistema global,

R_I é o vetor de força correspondente as tensões iniciais,

R_C é a força nodal concentrada.

As integrais obtidas nas equações acima são resolvidas empregando um método de integração numérica, e neste trabalho é utilizado o método de quadratura de Gauss para um sistema parametrizado transformando estas integrais em um somatório, através de pesos e pontos de integração. A aproximação da integral no caso tridimensional já parametrizada é apresentada na Eq. 38.

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta = \sum_{i=1}^{NG} \sum_{j=1}^{NG} \sum_{k=1}^{NG} \omega_i \omega_j \omega_k f(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) \quad (38)$$

Tal que:

ξ_i, η_j e ζ_k são os valores dos pontos de integração nas direções i, j e k,

ω_i, ω_j e ω_k são os pesos nas direções i, j e k.

NG é a quantidade de pontos de Gauss para cada direção.

4.1 Análise estática

Esta análise é utilizada para obter a deformação do tubo antes do disparo, conforme apresentado na Eq. 22. Utilizando as Eqs. 25 e 29, obtemos a Eq. 39, onde R e K são dados pelas Eqs. 36 e 37.

$$K U = R \quad (39)$$

4.2 Integração no tempo

Face às escalas temporais associadas aos fenômenos de balística interna, um esquema explícito de integração no tempo foi adotado. Ademais, para que o problema possa ser resolvido de forma desacoplada, ele deve satisfazer às seguintes condições: a matriz de amortecimento do sistema deve ser negligenciada; e a matriz de massa deve ser diagonal.

Desta forma, são obtidos os coeficientes da matriz de massa consistente do elemento, M_{ii} e, em seguida, é calculada a massa do elemento, M_e .

$$M_{ii} = \sum_V H_i^T \rho H_i dV \quad (40)$$

$$M_e = \sum_V \rho dV \quad (41)$$

Com isso são obtidos os valores de m_{ii} que são os coeficientes da diagonal principal da matriz de massa diagonalizada.

$$m_{ii} = M_e \frac{M_{ii}}{\sum_i M_{ii}} \quad (42)$$

O método de diferenças centradas é apresentado nas Eqs.

43 e 44, sendo o erro de aproximação da ordem de Δt^2 [12].

$$\ddot{u}^t = \frac{U^{t-\Delta t} - 2U^t + U^{t+\Delta t}}{\Delta t^2} \quad (43)$$

$$\dot{u}^t = \frac{U^{t+\Delta t} - U^{t-\Delta t}}{2\Delta t} \quad (44)$$

Considerando a Eq. 35 no tempo t tem-se:

$$M\ddot{U} + KU = R^t \quad (45)$$

Para determinação de $U^{t+\Delta t}$ é necessário ter os valores de U^t e $U^{t-\Delta t}$. Para $t=0$ o valor de U^0 e \dot{U}^0 são conhecidos e \ddot{U}^0 pode ser calculado pela Eq. 45.

Para calcular $U^{-\Delta t}$ deve-se utilizar a Eq. 47.

$$\frac{M}{\Delta t^2} U^{t+\Delta t} = R^t + \left[2 \frac{M}{\Delta t^2} - K \right] U^t - \frac{M}{\Delta t^2} U^{t-\Delta t} \quad (46)$$

$$U^{-\Delta t} = U^0 - \Delta t \dot{U}^0 + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{U}^0 \quad (47)$$

Com os deslocamentos calculados, podem-se obter as acelerações e velocidades por meio das Eqs. 43 e 44.

4.3 Estabilidade da solução

Para garantir estabilidade e precisão da solução, o tamanho do passo de tempo utilizado na integração explícita no tempo é limitado pela condição de Courant-Friedrichs-Levy. [12].

Então, o critério de passo de tempo para que a solução seja estável é apresentado na Eq. 48.

$$\Delta t \leq f \left[\frac{L_e}{c} \right]_{\min} \quad (48)$$

Onde Δt é o incremento de tempo, f é o fator de estabilidade do passo de tempo, L_e é a dimensão característica de um elemento e c é a velocidade do som local no material em um elemento.

$$L_e = \frac{V_e}{A_{e_{\max}}} \quad (49)$$

Tal que, V_e é o volume do elemento e A é a área do maior lado do elemento e a velocidade do som pode ser expressa por

$$c = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}} \quad (50)$$

Na Eq. 50, E é o módulo de Young, ν é a razão de Poisson e ρ a massa específica.

4.4 Escolha do material

Ao utilizar o material rígido para o projétil ou para o tubo são desconsideradas as deformações dos elementos da sua malha, isto é, não há deslocamento relativo entre os nós dos elementos. Todos os graus de liberdade dos nós no corpo são acoplados com o centro de massa do corpo. Consequentemente,

eles têm somente seis graus de liberdade desconsiderando o número de nós que o definem. As propriedades, tais como, massa, e a inércia do projétil são definidas no centro de massa do corpo.

O elemento que recebe o material rígido não é utilizado para o cálculo do passo de tempo, porém para o cálculo da rigidez do contato suas propriedades serão utilizadas caso haja contato.

O material flexível é utilizado para o tubo e para a cinta de reforço; neste caso os graus de liberdade dependerão do elemento escolhido, obtendo a quantidade total através dos nós da malha.

4.5 Escolha do elemento e estudo da malha

Neste trabalho todos os elementos são sólidos, hexaédricos ou tetraédricos. Para os corpos rígidos, tubo e cinta de turgência, considerou-se elemento sólido tipo 1, hexaédrico linear com um ponto de integração. Para o projétil é considerado o elemento tipo 13, tetraédrico, também linear, devido ao carregamento de pressão.

Para os corpos considerados flexíveis, é utilizado o elemento sólido tipo 3 que tem polinômio interpolador quadrático e cada nó com graus de liberdade de translação e rotação.

A convergência da malha de elementos finitos é apresentada na Fig. 8. Isto é feito para que o modelo possa ser capaz de simular o comportamento dinâmico da estrutura com precisão satisfatória e o menor tempo computacional possível.

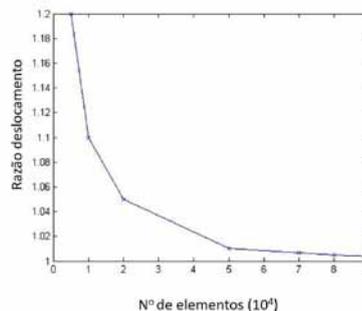


Fig. 8 - Análise de convergência da malha.

O refinamento da malha se deve ao pequeno deslocamento do projétil nas direções lateral e vertical devido à folga entre o tubo e o projétil. Para obter o tamanho do elemento, foi considerado o passo de tempo utilizado no cálculo de cada iteração. Além disso, também foi considerada uma malha compatível com a geometria dos corpos, sendo possível detectar a penetração, que deve ser considerada pequena comparada à folga.

No caso mais simples, onde a deformação pode ser desprezada, utiliza-se o elemento menos custoso computacionalmente, com interpolação linear.

Optou-se por utilizar funções de interpolação quadrática, para obter um modelo com menos elementos para os corpos flexíveis (tubo e cinta de reforço).

4.5 Tipos de contato

Os contatos podem ser na direção normal e/ou tangencial. O contato normal é utilizado para avaliar quando ocorre penetração entre dois corpos e o contato tangencial é utilizado quando ocorre atrito entre os corpos. Não é objeto de estudo

deste trabalho obter o comportamento e esforços no início do disparo. Logo, será levado em conta apenas o atrito dinâmico entre os corpos.

O método de penalidade é o algoritmo de contato mais utilizado e consiste na verificação da penetração do nó do corpo 1 através de uma superfície, corpo 2. Se o nó do corpo 1 não penetrar, nada é feito. Se o nó penetrar uma força de interface é aplicada entre o nó do corpo 1 e o seu ponto de contato. A magnitude desta força é proporcional à profundidade de penetração e a rigidez do contato, sendo o mesmo princípio de uma mola sobre pressão. A Fig. 9 ilustra este comportamento [12, 13].

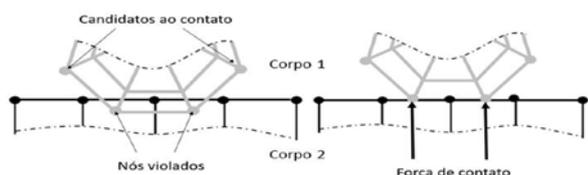


Fig. 9 - Ilustração do contato quando uma superfície penetra em outra e gera uma força de repulsão.

Neste trabalho, o elemento utilizado é o elemento sólido. A sua formulação de contato utilizada pelo LS-DYNA [13,14] é o

$$k = lsfac \cdot sf \cdot K \cdot \frac{A^2}{V} \quad (49)$$

Onde lsfac é o fator de escala global, sf é o fator de escala local, K é o módulo volumétrico ou “bulk modulus”, A é o segmento de área e V é o volume do elemento.

5. RESULTADOS

As condições iniciais e o material são apresentados na TAB. 3. Nesta tabela, a letra A considera o tubo rígido e a letra B o tubo flexível enquanto os números 1 e 2 identificam a ocorrência ou não de desvios do centro de massa.

Tabela 3: Estudo de casos e condições iniciais.

CASOS	1A	1B	2A	2B
Tubo	rígido	flexível	rígido	flexível
Desvio de CM vertical (mm)	0	0	-0,26	-0,26

5.1 Caso 1

Na Fig. 10 é apresentado o deslocamento do centro de massa (CM) do projétil com tubo rígido (caso 1A, indicado na Tab. 3) e com tubo flexível (caso 1B, indicado na Tab.3), ambos com projétil sem desvio do centro de massa.

Com o tubo rígido, o centro de massa do projétil se desloca para baixo até o projétil entrar em contato com o tubo e ter sua trajetória modificada. Observa-se apenas uma colisão do projétil com o tubo. Por outro lado, com o tubo flexível, o projétil passa a ter uma trajetória curvilínea onde é gerada uma força centrípeta que o impulsiona para fora da curva, causando assim o batimento na parte superior interna do tubo. Neste caso projétil colidiu com o tubo duas vezes, em 4,6 ms e 5,9 ms.

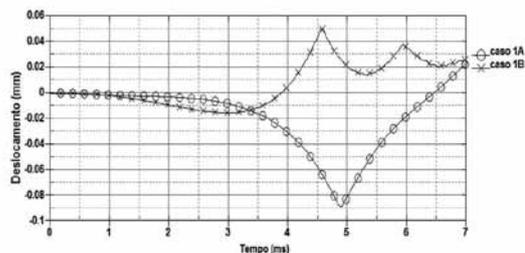


Figura 10 - Deslocamento do CM do projétil direção Y.

A Fig. 11 apresenta o deslocamento do CM do projétil na direção z. Observa-se um maior desvio na direção z para o tubo flexível em comparação com o tubo rígido.

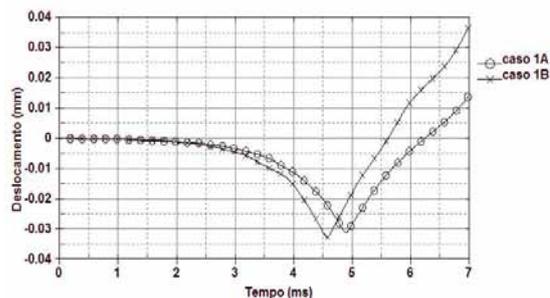


Fig. 11 - Deslocamento do CM do projétil na direção Z.

As Figs. 12 e 13 mostram como variam os ângulos de arfagem e deriva que revelam a orientação do projétil ao longo do tempo e em especial o ângulo que o projétil faz com a linha de centro do tubo ao final da balística interna.

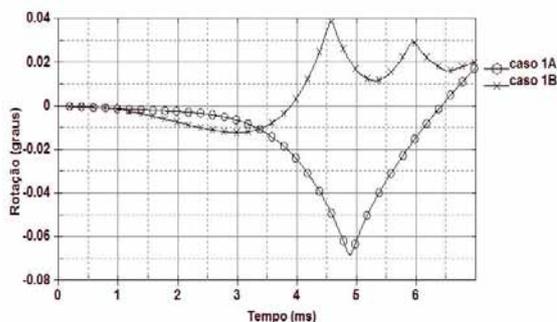


Fig. 12 - Arfagem do projétil.

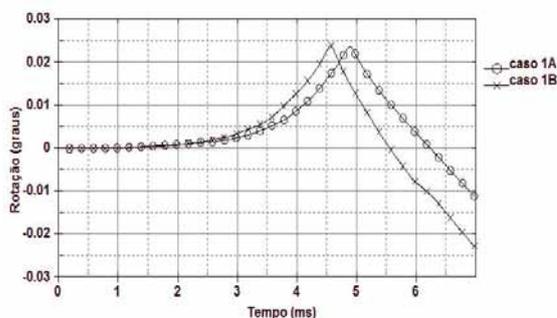


Fig. 13 - Deriva do projétil.

5.2 Caso 2

Na Fig. 14 observa-se que ao deslocar o CM do projétil, na condição inicial, ele passa a entrar em contato mais rapidamente com o tubo e tem sua frequência de batimento aumentada. Isto se deve ao momento provocado pela força, que

é originada da pressão dos gases. Esta força está localizada no centro geométrico da parte traseira do projétil. Como o momento é dependente da distância entre o centro geométrico e o centro de massa, um pequeno desvio causará um momento capaz de modificar a trajetória do projétil. Por esta mesma razão, o primeiro contato é obtido em 1,93 ms e no primeiro caso, onde o projétil não tem o seu centro de massa deslocado, o primeiro contato se dá em 4,8 ms. A amplitude e período de batimento aumentam devido à aceleração do projétil. A frequência de batimento não é constante ao longo do tubo e varia de 1333 Hz a 1000 Hz.

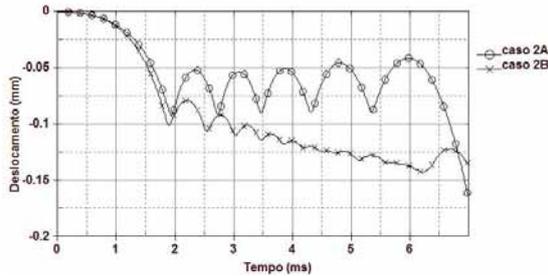


Fig. 14 - Deslocamento do CM do projétil na direção Y.

Ao compararmos o tubo flexível com o rígido verificamos que o batimento sofre um decréscimo na sua amplitude caracterizando um tipo de amortecimento, isto é parte da energia transmitida no impacto é absorvida pelo tubo, através da sua deformação a cada impacto.

É importante observar que o projétil passa a ter um aumento da amplitude de deslocamento quando está próximo da boca do tubo em aproximadamente 6,2 ms. Isto se deve ao movimento da boca do tubo, interagindo com o projétil que se movimenta em direção oposta. Sendo assim, parte desta energia é transferida para projétil, movimentando ele para cima.

Embora a amplitude seja muito pequena, podendo ser desprezível, o deslocamento na direção z nos informa que o projétil colide com a parte interna do tubo tanto na região negativa, em aproximadamente 2 ms, quanto que na positiva, nos pontos de picos, conforme apresentado na Fig. 15.

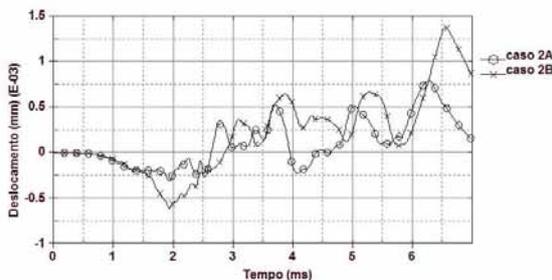


Fig. 15 - Deslocamento do C.M do projétil na direção Z.

As Figs. 16 e 17 apresentam como os ângulos de arfagem

e deriva variam até sair do tubo. Eles são importantes para verificação da posição do projétil ao sair do tubo.

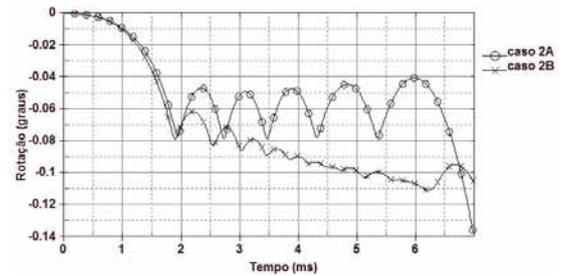


Fig. 16 - Rotação do projétil na direção Z.

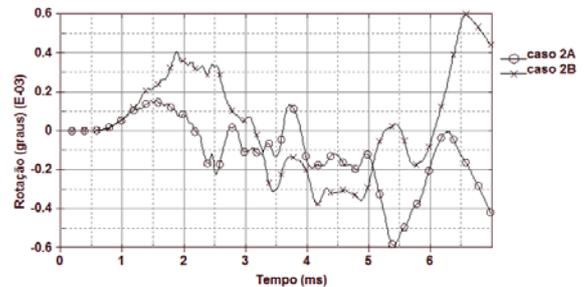


Fig. 17 - Rotação do projétil na direção Y.

6. CONCLUSÕES

O presente trabalho se dedica a dinâmica da interação tubo-projétil, investigando os efeitos da flexibilidade do tubo da arma; o deslocamento da boca do tubo e o deslocamento do centro de massa do projétil.

Os resultados indicam que a flexibilidade do tubo aumenta a frequência do batimento, porém diminui a amplitude do deslocamento do centro de massa do projétil, bem como sua rotação. O tubo flexível dissipa a energia do choque entre o projétil e o tubo, atuando como um amortecedor do movimento do projétil.

O deslocamento da boca do tubo interfere na condição de lançamento do projétil, sendo relevante para o início da balística externa. Portanto, o batimento e o deslocamento da boca do tubo estão associados à precisão e à acurácia do tiro.

O desbalanceamento de massa do projétil na direção vertical provocou um aumento na frequência de batimento, promovendo um movimento vertical predominante, sendo desprezíveis os movimentos laterais. Ademais, o desbalanceamento de massa resultou ainda na diminuição do ângulo de guinada. O aumento da frequência de batimento pode provocar deslocamentos significativos na boca do tubo que podem causar alterações da trajetória próxima à boca do tubo.

Conclui-se finalmente que a simulação numérica da interação tubo-projétil é uma ferramenta relevante para a compreensão dos fenômenos da interação tubo-projétil durante a balística interna.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Carlucci D. E., Jacobson S. S. Ballistics: theory and design of guns and ammunition, Taylor & Francis Group, LLC, ISBN-13: 978-1-4200-6618-0, 2008. 501 p.
- [2] Farrar C.L., Leeming D. W. Military Ballistics - A basic manual, Pergamon Press Inc., 1983.
- [3] Sneck Henry J. Main battle tank flexible gun tube disturbance model: three-segment model, US Army Armament Research Development and Engineering Center, 2002, 22p.
- [4] Ansari K. A., Bauch J. W. Jr. Dynamics of a balloting projectile in a moving gun tube, US Army Ballistic Research Laboratory, AMSRL-WT-PD, Aberdeen Proving Ground, MD 21005-5066, 1988, 91 p.
- [5] Eches N. Modelling of the dynamics of a 40 mm gun and ammunition system during firing, 7th European LS-DYNA Conference, 2009, 14 p.
- [6] Wilkerson S. A., Hopkins, D. A. Analysis of a Balanced Breech System for the M1A1 Main Gun System Using Finite Element Techniques, Army Research Laboratory, AMSRL-WT-PD, Aberdeen Proving Ground, MD 21005-5066, 1994, 35 p.
- [7] Rabern, D. A. Axially accelerated sabot rods subjected to lateral forces, Thesis PhD Degree, The University of Arizona, 1988.
- [8] Leite T. M. Jr Modelagem da dinâmica de um canhão de carro de combate durante o tiro, Dissertação de Mestrado, INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA, Rio de Janeiro, 2015.
- [9] Soencksen K. P., Newill J. F., Garner J. M., And Plostins P. Comparison of the 120-mm M831A1 projectiles experimental launch dynamic data with hydrocode gun-projectile dynamic simulations, 10th U.S. Army Gun Dynamics Symposium, April 23-26, 2001, Austin, Texas, p. 200-212.
- [10] Hasenbein R., Hyland E. Dynamic Strain Waves and Permanent Bore Enlargement, Proceedings of the seventh U.S. army symposium on gun dynamics, NEWPORT, RHODE ISLAND, 1993, 504 p.
- [11] Langlet, A. Chevalier O. Sanseigneur L. F., Mecanique et Interactions en Dynamique Rapide Sous Chargements Variables . Assessment of the Lifetime of Gun Barrels Under High-Speed Moving Loads, Sciences de l'ingenieur [physics]. UNIVERSITE D'ORLEANS, 2015
- [12] Bathe K.J. Finite Element Procedures, Prentice-Hall, 1996.
- [13] Kim Nam-Ho, Introduction to nonlinear finite element analysis, Springer, 2015.
- [14] LS-DYNA®, Livermore Software Technology Corporation, Theory manual, 2014.
- [15] LS-DYNA®, Livermore Software Technology Corporation, Keyword user's manual, vo.1, 2014.
- [16] LS-DYNA®, Livermore Software Technology Corporation, Keyword user's manual, vo.2, 2014.
- [17] Newill J.F., Guidos B. J., And Livecchia, comparison between the M256 120-mm tank cannon jump test experiments and ARL's gun dynamics simulation codes for prototype KE, , 10th U.S. Army Gun Dynamics Symposium, April 23-26, 2001, Austin, Texas, p. 160-175.
- [18] Chen, M.M. Projectile balloting attributable to gun tube curvature, Shock and Vibration 17, 2010, 39-53.
- [19] United States Army, Elements of Armament Engineering, Part Two, Ballistics, Army Materiel Command Engineering Design