

Comparativo de desempenho de algoritmos de localização de emissores de RF baseados apenas em medidas de marcação

Edilson C dos Santos, José A. Apolinário Jr. e José C A dos Santos

Instituto Militar de Engenharia (IME)
Praça General Tibúrcio, 80, 22290-270,
Praia Vermelha, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

RESUMO: Neste artigo o problema de localização de alvos baseados apenas em marcações é investigado para o caso no qual se presume que as posições dos observadores são conhecidas, exatamente ou sujeitas a erros de posicionamento. Os desempenhos dos algoritmos de localização de emissores eletromagnéticos são comparados em alguns cenários táticos navais. Com o intuito de estimar a posição do alvo, são utilizadas apenas as medidas de ângulo de chegada, ou marcação, do sinal transmitido do alvo para o observador. Presume-se que não apenas as medidas de marcação são corrompidas por ruído mas também a posição exata do observador pode não ser conhecida, os erros de posicionamento sendo modelados como ruído aditivo branco. As simulações, com a finalidade de estimar a posição de um alvo fixo no mar, são realizadas com a utilização dos algoritmos Mínimos Quadrados (Least Squares - LS), Mínimos Quadrados Total (Total Least Squares - TLS), Transformada de Hough Generalizada (Generalized Hough Transform - GHT), Filtro de Kalman Sem Rasto (Unscented Kalman Filter - UKF) e Minimax. Considera-se que as medidas de ângulos de chegada são feitas por aeronaves tripuladas ou não tripuladas em missões de patrulha. Adicionalmente, este artigo apresenta uma interpretação geométrica para alguns desses algoritmos.

PALAVRAS-CHAVE: Localização de emissores. Ângulos de chegada. Least squares. Generalized Hough Transform. Filtro de Kalman.

ABSTRACT: In this paper the problem of bearing-only target localization is investigated for the case where observer positions are assumed known, exactly or subject to positioning errors. The performances of electromagnetic emitter location algorithms are compared in a few given specific naval tactical scenarios. In order to estimate the target position, only angle of arrival measurements, or bearings, of the transmitted signal from the target to the observers, are used. It is assumed that not only bearing measurements are corrupted by noise but also that the exact position of the observer may not be known, with positioning errors being modeled as additive white noise. The simulations, with the purpose of estimating the position of a fixed target at sea, are carried out using algorithms Least Squares (LS), Total Least Squares (TLS), Generalized Hough Transform (GHT), Unscented Kalman Filter (UKF) and Minimax. Angle of arrival measurements are assumedly obtained by manned or unmanned aircrafts on patrol missions. Additionally, this paper presents a geometric interpretation for some of the algorithms.

KEYWORDS: Target location. Angle of arrival. Least squares. Generalized Hough Transform. Kalman Filter.

1. INTRODUÇÃO

A localização de fontes de RF é de extrema importância em aplicações tanto civis quanto militares, como por exemplo, em comunicações, guerra eletrônica, vigilância, localização e supressão de interferências. Devido ao interesse cada vez maior dos pesquisadores por esta área, há diversos trabalhos na literatura sobre este tema [1].

Com o auxílio do método de triangulação, a estimação da localização de alvos é obtida pelo ponto de intersecção das linhas de marcação medidas pelo observador em diferentes posições. Na ausência de erros nas medidas, a intersecção das linhas ocorre em um único ponto; na presença de erros nas medidas de marcação e posição do observador, uma solução ótima para a triangulação é obtida através de métodos estatísticos [2].

Uma grande parte dos trabalhos científicos presentes na literatura é baseada na assunção de que a posição exata do observador está disponível, como em um dos primeiros trabalhos realizados para a localização de alvos em [3], onde o autor apresentou o estimador weighted least squares (WLS). Em [4] foi proposto o algoritmo total least squares (TLS). Os estimadores maximum likelihood (ML), least squares e weighted least squares foram comparados em [5]. Uma publicação onde o filtro de Kalman é utilizado com o propósito de localizar alvos está em [6]. Outro algoritmo de localização de emissores foi apresentado em [7]-[10], o qual é baseado na transformada de Hough e permite que tipos diferentes de dados, tais como, ângulo de chegada, diferença do tempo de chegada e diferença da frequência de chegada, possam

ser fundidos, melhorando a precisão da localização do alvo. Uma análise da acurácia na localização de um radiotransmissor em um ambiente urbano foi proposto em [11]. Há estudos que levam em consideração as incertezas na posição do observador, como em [2] onde os algoritmos TLS e ML tiveram seus desempenhos comparados. Erros na posição do observador foram também levados em consideração na comparação dos algoritmos ML, LS, TLS e weighted total least squares (WTLS) em [12].

Neste trabalho, os desempenhos dos algoritmos Mínimos Quadrados (Least Squares - LS), Mínimos Quadrados Total (Total Least Squares - TLS), do algoritmo baseado na Transformada de Hough Generalizada (Generalized Hough Transform - GHT), Filtro de Kalman Sem Rasto (Unscented Kalman Filter - UKF) e do algoritmo aqui designado Minimax são analisados. Estes algoritmos utilizam as medidas de marcação do sinal transmitido do alvo para o observador para estimar a posição do alvo. Esses parâmetros foram escolhidos porque os equipamentos de guerra eletrônica utilizados na Marinha do Brasil, como o equipamento MAGE (Medidas de Apoio à Guerra Eletrônica), fornecem tais medidas. Os cenários consistem de um alvo fixo no mar; as medidas de marcação são feitas por navios ou aeronaves tripuladas ou não. É assumido que as medidas de marcação do alvo e da posição do observador são corrompidas com ruído. Adicionalmente, este trabalho apresenta uma interpretação geométrica para alguns destes algoritmos, assim como uma nova função custo para o algoritmo LS que não necessita de nenhum tipo de aproximação para encontrar sua expressão final.

2. GEOMETRIA DO PROBLEMA

A geometria de localização do alvo em duas dimensões é apresentada na Fig. 1. Assume-se neste trabalho que apenas medidas de marcação são utilizadas na localização de um alvo. Seja $a=[a_x, a_y]^T$ as coordenadas a serem estimadas do alvo estacionário. O observador coleta as medidas de marcação em L pontos distintos, cujas coordenadas são representadas por $p_i = [p_{x_i}, p_{y_i}]^T$.

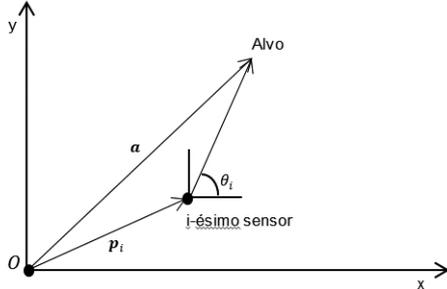


Fig. 1: Geometria da localização de alvos em duas dimensões.

A relação entre o ângulo de marcação, a posição do alvo e as posições do observador na ausência de ruído é dada pela equação não linear a seguir:

$$\theta_i = \tan^{-1} \left(\frac{a_y - p_{y_i}}{a_x - p_{x_i}} \right) \quad (1)$$

É assumido neste trabalho que as medidas de marcação possuem erros modelados por ruído aditivo

$$\tilde{\theta}_i = \theta_i + n_i, \quad n_i \sim N(0, \sigma_i^2) \quad (2)$$

onde n_i é uma variável aleatória Gaussiana com média zero e variância σ_i^2 .

Assume-se que as medidas das posições do observador também estão sujeitas a ruído:

$$p_i = p_{i_0} + n_{p_i}, \quad n_{p_i} \sim N(0, C) \quad (3)$$

onde C é matriz de covariância e os erros nas coordenadas x e y são independentes.

3. ALGORITMOS DE LOCALIZAÇÃO

Nesta seção, são apresentados algoritmos que utilizam somente medidas de marcação para localizar emissores.

3.1 Algoritmo LS

Também conhecido como estimador de Stansfield [3], este algoritmo minimiza uma função objetivo que é a soma dos quadrados das distâncias entre um ponto no plano e as retas representativas das marcações medidas pelo observador. Nas referências [2] e [5], a função custo deste algoritmo é apresentada como soma dos quadrados dos erros das medidas dos ângulos de marcação, que requer uma aproximação do tipo $\tilde{\theta}_i - \theta_i \approx \text{sen}(\tilde{\theta}_i - \theta_i)$. A interpretação geométrica proposta em [13] é precisa por não necessitar de tal aproximação. A Fig. 2. ilustra o cenário onde medidas de marcação são realizadas.

O módulo da distância entre a localização a ser estimada e cada reta representando uma dada marcação pode ser ex-

pressa por:

$$|d_i| = \frac{|(a - p_i) \times u_i|}{|u_i|}$$

onde $u_i = [\cos\theta_i, \text{sen}\theta_i]^T$ é um vetor unitário na reta r_i , ou seja, $|u_i| = 1$. O vetor $a = [a_x, a_y]^T$ possui as coordenadas a serem estimadas do alvo estacionário, $p_i = [p_{x_i}, p_{y_i}]^T$ é um vetor com as coordenadas do observador em $i = 1, 2, \dots, L$ pontos distintos “ x ” e indica produto vetorial. Sendo assim, tem-se:

$$\begin{aligned} |d_i| &= |(a_x - p_{x_i}) \text{sen}\theta_i - (a_y - p_{y_i}) \cos\theta_i| \\ d_i &= (a_x - p_{x_i}) \text{sen}\theta_i - (a_y - p_{y_i}) \cos\theta_i \\ d_i &= [(a_x - p_{x_i}), (a_y - p_{y_i})] [\text{sen}\theta_i, -\cos\theta_i]^T \end{aligned}$$

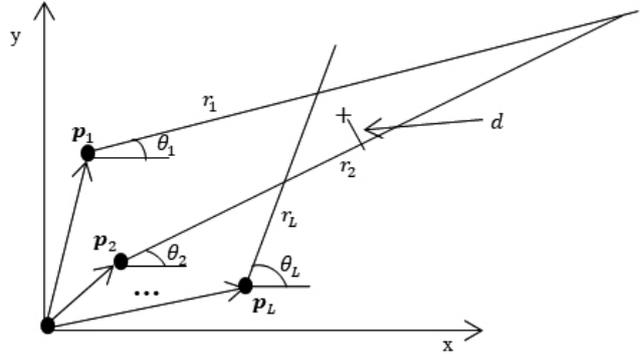


Figura 2: Localização do emissor utilizando medidas de marcação.

Considerando que $\bar{u}_i = [\text{sen}\theta_i, -\cos\theta_i]^T$, tem-se:

$$\begin{aligned} d_i &= (a - p_i)^T \bar{u}_i \\ d_i &= \bar{u}_i^T (a - p_i) \end{aligned}$$

Logo, o vetor distância $[d_1, d_2, \dots, d_L]^T$ é dado por:

$$d = \bar{u}a - \bar{p}^T \quad (5)$$

sendo que,

$$\bar{U} = [\bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots, \bar{u}_L] \text{ e } \bar{p} = [p_1^T, p_2^T, \dots, p_L^T]$$

A função objetivo “ ζ ”, ou custo, de acordo com [13] é representada pela soma dos quadrados das distâncias entre o ponto a ser estimado e as retas que representam as marcações medidas pelo observador, sendo dada pela equação:

$$\zeta = \sum_{i=1}^L d_i^2 = \|d\|^2 \quad (6)$$

Considerando a Equação (6), tem-se que:

$$\zeta = d^T d = (\bar{U}a - \bar{p})^T (\bar{U}a - \bar{p})$$

Em seguida, calculando o gradiente da função custo em relação ao vetor a e igualando o resultado ao vetor nulo, $\bar{\nabla}_a \zeta = 0$, encontra-se a solução LS:

$$\hat{a}_{LS} = (\bar{U}^T \bar{U})^{-1} \bar{U}^T \bar{p} \quad (7)$$

3.2 ALGORITMO TLS

Em [4], o algoritmo TLS foi proposto com o objetivo de estimar a posição de emissores eletromagnéticos. Ele teve seu desempenho comparado ao ML em [2], inclusive levando-se em consideração os erros nas posições dos observadores. Como também, erros nas posições dos observadores

foram considerados na comparação dos algoritmos ML, LS, TLS e WTLS em [12]. O TLS realizou a localização de emissores utilizando medidas de TDOA em [14].

De acordo com [15], o TLS considera que os erros das medidas de marcação, assim como, da posição do observador afetam a matriz A e o vetor b apresentados abaixo. A solução TLS para o problema de localização do emissor é dada por:

$$\hat{a}_{TLS} = (A^T A - \sigma_s^2 I)^{-1} A^T b \quad (8)$$

onde σ_s^2 é o menor valor singular da matriz [A, b]

$$A = \begin{bmatrix} \text{sen}\theta_1 & -\text{cos}\theta_1 \\ \vdots & \vdots \\ \text{sen}\theta_L & -\text{cos}\theta_L \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad b = \begin{bmatrix} p_{x_1} \text{sen}\theta_1 - p_{y_1} \text{cos}\theta_1 \\ \vdots \\ p_{x_L} \text{sen}\theta_L - p_{y_L} \text{cos}\theta_L \end{bmatrix}$$

3.3 ALGORITMO GHT

A estimativa da posição do emissor pode ser obtida através de um algoritmo baseado na transformada de Hough [16]. A GHT é uma transformação matemática que mapeia pontos do espaço de características (*Feature Space* - FS), ou entrada, em curvas no espaço de parâmetros (*Parameter Space* - PS). O algoritmo calcula a posição estimada realizando os seguintes passos [7]-[10]:

- 1) Cria-se uma tabela fixa, ou grade, com os parâmetros (x,y) que precisam ser estimados.
- 2) Em cada ponto da tabela a probabilidade condicional é avaliada, $p(x,y | \beta)$, dada a medida β . O resultado é acumulado na matriz A:

$$A(x,y) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L p(x,y | \beta_i)$$

onde β_i é a i-ésima medida de um total de L.

- 3) A estimativa é tomada como a posição da tabela correspondente ao pico da probabilidade acumulada. A aplicação deste algoritmo com medidas de ângulos de chegada, e assumindo que os erros nas medidas dos mesmos são Gaussianos, a matriz acumulada é dada por:

$$A(x,y) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L e^{-\frac{(\theta_{ci} - \theta_i)^2}{\sigma_{\theta_i}^2}} \quad (9)$$

onde θ_i é ângulo medido pelo i-ésimo receptor, $\theta_{ci} = \tan^{-1} \left(\frac{y - y_i}{x - x_i} \right)$ é o ângulo calculado pelo i-ésimo receptor no ponto (x, y) ao ponto (x_i, y_i) e σ_{θ_i} é o desvio padrão dos erros das medidas dos ângulos para cada receptor.

O espaço de busca é dividido em uma grade regular e (x,y) é restrito a estar em um destes pontos; a probabilidade condicional é avaliada em cada um destes pontos da grade.

3.4 ALGORITMO MINIMAX

Em [13] foi apresentado o algoritmo que estima a posição do alvo minimizando-se as distâncias máximas entre os possíveis pontos de localização do alvo e as retas que representam as marcações medidas pelo observador, desta forma, é encontrada a solução minimax. Uma abordagem mais aprofundada sobre a solução minimax pode ser encontrada em

[17]-[21]. Para o desenvolvimento deste algoritmo, utiliza-se a rotina "fminimax" do software MATLAB®.

Uma interpretação geométrica para este algoritmo pode ser obtida para o caso em que três medidas de marcação estão disponíveis. A posição do alvo estimada, neste caso, é o incentro do triângulo formado pelas três medidas. O incentro é o ponto em que as três bissetrizes do triângulo se cruzam, e fica à mesma distância de todos os lados do mesmo, conforme representado na Fig. 3.

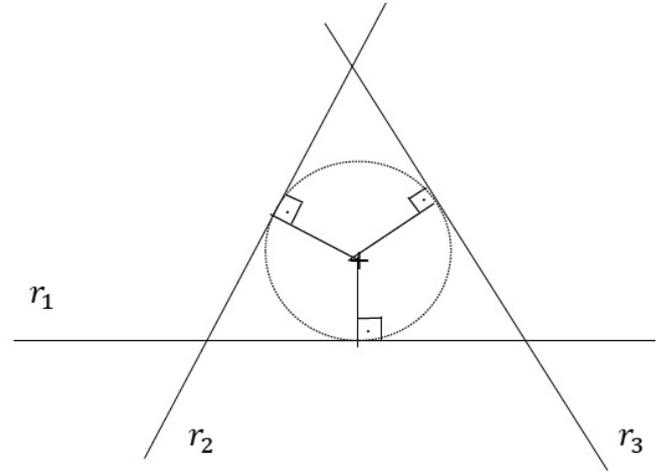


Fig. 3: Interpretação geométrica para o algoritmo Minimax.

3.5 ALGORITMO UKF

A localização do emissor pode ser estimada também através de um algoritmo recursivo como o UKF, que foi primeiro proposto por [22]. Este algoritmo de estimação de estado foi projetado para aplicações não lineares. A ideia básica dele consiste em gerar um número fixo de pontos de teste, ou pontos sigma, de tal modo que a sua distribuição tenha média e covariância iguais à estimativa do estado atual. Em seguida, estes pontos são propagados através da função não linear e uma nova média e covariância são calculadas deste conjunto de pontos transformados [23].

Para o caso onde o ruído do processo e das medidas são aditivos, tem-se:

$$\begin{aligned} X_k &= f(x_{k-1}) + q_{k-1} \\ Z_k &= h(x_k) + r_k \end{aligned} \quad (10)$$

onde $X_k = [x_k, y_k]^T \in \mathbb{R}^2$ é o vetor de estado representando as coordenadas do emissor, $Z_k \in \mathbb{R}^1$ é o vetor de medidas, $q_{k-1} \sim N(0, Q_{k-1})$ é o vetor ruído do processo e $r_k \sim N(0, R_k)$ é o vetor ruído das medidas. O algoritmo calcula a posição estimada conforme descrito a seguir.

No tempo k, gera-se $2n + 1$ pontos sigma, n é dimensão do vetor de estado, usando as estimativas *a priori* do vetor de estado, $\hat{X}_0 = E(X_0) = m$, e da matriz de covariância do erro de estimação, $\hat{P}_0 = E((X_0 - \hat{X}_0)(X_0 - \hat{X}_0)^T)$. Cada ponto sigma possui a mesma dimensão do vetor de estado e um peso associado.

$$X^{(0)} = \overline{m} \quad (11)$$

$$\hat{X}^{(i)} = m + [\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}}]_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (12)$$

$$\hat{X}^{(i)} = m - [\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}}]_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (13)$$

O subscrito no lado direito indica a -ésima coluna da raiz quadrada da matriz. Os pesos associados aos pontos são:

$$W_m^{(0)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} \quad (14)$$

$$W_m^{(i)} = \frac{1}{2(n + \lambda)}, \quad i = 1, \dots, 2n \quad (15)$$

$$W_c^{(0)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \quad (16)$$

$$W_c^{(i)} = \frac{1}{2(n + \lambda)}, \quad i = 1, \dots, 2n \quad (17)$$

onde $\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n$ é um parâmetro de escala, $\alpha = 10^{-3}$, que determina o espalhamento dos pontos sigma ao redor de m , $k = 0$ é um parâmetro de escala secundário e β é utilizado para incorporar o conhecimento a priori da distribuição de \mathbf{x} , $\beta = 2$ para distribuição Gaussiana.

No tempo $k + 1$, calcula-se a média e covariância preditivas a partir de:

$$\hat{\mathbf{X}}(k + 1|k) = \sum_{i=0}^{2n} W_m^{(i)} \mathbf{X}^{(i)} \quad (18)$$

$$\mathbf{P}(k + 1|k) = \sum_{i=0}^{2n} W_c^{(i)} [\mathbf{X}^{(i)} - \hat{\mathbf{X}}] [\mathbf{X}^{(i)} - \hat{\mathbf{X}}]^T + \mathbf{Q} \quad (19)$$

Nota-se que, como a posição do alvo (estado) é estacionária, tem-se $\hat{\mathbf{X}}(k+1|k) = \hat{\mathbf{X}}(k)$.

Em seguida, propaga-se cada ponto sigma através da função das medidas não lineares e calcula-se a média $\hat{\mathbf{z}}$ e covariância das medidas \mathbf{s} e a covariância cruzada Σ_{xz} entre \mathbf{x} e \mathbf{z} :

$$\mathbf{Z}^{(i)} = h(\mathbf{X}^{(i)}) \quad (20)$$

$$\hat{\mathbf{Z}}(k + 1|k) = \sum_{i=0}^{2n} W_m^{(i)} \mathbf{Z}^{(i)} \quad (21)$$

$$\mathbf{S} = \sum_{i=0}^{2n} W_c^{(i)} [\mathbf{Z}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}] [\mathbf{Z}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}]^T + \mathbf{R} \quad (22)$$

$$\Sigma_{xz} = \sum_{i=0}^{2n} W_c^{(i)} [\mathbf{X}^{(i)} - \hat{\mathbf{X}}] [\mathbf{Z}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}]^T \quad (23)$$

Deve-se notar que, para o problema de localização de emissores através de medidas de marcação, a função das medidas é dada por:

$$h(\mathbf{X}^{(i)}) = \tan^{-1} \left(\frac{y^{(i)} - y_j}{x^{(i)} - x_j} \right) \quad (24)$$

onde (x_j, y_j) são as coordenadas do receptor durante a j -ésima medida de marcação e $h(\mathbf{X}^{(i)}) = (x^{(i)}, y^{(i)})$ é o i -ésimo ponto sigma.

Finalmente, depois de recebido o vetor de medidas de marcação no tempo $k + 1$, atualiza-se a média e covariância do estado como a seguir:

$$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{Z}(k + 1) - \hat{\mathbf{Z}}(k + 1|k) \quad (25)$$

$$\mathbf{K}_{k+1} = \Sigma_{xz} \mathbf{S}^{-1} \quad (26)$$

$$\hat{\mathbf{X}}(k + 1|k + 1) = \hat{\mathbf{X}}(k + 1|k) + \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{v}_{k+1} \quad (27)$$

$$\mathbf{P}(k + 1|k + 1) = \mathbf{P}(k + 1|k) - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{S} \mathbf{K}_{k+1}^T \quad (28)$$

4. RESULTADO DAS SIMULAÇÕES

Com o intuito de avaliar o desempenho dos algoritmos, realizou-se simulações em quatro cenários comuns a todos os algoritmos:

Cenário 1: Dois receptores móveis e um emissor fixo;

Cenário 2: Um receptor móvel e um emissor fixo;

Cenário 3: Posições dos receptores mais espaçadas entre si;

Cenário 4: Dois receptores móveis e um emissor móvel.

Nos cenários são consideradas distâncias máximas entre o alvo e o observador de até 100 km. Os observadores/receptores estão localizados em plataformas áreas se movendo a 400 m/s e são capazes de medir as marcações de um alvo no mar a cada segundo.

4.1 Cenário 1: Dois receptores móveis e um emissor fixo

No cenário apresentado na Fig. 4, duas plataformas aéreas estão se movendo: o receptor/plataforma 1 segue no sentido norte e o receptor/plataforma 2 segue no sentido leste. Elas são capazes de medir as marcações de um alvo estacionário no mar na posição (40 km; 70 km). Considera-se inicialmente que as posições exatas das aeronaves são conhecidas e que cada uma delas obteve 10 medidas de marcação e o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 radiano (rd). Para a inicialização do UKF foi utilizado $\hat{\mathbf{x}}_0 = (45; 75)$ km e

$$\hat{\mathbf{P}}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \text{ km}^2.$$

A Tab. 1 apresenta a média aritmética dos erros RMS (do inglês *Root Mean Square Error*) das estimativas da posição do alvo e das posições estimadas para 1000 rodadas independentes, em quilômetros. O erro RMS da i -ésima rodada é calculado da seguinte forma:

$$\text{RMSE}_i = \sqrt{\frac{(\hat{x} - x)^2 + (\hat{y} - y)^2}{2}} \quad (29)$$

onde (\hat{x}, \hat{y}) é a posição estimada e (x, y) é a posição verdadeira

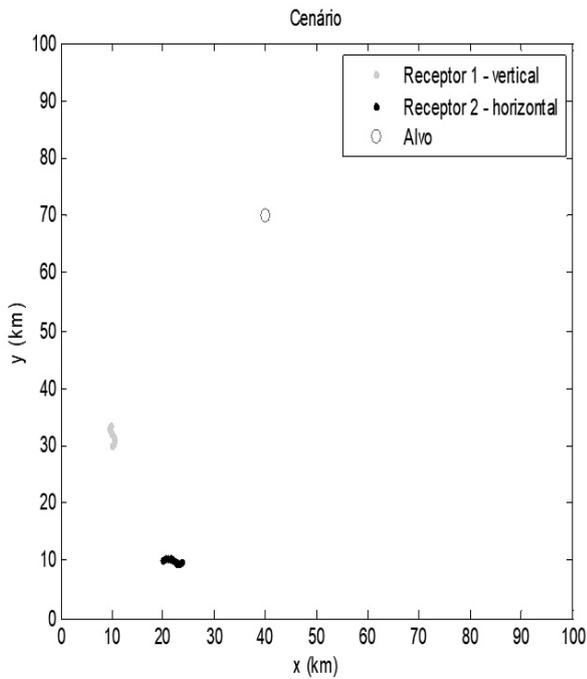


Fig. 4: Cenário para localização de um alvo com medidas de marcação.

Tab. 1: Média dos erros RMS e das posições estimadas para 1000 simulações

	Erro RMS (km)	Posição Estimada (km, km)
TLS	0,8200	(39,9806; 68,8405)
UKF	0,8458	(40,1530; 68,8137)
LS	0,8513	(39,7970; 68,8133)
Minimax	2,3388	(39,7067; 66,7055)
GHT	2,8726	(40,0670; 65,9381)

O algoritmo TLS apresentou um resultado mais preciso que os outros quatro. O algoritmo UKF, por sua vez, apresentou um desempenho superior em relação aos algoritmos LS, Minimax e GHT; os algoritmos Minimax e GHT apresentaram resultados muito próximos, porém com uma pequena vantagem para o Minimax. No entanto, os algoritmos TLS, UKF e LS são comparáveis em termos de resultados, pois os erros de estimativas deles estão muito próximos e na prática o comprimento dos alvos como navios por exemplo, que muitas vezes são maiores que 100 m, é muito maior que a diferença apresentada pelo erro RMS dos mesmos.

Deve ser notado que a precisão da posição estimada pelo UKF é influenciada pela posição inicial. Se a estimativa inicial da posição do alvo for ruim, a posição estimada pelo UKF não será precisa, conforme pode ser observado na Tab. 2.

Tab 2: Erro RMS das estimativas do UKF - 1000 simulações

\hat{X}_0 (km)	Erro RMS (km)
(40,5; 70,5)	0,7668
(41; 71)	0,7774
(42; 72)	0,7933
(43; 73)	0,7790
(50; 80)	0,8746
(20; 20)	16,8306
(0; 0)	98,4547

A Fig. 5 apresenta as estimativas da posição do alvo obtidas pelo algoritmo TLS para 50 simulações. De maneira

semelhante, da Fig. 6 à Fig. 9 estão representadas as estimativas dos algoritmos UKF, LS, Minimax e GHT, respectivamente.

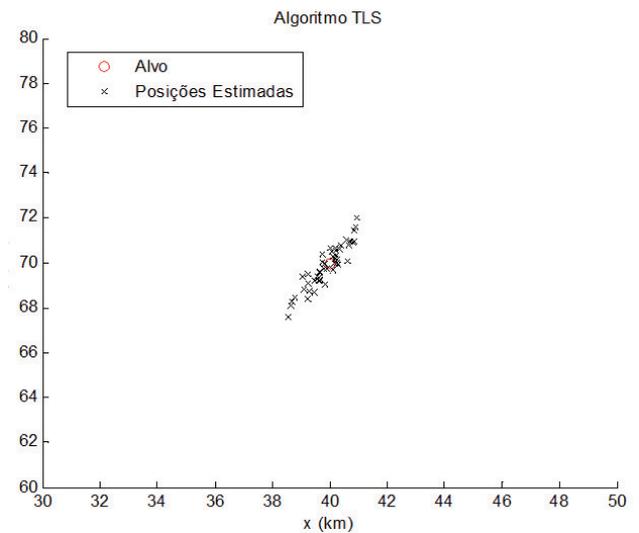


Fig. 5: Estimativas obtidas pelo algoritmo TLS para 50 simulações.

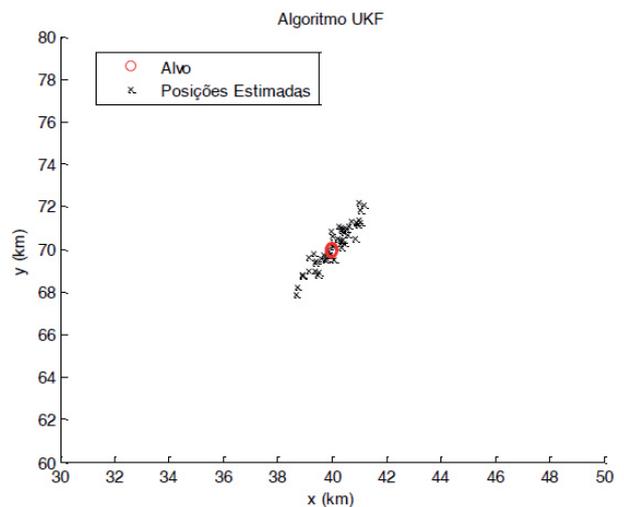


Fig 6: Estimativas obtidas pelo algoritmo UKF para 50 simulações.

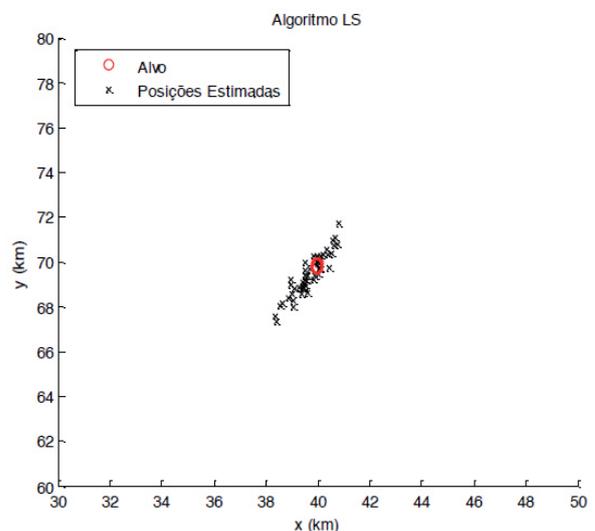


Fig 7: Estimativas obtidas pelo algoritmo LS para 50 simulações.

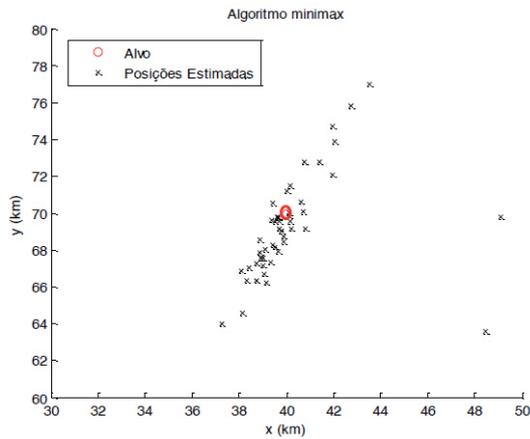


Fig 8: Estimativas obtidas pelo Minimax para 50 simulações.

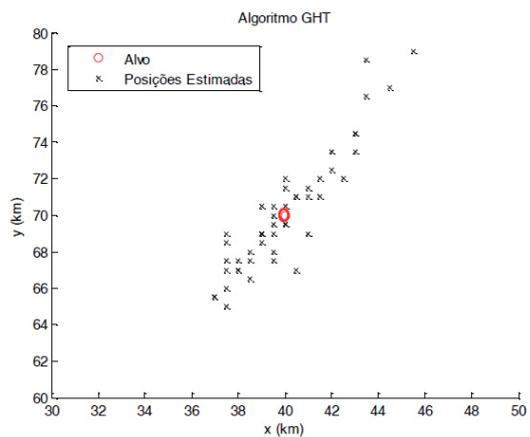


Fig 9: Estimativas obtidas pelo algoritmo GHT para 50 simulações.

Na Fig. 10, compara-se o RMSE (*Root Mean Square Error*) dos algoritmos propostos em função do ruído na posição do observador. As mesmas condições são mantidas, ou seja, um total de 20 medidas de marcação são utilizadas e o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 rd. Para a inicialização do UKF foi utilizado km e km². Observa-se que o RMSE de todos os algoritmos aumentou quando o ruído na posição do observador é incrementado, degradando o desempenho dos mesmos. O TLS apresentou um melhor desempenho em relação aos demais algoritmos, sendo seguido pelos algoritmos UKF e LS que apresentaram resultados semelhantes até um erro de posição de 0,4 km, a partir deste ponto o algoritmo LS superou o UKF. Em seguida, aparece o Minimax que tem um desempenho superior em relação ao GHT.

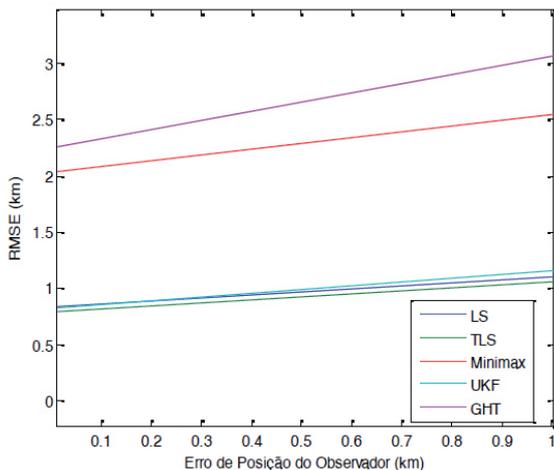


Fig 10: Variação do RMSE em função da incerteza na posição do observador.

Incertezas ainda maiores na posição do observador foram utilizadas e a variação do RMSE dos algoritmos em função do ruído na posição do observador está na Fig. 11. Contudo, sendo as posições obtidas por meio de GPS, os valores de erro nas mesmas não seriam tão elevados em aplicações reais, sendo da ordem de 5 a 15 metros, ou até menos. O algoritmo LS superou o algoritmo TLS a partir do erro de posição de 1,5 km, apresentando um melhor desempenho em relação aos demais. O Minimax foi superior ao UKF a partir do erro de posição de 3,5 km e o GHT apresentou um pior resultado em relação aos algoritmos testados. Na figura é possível observar que o formato das curvas dos algoritmos TLS e UKF são bastante semelhantes, com mudanças de inclinações em pontos próximos.

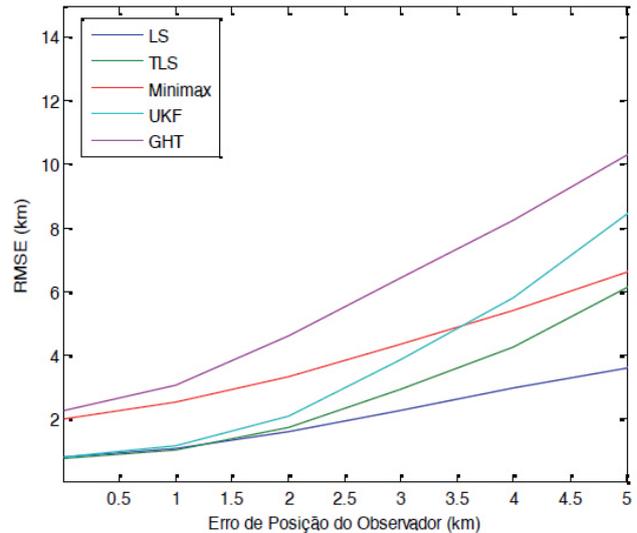


Fig 11: Incremento da incerteza na posição do observador.

4.2 Cenário 2: Um receptor móvel e um emissor fixo

No cenário apresentado na Fig. 12, apenas uma plataforma aérea está se movendo seguindo no sentido norte. Ela faz medidas das marcações de um alvo estacionário no mar na posição (40 km; 70 km). Considera-se que as posições exatas da aeronave são conhecidas e que ela obteve 20 medidas de marcação e o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 rd. Para a inicialização do UKF foi utilizado

$$\hat{\mathbf{X}}_0 = (45; 75) \text{ km e } \hat{\mathbf{P}}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \text{ km}^2, \text{ como no cenário anterior.}$$

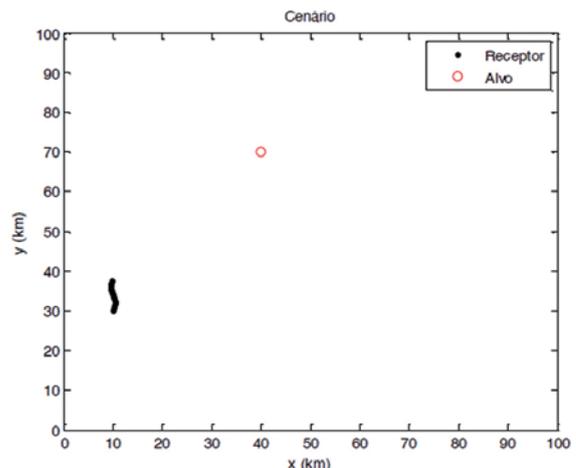


Fig 12: Cenário com apenas um receptor móvel e um emissor fixo.

A Tab. 3 apresenta a média aritmética dos erros RMS das estimativas da posição do alvo e das posições estimadas para 1000 rodadas independentes, em quilômetros. Os resultados apresentados são menos precisos em relação ao cenário anterior. Isso se deve ao fato de todas as medidas de marcação estarem muito próximas, causando uma área de incerteza maior quando da realização da triangulação com as medidas de marcação do alvo. O algoritmo UKF apresentou um resultado mais preciso que os outros quatro. O algoritmo TLS, por sua vez, apresentou um desempenho superior em relação aos algoritmos LS, Minimax e GHT; os algoritmos Minimax e GHT apresentaram resultados muito próximos, porém com uma pequena vantagem para o Minimax.

Tab 3: Média dos erros RMS e das posições estimadas para 1000 simulações

	Erro RMS (km)	Posição Estimada (km, km)
TLS	4,2794	(37,1349; 64,6692)
UKF	3,4680	(42,5789; 65,8283)
LS	7,3361	(33,4554; 61,9498)
Minimax	11,6097	(30,6525; 56,5021)
GHT	11,6166	(43,4660; 53,9414)

A Fig. 13 apresenta as estimativas da posição do alvo obtidas pelo algoritmo UKF para 50 simulações. De maneira semelhante, da Fig. 14 à Fig. 17 estão representadas as estimativas dos algoritmos TLS, LS, Minimax e GHT, respectivamente.

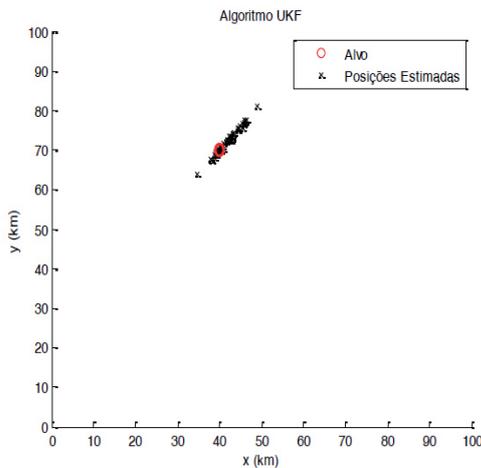


Fig 13: Estimativas obtidas pelo algoritmo UKF para 50 simulações.

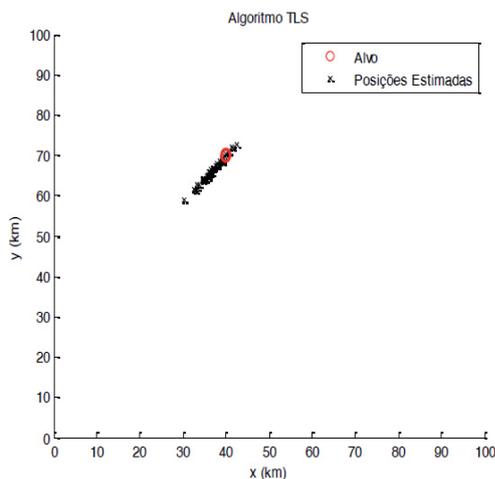


Fig 14: Estimativas obtidas pelo algoritmo TLS para 50 simulações.

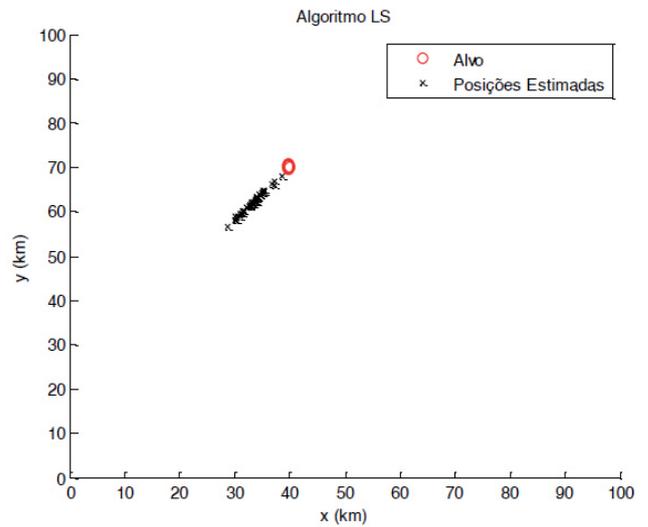


Fig 15: Estimativas obtidas pelo algoritmo LS para 50 simulações.

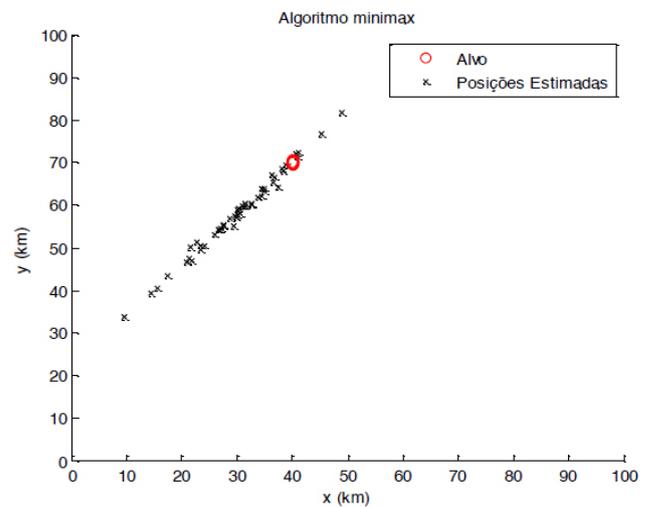


Fig 16: Estimativas obtidas pelo minimax para 50 simulações.

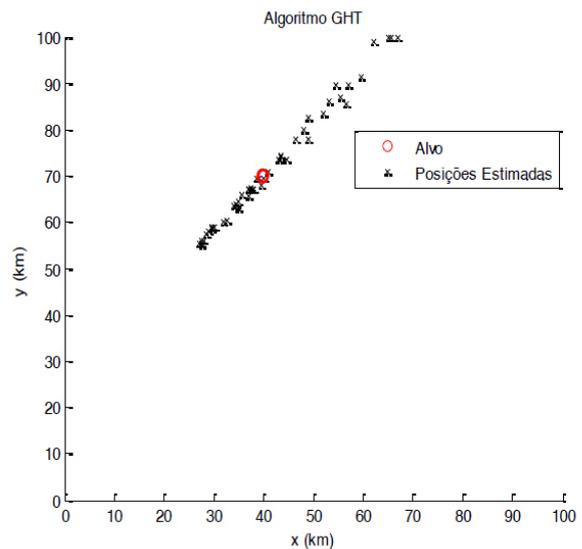


Fig 17: Estimativas obtidas pelo algoritmo GHT para 50 simulações.

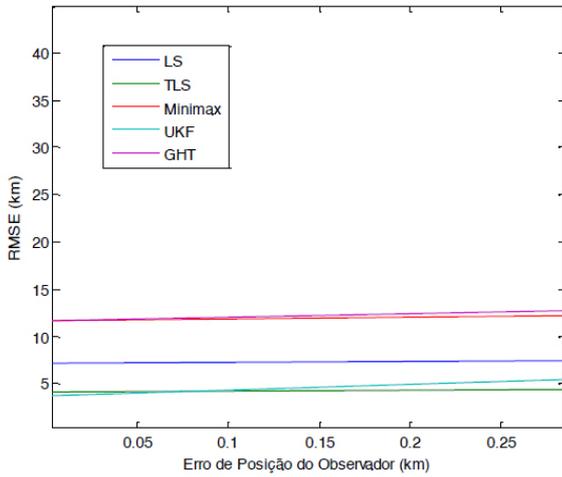


Fig 18: Variação do RMSE em função da incerteza na posição do observador.

Na Fig. 18, compara-se o RMSE dos algoritmos propostos em função do ruído na posição do observador. As mesmas condições iniciais foram mantidas, ou seja, um total de 20 medidas de marcação são utilizadas e o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 rd. Para a inicialização do UKF foi utilizado $\hat{X}_0 = (45; 75)km$ e $\hat{P}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} km^2$. Observa-se que o RMSE de todos os algoritmos aumentou quando o ruído na posição do observador é incrementado, degradando o desempenho dos mesmos. O UKF apresentou um desempenho superior em relação aos demais algoritmos até o erro de posição de 0,1 km. A partir deste ponto o algoritmo TLS superou o UKF. Em seguida, aparece o LS que tem um desempenho superior em relação ao Minimax e GHT, que apresentaram desempenhos semelhantes com pequena vantagem para o algoritmo Minimax.

Incertezas ainda maiores na posição do observador foram utilizadas e a variação do RMSE dos algoritmos em função do ruído na posição do observador está na Fig. 19. O LS superou TLS a partir do erro de posição de 1,2 km, apresentando um melhor desempenho em relação aos demais. O Minimax foi superior aos demais algoritmos a partir do erro de posição de 1,8 km, seguido pelo GHT. Os algoritmos TLS e o UKF apresentaram os maiores erros RMS a partir do erro de posição de 2 km e o formato de suas curvas são bastante semelhantes, com mudanças de inclinações em pontos próximos.

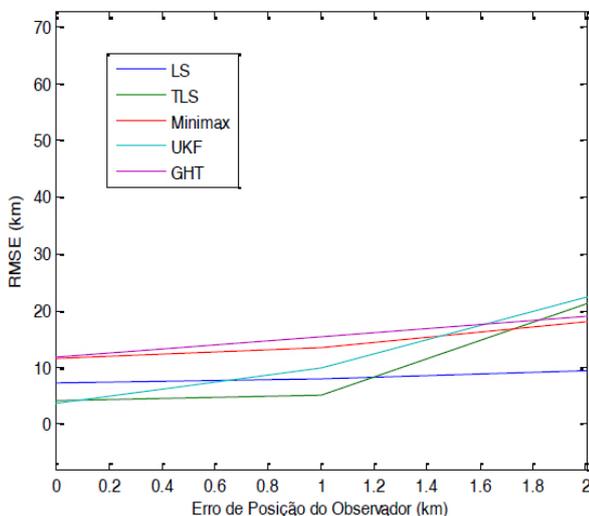


Fig 19: Incremento da incerteza na posição do observador.

4.3 Cenário 3: Posições dos receptores mais espaçadas entre si

No cenário apresentado na Fig. 20, os receptores realizaram medidas de marcação de um alvo estacionário no mar, na posição (40 km; 70 km), em posições mais espaçadas entre si, quando comparadas em relação aos cenários anteriores. Considera-se que as posições exatas dos receptores são conhecidas e que foram obtidas 20 medidas de marcação e o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 rd. Para a inicialização do UKF foi utilizado $\hat{X}_0 = (45; 75)km$ e $\hat{P}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} km^2$, como nos cenários anteriores.

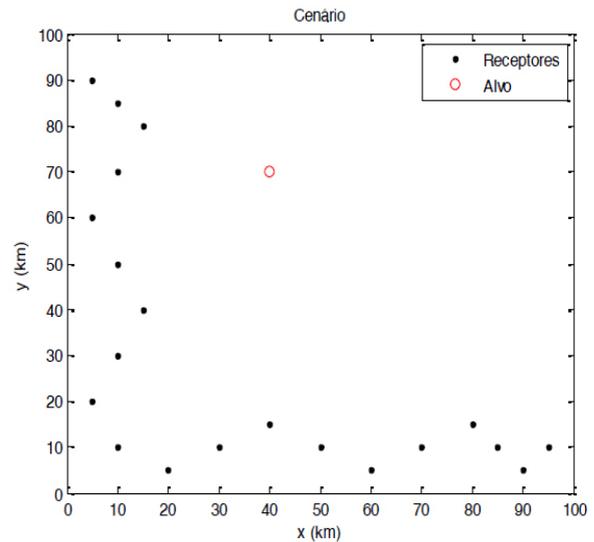


Fig 20: Cenário com grande espaçamento entre as posições dos receptores.

A Tab. 4 apresenta a média aritmética dos erros RMS das estimativas da posição do alvo e das posições estimadas para 1000 rodadas independentes, em quilômetros.

Tab 4: Média dos erros RMS e das posições estimadas para 1000 simulações

	Erro RMS (km)	Posição Estimada (km, km)
TLS	0,3144	(40,0178; 69,5557)
UKF	0,2625	(39,9940; 69,6288)
LS	0,3147	(40,0076; 69,5550)
Minimax	0,7196	(40,0451; 68,9833)
GHT	2,5012	(39,7965; 66,4686)

Os resultados apresentados são mais precisos em relação aos cenários anteriores. Isso se deve ao fato de todas as medidas de marcação estarem muito afastadas, causando uma área de incerteza menor quando da realização da triangulação com as medidas de marcação do alvo. O algoritmo UKF apresentou um resultado mais preciso que os outros quatro. Os algoritmos TLS e LS apresentaram resultados muito próximos, porém com uma pequena vantagem para o TLS. Eles foram seguidos pelo Minimax, que teve um desempenho superior ao GHT. Novamente, os algoritmos TLS, UKF e LS são comparáveis em termos de resultados, pois os erros de estimativas deles estão muito próximos e na prática o comprimento dos alvos considerados, que são maiores do que 100m, é muito maior que a diferença apresentada pelo erro RMS dos mesmos.

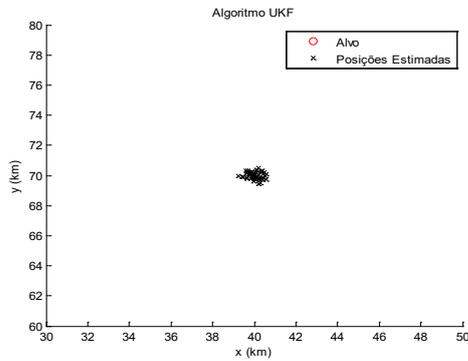


Fig. 21: Estimativas obtidas pelo algoritmo UKF para 50 simulações

A Fig. 21 apresenta as estimativas da posição do alvo obtidas pelo algoritmo UKF para 50 simulações. De maneira semelhante, da Fig. 22 à Fig. 25 estão representadas as estimativas dos algoritmos TLS, LS, Minimax e GHT, respectivamente.

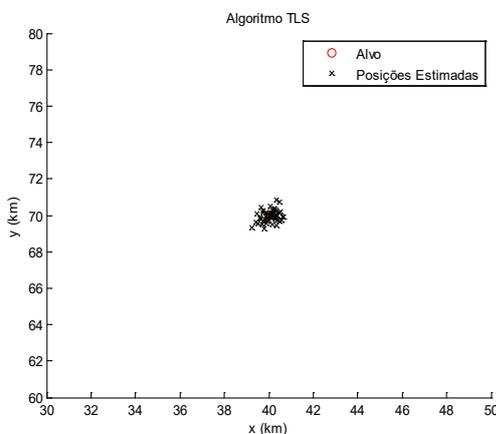


Fig. 22: Estimativas obtidas pelo algoritmo TLS para 50 simulações.

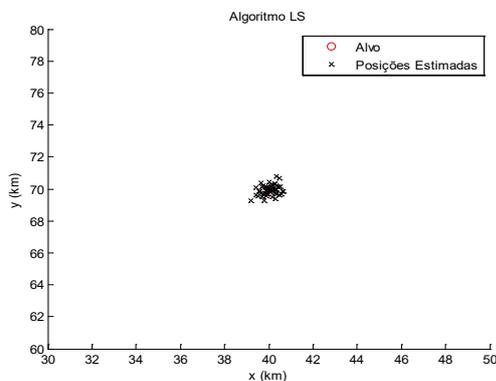


Fig. 23: Estimativas obtidas pelo algoritmo LS para 50 simulações.

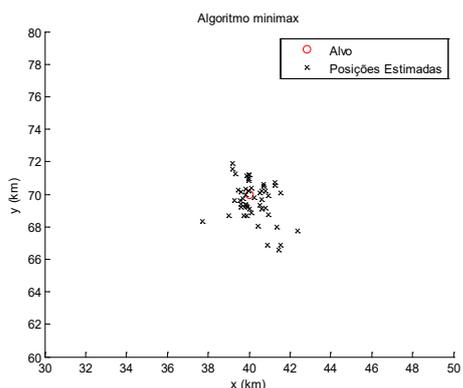


Fig. 24: Estimativas obtidas pelo minimax para 50 simulações.

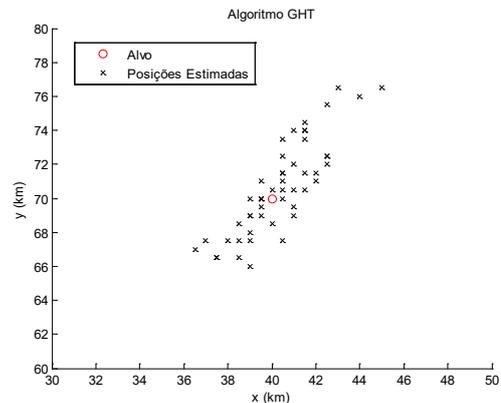


Fig. 25: Estimativas obtidas pelo algoritmo GHT para 50 simulações.

Na Fig. 26, compara-se o RMSE dos algoritmos propostos em função do ruído na posição do observador. As mesmas condições iniciais foram mantidas, ou seja, um total de 20 medidas de marcação são utilizadas e o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 rd. Para a inicialização do UKF foi utilizado $\hat{x}_0 = (45; 75)$ e $\hat{P}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} km^2$. Observa-se que o RMSE de todos os algoritmos aumentou quando o ruído na posição do observador é incrementada, degradando o desempenho dos mesmos. O TLS e o LS apresentaram desempenhos semelhantes e mais precisos que os demais algoritmos. Sendo seguidos pelos algoritmos UKF, Minimax e GHT, respectivamente.

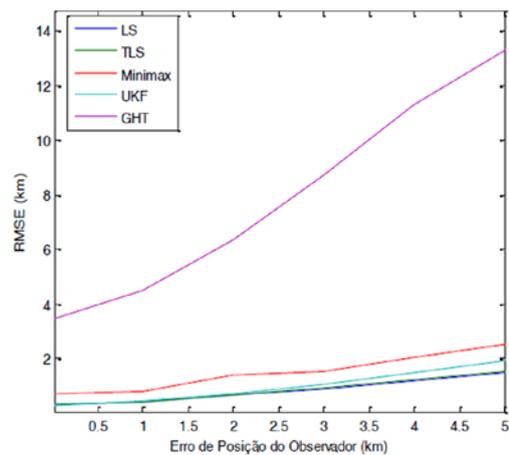


Fig. 26: Variação do RMSE em função da incerteza na posição do observador.

4.4 Cenário 4: Dois receptores móveis e um emissor móvel

No cenário apresentado na Fig. 27, duas plataformas aéreas estão se movendo: o receptor/plataforma 1 segue no sentido norte e o receptor/plataforma 2 segue no sentido leste, elas são capazes de medir as marcações de um alvo móvel no mar. Considera-se que as posições exatas dos receptores são conhecidas e que cada um deles obteve 10 medidas de marcação, sendo uma marcação por segundo, o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 rd. É considerado um emissor móvel representado por uma aeronave com velocidade de 400 m/s. Para a inicialização do UKF foi utilizado $\hat{x}_0 = (45; 75)$ e $\hat{P}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} km^2$.

A Tab. 5 apresenta a média aritmética dos erros RMS das estimativas da posição do alvo para 1000 rodadas independentes, em quilômetros. Pode-se observar que o algoritmo UKF apresentou um resultado mais preciso que os outros quatro algoritmos. O algoritmo TLS, por sua vez, apresentou um desempenho superior em relação aos algoritmos LS, Minimax e GHT;

os algoritmos Minimax e GHT apresentaram resultados muito próximos, porém com uma pequena vantagem para o GHT.

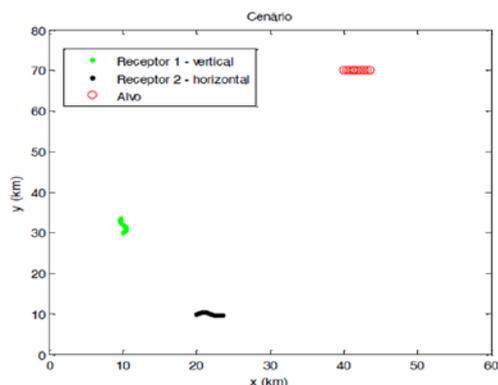


Fig. 27: Cenário com emissor móvel representado por uma aeronave.

Tab. 5: Média dos erros RMS e das posições estimadas para 1000 simulações

	Erro RMS (km)
TLS	4,0523
UKF	3,7996
LS	4,3182
Minimax	4,9438
GHT	4,7009

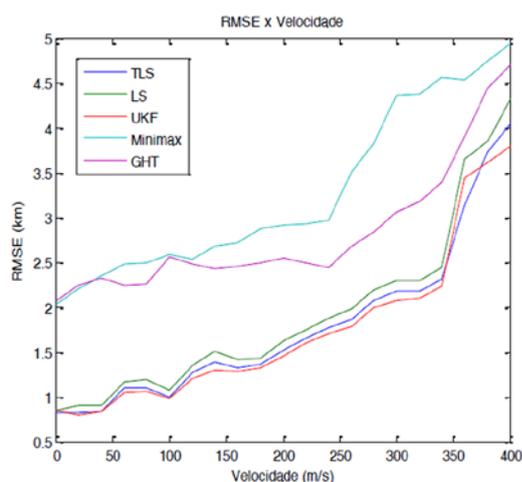


Fig. 28: Variação dos erros RMS em função da velocidade do alvo.

5. CONCLUSÃO

Este artigo teve como objetivo realizar uma análise comparativa do desempenho de algoritmos de estimação da posição de uma fonte de RF em cenários táticos navais específicos. Estes algoritmos utilizaram as medidas de AOA, ou marcações, do sinal transmitido do alvo para o observador para estimar a posição do alvo. Foi considerado que não apenas as medidas de marcação foram corrompidas por ruído mas também a posição exata do observador não era conhecida, estando sujeita a erros. Além disso, foram apresentadas interpretações geométricas para alguns algoritmos.

Os algoritmos LS, UKF e principalmente o TLS, que apresentaram melhores desempenhos, podem ser indicados para missões que exijam maior precisão, como por exemplo, para o lançamento de um míssil. Observou-se que o algoritmo UKF é muito dependente de uma estimativa inicial da posição, para compensar esta limitação, ele pode ser utilizado em conjunto com outro algoritmo que não possui uma precisão tão boa quanto a sua, como é o caso do Minimax e GHT. O UKF apresenta bons resultados quando utilizado para estimar trajetórias de alvos. O ruído das medidas

possuindo uma distribuição gaussiana tendeu a favorecer algoritmos baseados em mínimos quadrados, como o LS, TLS e UKF.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] R. A. POISEL, "Electronic Warfare Target Location Methods", Artech House Inc, Norwood MA, 2012.
- [2] K. Dogançay, "Bearing-only target localization using Total Least Squares", *Signal Processing*, vol. 85, pgs 1695-1710, 2005.
- [3] R. G. Stansfield, "Statistical theory of DF fixing", *J. IEE* 94 (15), pgs 762-770, 1947.
- [4] K. D. Rao e D. C. Reddy, "A new method for finding electromagnetic emitter location", *IEEE Transactions on aerospace and electronic systems*, vol. 30, pgs 1081-1085, 1994.
- [5] M. Gavish e A. J. Weiss, "Performance analysis of bearing-only target location algorithms", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, pgs 817-828, 1992.
- [6] K. Spingarn, "Passive position location estimation using the extended Kalman filter", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 23, pgs 558-567, 1987.
- [7] A. Mikhalev e R. F. Ormondroyd, "Fusion of sensor data for source localization using the Hough Transform", *The 9th International Conference on Information Fusion*, 2006.
- [8] A. Mikhalev e R. F. Ormondroyd, "Comparison of Hough Transform and Particle Filter methods of emitter geolocation using fusion of TDOA data", *4th Workshop on Positioning, Navigation and Communication*, 2007.
- [9] A. Mikhalev e R. F. Ormondroyd, "Passive Emitter Geolocation using Agent-based data fusion of AOA, TDOA and FDOA measurements", *10th International Conference on Information Fusion*, 2007.
- [10] A. Mikhalev, E. J. Hughes e R. F. Ormondroyd, "Comparison of Hough Transform and Particle Filter methods of Passive Emitter Geolocation using Fusion of TDOA and AOA data", *13th International Conference on Information Fusion*, 2010.
- [11] A. C. G. Thomé, J. C. A. Santos, A. G. Adami e L. C. S. Zamprogno. "Avaliação de Erros de Localização de Emissores em Ambiente Urbano: Um Estudo de Caso no Rio de Janeiro", In: *XIV Simpósio de Aplicações Operacionais em Áreas de Defesa - SIGE*, São José dos Campos - SP. Anais do XIV Simpósio de Aplicações Operacionais em Áreas de Defesa, 2012. vol. 1.
- [12] R. M. Vaghefi, M. R. Gholami e E. G. Strom, "Bearing-only target localization with uncertainties in observer position", *IEEE 21st International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Workshops - PIMRC Workshops*, pgs 238-242, 2010.
- [13] E. C. Santos, J. A. Apolinário e J. A. Araujo, "Avaliação de algoritmos de localização de alvos baseados apenas em medidas de marcação", *XXXIV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais - SBRT*, 2016.
- [14] W. YANG, "Source localization using TDOA measurements with sensor location uncertainty", *Proceedings of the 30th Chinese Control Conference*, jul. 2011.
- [15] I. Markovsky e S. Huffel, "Overview of total least squares methods", *Signal Processing*, vol. 87, pgs 2283-2302, 2007.
- [16] P. V. C. HOUGH, "Method and means for recognizing complex patterns", *US Patent 3069654*, 1962.
- [17] R. Brayton, S. Director, G. Hachtel, e L. Vidigal, "A New Algorithm for Statistical Circuit Design Based on Quasi-Newton Methods and Function Splitting", *IEEE Trans. Circuits and Systems*, Vol. CAS-26, pgs 784-794, 1979.
- [18] A.C.W. Grace, "Computer-Aided Control System Design Using Optimization Techniques", Ph.D. Thesis, University of Wales, Bangor, Gwynedd, UK, 1989.
- [19] S.P. Han, "A Globally Convergent Method for Nonlinear Programming", *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 22, 1977.
- [20] K. Madsen e H. Schjaer-Jacobsen, "Algorithms for Worst Case Tolerance Optimization", *IEEE Trans. of Circuits and Systems*, vol. CAS-26, 1979.
- [21] M.J.D. Powell, "A Fast Algorithm for Nonlinearly Constrained Optimization Calculations", *Numerical Analysis*, ed. G.A. Watson, Lecture Notes in Mathematics, vol. 630, Springer Verlag, 1978.
- [22] S. J. Julier e J. K. Uhlmann, "A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems", In *Proc. of AeroSense: The 11th Int. Symp. on Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls*, 1997.
- [23] C.O. Savage, R.L. Cramer and H.A. Schmitt, "TDOA Geolocation with the Unscented Kalman Filter", *Proceedings of the IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control - ICNSC*, 2006.