

Análise da cinemática e dinâmica da marcha humana

*Anna R S Ferreira, Jorge A M Gois
Instituto Militar de Engenharia
Praia Vermelha, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
Praça General Tibúrcio, 80, 22290-270,
*rafaela.anna@gmail.com

RESUMO: O objetivo deste trabalho é apresentar um modelo multi-corpos planar da marcha humana que se adequa à dinâmica inversa. Um modelo composto por seis segmentos é apresentado com restrições de juntas nos tornozelos, joelhos e quadril, além de impor restrições de revolução também nas pontas dos pés no lugar das forças ativas com o solo. Equações diretoras foram determinadas para os ângulos dos joelhos e quadril, além de uma equação de translação para o quadril. Com isso, a dinâmica inversa foi realizada, obtendo-se as forças de restrições do sistema, como as forças de reação com o solo e os torques diretores. Os resultados mostram que as juntas de revolução nas pontas dos pés podem se adequar a dinâmica inversa no lugar de dados experimentais das forças de reação com o solo como forças ativas.

PALAVRAS-CHAVE: Marcha humana, Dinâmica inversa, Multi-corpos.

ABSTRACT: The objective of this work is to present a multi-body planar model of the human gait that fits the inverse dynamics. A model composed of six segments with joint restrictions in the ankle, knee and hip, in addition to important restrictions of revolution also in the toes no place of the active forces with the ground. Guideline equations were determined for the angles of the knees and hip, in addition to a translation equation for the hip, with this, an inverse dynamic was performed, obtaining as constraint forces of the system, such as the ground reaction forces and the directing torques. The results show that the joints of revolution at the tip of the feet may be adequate in the inverse dynamics at the site of experimental data of the forces of reaction with the ground as active forces.

KEYWORDS: Human gait, Inverse dynamic, Multi-body.

1. INTRODUÇÃO

A construção de modelos da marcha humana é sempre um começo para o desenvolvimento de dispositivos robóticos que auxiliem na reabilitação ou aumento das capacidades físicas do homem. O modelo matemático a ser usado nem sempre precisa ser o mais complexo, já que mesmo o mais complexo é simples comparado à realidade, devendo apenas se adequar a uma função de estudo definida. Há uma vantagem de torná-los tão simples quanto possível, pois quanto mais simples, mais evidentes ficam as características essenciais do sistema para a função estudada [1].

Vários são os modelos para explicar a marcha humana, tais como o modelo do pêndulo invertido, seis determinantes, balístico e modelo multi-corpos [2]-[6]. Mas todos eles têm algo em comum: a marcha sempre ocorre de forma que um mínimo de energia seja requisitado [4],[7],[8].

Apesar da sequência natural do controle neuromuscular da marcha ser a dinâmica direta, esta requer integração numérica de equações diferenciais, levando a longos tempos de simulação [9]. Por conta disso a dinâmica inversa tem sido muito mais usada, sendo mais eficiente computacionalmente, sem exigir integração numérica, permitindo o uso de equações simples, representando coordenadas generalizadas [10]-[15].

Entretanto, nem todos usam o ciclo inteiro da marcha da humana. [16] não considera a fase de apoio duplo da caminhada, tomando essa fase como instantânea, assim como em [8]. Além disso, a quantidade de segmentos que formam o modelo bípede varia: alguns trabalhos consideram apenas a coxa e perna [16], em outros o pé também é considerado [8], assim como o tronco também pode ser adicionado ao modelo [17].

A diferença deste trabalho com a maior parte da literatura é o fato de que ele prescreve a caminhada, no sentido de que ele dita equações de movimentos para coordenadas generalizadas, além das entradas na dinâmica inversa não utilizarem forças/torque de reação com o solo como entrada. Em vez disso, utilizam juntas de rotação como restrição entre o pé e o solo.

Assim, o modelo bípede utilizado aqui possui seis segmen-

tos, coxas, pernas e pé, sendo tratado no plano sagital todo o ciclo da marcha, plano em que os principais movimentos da marcha acontecem. Juntas de rotação são utilizadas nas pontas dos pés, tornozelos, joelho e quadril. Quanto ao contato do pé com o solo, este é dito como sendo inelástico e sem deslizamento. As equações diretoras utilizadas na dinâmica inversa são a translação e rotação do quadril e rotações do joelho.

A verificação foi feita com os dados de saída da dinâmica inversa: as forças de restrições, que incluem as forças de reação do solo. Estas se adequaram à literatura, além de demonstrar a não necessidade de coletar dados experimentais para as forças de reação do solo ou da criação de equações para estas forças. Além das forças de reação do solo, a dinâmica inversa apresenta como saída os torques diretores, ou seja, os torques requeridos para que o sistema tenha o mesmo movimento se a dinâmica direta fosse usada. Vale ressaltar que o presente modelo não utiliza o tronco, podendo então obter torques não totalmente correspondentes aos apresentados pela literatura, mas ainda possível.

Este artigo está dividido em seis tópicos principais: a introdução, dando um breve resumo da literatura; modelo da marcha humana, que apresentará o modelo que explica a marcha, assim como suas etapas; cinemática, onde as equações de restrição geométricas e diretoras são desenvolvidas; dinâmica inversa com a resolução das forças e torques de restrições; os resultados e, por fim, a conclusão.

2. MODELO DA MARCHA HUMANA

O ciclo da marcha humana é dividido em duas fases principais: fase de apoio e fase de balanço, sendo a primeira dividida em fase de apoio duplo e apoio simples. No apoio duplo, as duas pernas encontram-se em contato com o solo, dividindo o peso do corpo, no apoio simples, apenas uma perna está em contato com o solo. Já na fase de balanço, essa perna que estava em contato como solo agora está atravessando a outra perna, sendo suportada apenas pelo quadril [18]. Um esquema do ciclo pode ser observado na Fig. 1.

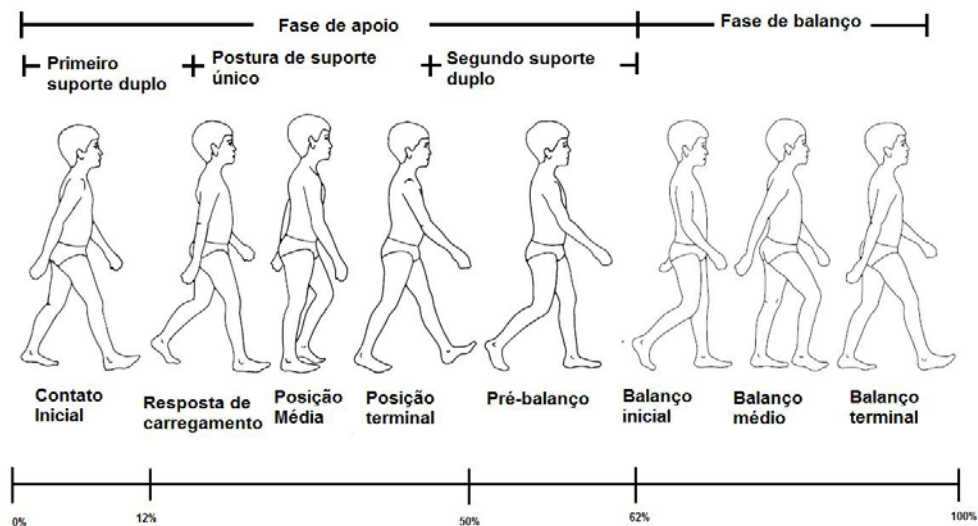


Fig 1: Ciclo da marcha humana ([18], modificada).

Para explicar a marcha humana, o modelo do pêndulo invertido é amplamente usado. O tronco passa pela perna quase totalmente estendida (fase de apoio) e o centro de gravidade do corpo alcança seu maior deslocamento vertical em relação ao solo. Assim, sua energia potencial é elevada ao máximo.

Ao passar pela perna estendida, o centro de gravidade tem o seu deslocamento vertical diminuído, convertendo então, energia potencial em energia cinética. Assim, o corpo começa a ganhar velocidade. Esta garante energia para que o corpo consiga superar a força de gravidade, elevando novamente o centro de gravidade [5]. Desse modo, ocorre a conversão de energia cinética em energia potencial e vice-versa em toda a caminhada.

Desta forma, a maioria do trabalho realizado ao longo da marcha não é gerado por meio do trabalho muscular, mas sim por um recurso passivo de troca de energia cinética e potencial, uma vez que o centro de gravidade por ação de um pêndulo invertido oscila de acordo com o membro em fase de apoio, diminuindo o trabalho necessário para elevar e acelerar o centro de massa [7].

O ciclo da marcha é dividido em oito eventos [18]. O calcanhar ataca o solo, iniciando o ciclo da marcha e representa o ponto em que o centro de gravidade do corpo está na sua posição mais baixa; em seguida o pé fica totalmente plano ao chão. Durante estes dois eventos, a perna esquerda impulsiona o corpo para frente; e com o calcanhar, o pé direito gira como uma roda, completando o apoio. Após isso ocorre a posição média, em que o peso do corpo está carregado totalmente no pé direito, o pé esquerdo atravessa o direito, que está totalmente estendido; neste evento o centro de gravidade do corpo está na sua posição mais alta.

Após uma perna traspasar pela outra, o pé esquerdo encontra o solo e o pé direito perde o contato com o solo pelo calcanhar, empurrando a perna direita e garantindo a flexão do tornozelo. Então, os dedos também perdem o contato com o solo, terminando a fase de apoio.

A partir daqui inicia-se a fase de balanço. Ocorre a ativação dos músculos flexores do quadril da perna direita, acelerando-a para a frente. O balanço médio ocorre quando o pé passa diretamente abaixo do corpo, coincidindo com a posição média do pé que está agora em apoio. Por fim, ocorre a desaceleração da perna por meio da ação dos músculos para

que o calcanhar entre em contato novamente com o solo.

Observa-se também o tempo gasto em cada fase da caminhada. Em um ciclo, cerca de 62% dele, a perna direita permanece em contato direto com o solo, e 32% ela está em balanço [18].

3. CINEMÁTICA

3.1 Equações Cinemáticas

Para a abordagem de sistemas multi-corpos, o conceito de coordenadas generalizadas tem que ser bem definido. [19] define-as como um conjunto independente e suficiente de coordenadas para especificar a posição do sistema completamente. Com as coordenadas generalizadas definidas, os graus de liberdade podem ser obtidos, relacionando a quantidade de corpos no mecanismo, juntas existentes e a quantidade de graus de liberdade que cada junta delimita. As juntas usadas no modelo serão de revolução, que dão ao sistema um grau de liberdade cada.

O modelo usado terá seis segmentos, com uma junta de revolução ligando cada segmento pelo quadril, joelhos e tornozelos, sendo que no apoio bípede cada pé será também conectado ao solo por uma junta de revolução. Ao passar para o apoio simples, o pé em balanço perderá essa junta. Assim, para o modelo bípede, tem-se 4 (quatro) graus de liberdade e para o modelo de apoio simples, 6 (seis) graus de liberdade.

Um esquema dos modelos de apoio duplo e simples pode ser observados nas Fig. 2 e Fig. 3, respectivamente.

Na parte biapoiada da caminhada, as coordenadas generalizadas serão dadas pelos ângulos do quadril e joelhos (θ_4 , θ_3 e θ_5 , respectivamente), além da velocidade translacional do eixo horizontal do quadril (x_q). Para a parte de apoio simples, acrescenta-se os ângulos dos tornozelos (θ_2 e θ_6).

Com o objetivo de se escrever as equações cinemáticas, observa-se a topologia do sistema. As equações que provem da topologia do sistema, ou seja, as equações de cada junta, são chamadas de equações escleronômicas, que não dependem diretamente do tempo. O contrário das equações que não dependem diretamente do tempo são as equações diretoras, chamadas de reonômicas.

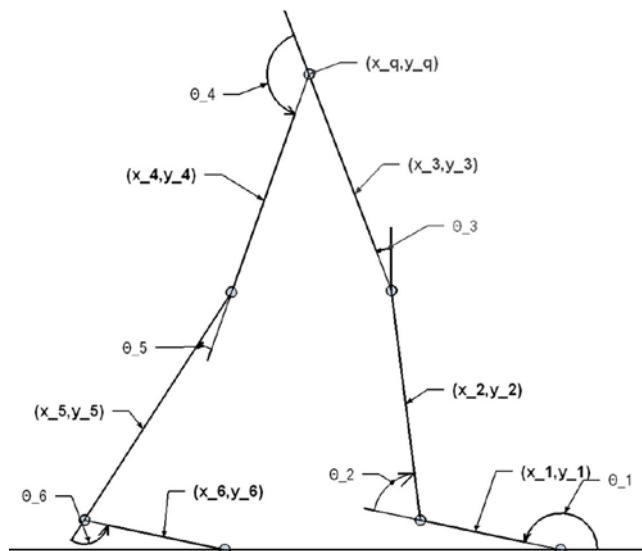


Fig 2: Modelo bípede para apoio duplo.

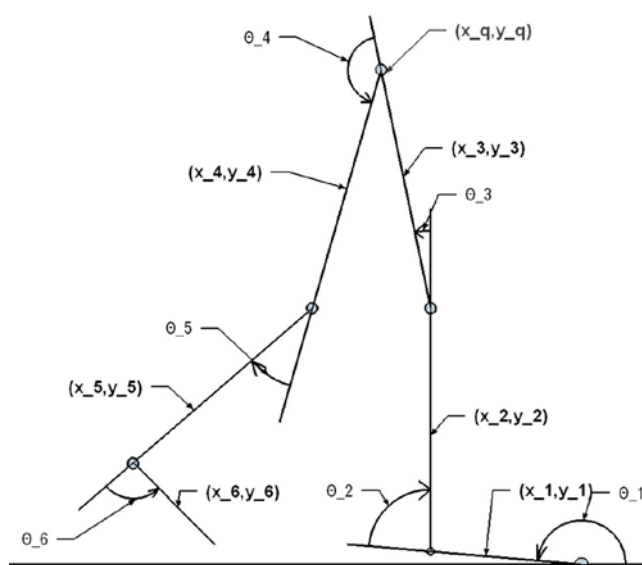


Fig 3: Modelo bípede para apoio simples.

Como falado anteriormente, para descrever um sistema, utilizam-se as coordenadas generalizadas, que podem descrever todo o sistema ao longo do tempo. As equações diretoras relacionam as coordenadas generalizadas com o tempo para que se tenha o movimento completo do sistema. As equações diretoras e cinemáticas pertencem a um grupo maior de equações, chamado de equações holonômicas, equações que podem ser diretamente integradas [20]. O outro grande grupo de equações são chamadas não-holonômicas, contendo inequações ou relações entre componentes de velocidade [21].

Quando o pé está para atacar o solo, ocorre a colisão, que modifica a velocidade e a aceleração de todos os segmentos do membro por meio de forças. [22] estudaram a relação da mudança de velocidade com as forças impulsivas. Para que os corpos não sejam afetados neste instante da caminhada, adota-se que o impacto do pé com o solo é inelástico e sem deslizamento, mantendo inalterado a configuração do modelo e as forças e momentos que atuam no membro de apoio.

Além disso, afirma-se que o terreno no qual o modelo irá se deslocar é dito como constante e contínuo. Isso garante a não complexidade das restrições, assim como as mantem holonômicas (equações que podem ser diretamente integradas).

Para as medidas antropométricas do modelo, adotou-se

um indivíduo com massa de 70 kg e com 1,80 metros de altura. As medidas dos segmentos são apresentadas na Tab. 1 [23].

Tab 1: Características antropomórficas do modelo, a partir de [23].

Segmento	Relação segmento/corpo		Comprimento (m)	Massa (kg)
	Comprimento	Massa		
Pé	$0,152 \cdot H$	$0,0145 \cdot M_{total}$	0,2736	1,015
Perna	$0,246 \cdot H$	$0,0465 \cdot M_{total}$	0,4428	3,255
Coxa	$0,245 \cdot H$	$0,1 \cdot M_{total}$	0,441	7

A fim de montar as equações cinemáticas do modelo, utilizou-se a equação de restrição para uma junta de revolução, ditando a mesma posição para os dois corpos ligados por esta junta. Para correspondência de índice, a Tab. 2 pode ser verificada. Nas equações de restrições cinemáticas, os 's são metade do comprimento de cada membro analisado.

Tab 2: Referência entre índices e segmentos.

ÍNDICE	SEGMENTO DO CORPO
D	Ponta do pé direito
1	Pé direito
2	Perna direita
3	Coxa direita
4	Coxa esquerda
5	Perna esquerda
6	Pé esquerdo
E	Ponta do pé esquerdo
Q	Quadril

Assim, tem-se as equações cinemáticas do sistema. Os s são as respectivas matrizes de rotações para cada ângulo.

$$\begin{bmatrix} x_d \\ y_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + R_1 \begin{bmatrix} -L_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + R_1 \begin{bmatrix} L_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} + R_2 \begin{bmatrix} -L_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} + R_2 \begin{bmatrix} L_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix} + R_3 \begin{bmatrix} -L_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix} + R_3 \begin{bmatrix} L_3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_4 \\ y_4 \end{bmatrix} + R_4 \begin{bmatrix} -L_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} x_4 \\ y_4 \end{bmatrix} + R_4 \begin{bmatrix} L_4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_5 \\ y_5 \end{bmatrix} + R_5 \begin{bmatrix} -L_5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} x_5 \\ y_5 \end{bmatrix} + R_5 \begin{bmatrix} L_5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_6 \\ y_6 \end{bmatrix} + R_6 \begin{bmatrix} -L_6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} x_6 \\ y_6 \end{bmatrix} + R_6 \begin{bmatrix} L_6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \end{bmatrix} \quad (7)$$

3.2 Equações Diretoras

Para se determinar o movimento do sistema, deve-se definir equações que rejam todos os movimentos do sistema. Essas equações são chamadas de equações diretoras: elas são dependentes diretamente do tempo e são aplicadas às coordenadas generalizadas.

No modelo apoiado duplo, tem-se quatro graus de liberdade. As coordenadas que serão ditas como independentes serão os ângulos dos joelhos (θ_3 e θ_5), o ângulo do quadril ($\theta_4 = \pi - \theta_q$) e deslocamento horizontal do quadril (x_q) com uma velocidade constante. No modelo de apoio simples, acrescentam-se os deslocamentos angulares dos tornozelos (θ_2 e θ_6).

As funções diretoras para as coordenadas independentes angulares foram moldadas a partir de uma função senoidal

[9]. Assim, todo deslocamento angular diretor terá a forma da Eq 8. Os termos a_i , b_i e ω_i são constantes para cada segmento, sendo a última chamada de frequência angular do movimento. E para o deslocamento do quadril, a Eq 9 descreve o movimento (x_{q0} é o ponto inicial do quadril).

$$\theta_i(t) = a_i + b_i \cdot \sin(\omega_i t + \pi/2) \quad (8)$$

$$x_q(t) = x_{q0} + vt \quad (9)$$

4. DINÂMICA INVERSA

Na dinâmica inversa as posições são fornecidas, sendo representadas normalmente por funções não-lineares, que podem ser resolvidas pelo método Newton-Raphson. Com as posições ao longo do tempo encontradas, as velocidades e acelerações podem ser encontradas por equações que serão apresentadas mais adiante. Torques e forças ativos são fornecidos, sendo que para o modelo presente apenas forças gravitacionais serão impostas. As forças e torques referentes ao contato com o solo são substituídos pelas equações de restrição com o solo. Com isso, as forças e torques de restrições internas são encontrados, tendo, então, todo o modelo descrito.

Para se encontrar as forças e momentos internos, as equações cinemáticas e diretoras são acomodadas em um mesmo vetor, o vetor de restrições. Neste vetor, tem-se as incógnitas do problema inicial, as posições. Para encontrá-las, as equações não-lineares são resolvidas. Para o modelo de apoio duplo, tem-se o vetor de restrições apresentado na equação abaixo.

$$\varphi(q,t) = \begin{bmatrix} x_d - x_1 + L_1 \cdot \cos(\theta_1) \\ y_d - y_1 + L_1 \cdot \sin(\theta_1) \\ x_1 + L_1 \cdot \cos(\theta_1) - x_2 + L_2 \cdot \cos(\theta_{1-2}) \\ y_1 + L_1 \cdot \sin(\theta_1) - y_2 + L_2 \cdot \sin(\theta_{1-2}) \\ x_2 + L_2 \cdot \cos(\theta_{1-2}) - x_3 + L_3 \cdot \cos(\theta_{1-2+3}) \\ y_2 + L_2 \cdot \sin(\theta_{1-2}) - y_3 + L_3 \cdot \sin(\theta_{1-2+3}) \\ x_3 + L_3 \cdot \cos(\theta_{1-2+3}) - x_4 + L_4 \cdot \cos(\theta_{1-2+3+4}) \\ y_3 + L_3 \cdot \sin(\theta_{1-2+3}) - y_4 + L_4 \cdot \sin(\theta_{1-2+3+4}) \\ x_4 + L_4 \cdot \cos(\theta_{1-2+3+4}) - x_5 + L_5 \cdot \cos(\theta_{1-2+3+4-5}) \\ y_4 + L_4 \cdot \sin(\theta_{1-2+3+4}) - y_5 + L_5 \cdot \sin(\theta_{1-2+3+4-5}) \\ x_5 + L_5 \cdot \cos(\theta_{1-2+3+4-5}) - x_6 + L_6 \cdot \cos(\theta_{1-2+3+4-5+6}) \\ y_5 + L_5 \cdot \sin(\theta_{1-2+3+4-5}) - y_6 + L_6 \cdot \sin(\theta_{1-2+3+4-5+6}) \\ x_6 + L_6 \cdot \cos(\theta_{1-2+3+4-5+6}) - x_e \\ y_6 + L_6 \cdot \sin(\theta_{1-2+3+4-5+6}) - y_e \\ x_3 + L_3 \cdot \cos(\theta_{1-2+3}) - x_{quadril_0} - v_{quadril} \cdot t \\ \theta_3 - \theta_3(t) \\ \theta_4 - \theta_4(t) \\ \theta_5 - \theta_5(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

Na equação acima, é o tempo e as coordenadas cartesianas ($q = [x_1; y_1; \theta_1; x_2; y_2; \theta_2; x_3; y_3; \theta_3; x_4; y_4; \theta_4; x_5; y_5; \theta_5; x_6; y_6; \theta_6]$). Para encontrar a equação da velocidade, deriva-se $\varphi(q,t)$ em relação ao tempo, usando a regra da cadeia para tal. Assim:

$$\frac{D\varphi}{Dt} = \frac{\partial\varphi}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial\varphi}{\partial t} = 0 \quad (11)$$

onde $\frac{\partial\varphi}{\partial q}$ é a matriz jacobina e $\frac{\partial q}{\partial t}$ é a velocidade do sistema. Dessá forma:

$$v = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial t} = \Phi_q \cdot \dot{q} \quad (12)$$

Para determinar a aceleração, deriva-se a velocidade em relação ao tempo, usando novamente a regra da cadeia. Assim, derivando a Eq 12:

$$-\Phi_{tq}\dot{q} - \Phi_{tt} = \Phi_q\ddot{q} + (\Phi_{qq})_q \dot{q} + \Phi_{qt}\dot{q} \quad (13)$$

Desde que $\Phi_{tq} = \Phi_{qt}$, a equação acima pode ser rearranjada, resultando em [24]:

$$\Phi_q\ddot{q} = -(\Phi_{qq})_q \dot{q} - 2\Phi_{qt}\dot{q} - \Phi_{tt} = \gamma \quad (14)$$

Contanto que Φ_q seja não singular, ou seja, tenha uma inversa, as Eq 12 e Eq 14 podem ser resolvidas para cada instante no tempo [24], encontrando a velocidade (\dot{q}) e aceleração (\ddot{q}).

Por meio de um recurso matemático chamado de multiplicador de Lagrange (λ) (utilizado em sistemas de equações que contenham restrições) e com a aceleração obtida na equação acima, forças e torques internos são encontrados. Todas as deduções matemáticas para esta equação podem ser encontradas em [24] a partir da página 219.

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^A \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (15)$$

Na Eq 15, M é uma matriz diagonal contendo massas e momentos de inércia e Q^A é um vetor contendo todas as forças externas atuantes em cada corpo do sistema (força peso, por exemplo).

Sendo \ddot{q} as componentes das acelerações resultantes do sistema, $M\ddot{q}$ são as forças resultantes no sistema, então $M\ddot{q} = Q^A - \Phi_q^T \lambda$. Portanto, os multiplicadores de Lagrange, multiplicados pela transposta do jacobiano, irão representar as forças de restrições das juntas.

As forças de contato com o solo estarão inclusas neste vetor. Para mudança da fase de apoio duplo para a de apoio simples, observam-se as forças de interação com o solo, considerando cada pé que está na iminência de perder o contato com o mesmo.

Observando o vetor $\varphi(q,t)$, as linhas que representam o contato dos pés com o solo são as primeira e segunda (para o pé direito) e as décima terceira e décima quarta (para o pé esquerdo). A multiplicação $\Phi_q^T \lambda$ resulta em um vetor de mesma dimensão que o de restrição, 18×1 . Do mesmo modo que no vetor de restrições, as mesmas linhas (1ª, 2ª, 13ª e 14ª) devem ser observadas no vetor das forças de restrição de juntas ($\Phi_q^T \lambda$). Este vetor será apresentado de forma abreviada abaixo.

$$-\Phi_q^T \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 - \lambda_3 \\ \lambda_2 - \lambda_4 \\ \dots \\ \lambda_3 - \lambda_5 \\ \lambda_4 - \lambda_6 \\ \dots \\ \lambda_5 - \lambda_7 - \lambda_{15} \\ \lambda_6 - \lambda_8 \\ \dots \\ \lambda_7 - \lambda_9 \\ \lambda_8 - \lambda_{10} \\ \dots \\ \lambda_9 - \lambda_{11} \\ \lambda_{10} - \lambda_{12} \\ \dots \\ \lambda_{11} - \lambda_{13} \\ \lambda_{12} - \lambda_{14} \\ \dots \end{bmatrix} \quad (16)$$

Todas as saídas de vetores, como o acima por exemplo, seguem a ordem de q. Assim, a saída do vetor de forças de restrições terá a forma da Eq 17. A linha 1 (um) equivale ao somatório das forças de restrição na horizontal no corpo um; a linha 2 (dois), somatório das forças de restrição na vertical no corpo 1 (um); e a linha 3 (três), somatório dos torques restritivos no corpo um. Isso se estende para todos os corpos.

Comparando a Eq 16 e Eq 17, observa-se que $F_{x1} = \lambda_1 - \lambda_3$ e $F_{y2} = \lambda_3 - \lambda_5$. O componente λ_3 aparece tanto na força do corpo 1 (um), quanto no corpo 2 (dois). Assim sendo, pode-se concluir que este componente é a força de restrição na horizontal da junta do tornozelo que é aplicada tanto no corpo 1 (um), quanto no corpo 2 (dois).

O termo λ_1 só é visto na componente de força do corpo 1 (um). Dessa maneira, ele é a força de restrição na horizontal que o solo aplica no corpo. Igualmente, $F_{y1} = \lambda_2 - \lambda_4$ e $F_{y2} = \lambda_4 - \lambda_6$. Como λ_2 só aparece na componente de força do corpo 1 (um), este pode ser dito como a força de restrição que o solo aplica no corpo na vertical. Só existe contato enquanto esta componente for positiva.

De natureza igual, observando as componentes de força na vertical do corpo 5 (cinco) e 6 (seis), deduz-se que λ_{14} é a força de restrição que o solo aplica no pé esquerdo. Concluindo, para se verificar se o membro ainda tem contato com o solo, verifica-se o 2º e o 14º elemento do vetor dos multiplicadores de Lagrange.

Para a transição da fase de balanço para a fase de apoio de um membro, monitora-se a posição do deslocamento vertical da ponta do pé ou do tornozelo do membro em questão.

$$\Phi_q^T \lambda = \begin{bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ T_{\theta1} \\ F_{x2} \\ F_{y2} \\ T_{\theta2} \\ F_{x3} \\ F_{y3} \\ T_{\theta3} \\ F_{x4} \\ F_{y4} \\ T_{\theta4} \\ F_{x5} \\ F_{y5} \\ T_{\theta5} \\ F_{x6} \\ F_{y6} \\ T_{\theta6} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Em relação aos torques, estes também são apresentados em associação com o vetor de restrições (Eq 10). Estes torques não foram apresentados na Eq 16 por serem equações muito extensas. Observando o vetor de restrições, atenta-se para as equações diretoras associadas aos ângulos. São delas que sairão os torques diretores. Depois da manipulação matemática, esses torques são os 16º, 17º e 18º multiplicadores de Lagrange, com sinais negativos. Estes são os torques usados na dinâmica direta para a reprodução do mesmo movimento.

Vale lembrar que as forças de restrição não são os multiplicadores de Lagrange, e sim a multiplicação da transposta do jacobiano com os multiplicadores. No caso deste sistema em particular, realizando as devidas operações matemáticas,

o resultado é o próprio multiplicador.

4. RESULTADOS

Para a equação de movimentos dos ângulos do quadril e joelhos, teve-se como base o trabalho de [25], obtendo as curvas apresentadas na Fig. 4: ângulos de rotação do quadril ($\pi - \theta_4$) e do joelho (θ_3). A curva do joelho inicia-se com uma pequena elevação, tendo na segunda metade uma rotação mais acentuada, verificando a pequena extensão do joelho quando este toca o solo, e uma extensão maior quando ocorre a fase de balanço da perna.

Para o outro joelho, a curva é adiantada em meio período. Além disso, a velocidade escolhida para o movimento do quadril foi de 1 m/s para uma caminhada normal. Com essas curvas, a caminhada ao longo do tempo foi obtida, sendo visualizada em partes nas Fig. 5 e Fig. 6.

Pode ser observada na segunda metade da caminhada uma elevação maior do quadril, sendo causada pelo não reconhecimento do solo por parte do tornozelo do pé de apoio. Colocar uma junta de revolução no calcanhar com o solo levaria a um jacobiano com determinante zero, não tendo, então, a inversa. Optou-se por não colocar a junta. Uma força de resolver esse problema seria colocando um sistema de controle, no qual seriam adequados os outros ângulos para que o calcanhar não afundasse. Mas isso foge do escopo deste trabalho.

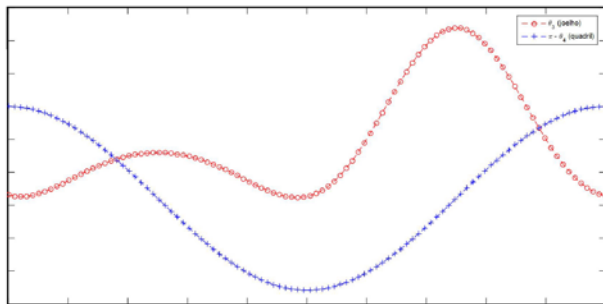


Fig 4: Ângulos de rotação (rad) do quadril e joelho.

A Fig. 7 expõe a força de restrição do solo com as duas pernas em relação ao peso. Percebe-se que as duas curvas são semelhantes, evidenciando a simetria da caminhada.

Dois picos de mesma magnitude deveriam surgir nas duas curvas de acordo com a literatura, entretanto isso não é observado. Isso se deve ao fato de o modelo iniciar a caminhada com o pé de apoio plantado no chão, e não começando com o impacto do calcanhar com o chão, impacto este que é atribuído ao primeiro pico. Já o segundo se dá ao contato do pé somente pela sua ponta. Com isso, o gráfico mostra-se satisfatório. Se fosse uma corrida, apenas um pico seria apresentado.

A Fig. 8 apresenta os torques diretores nas articulações do modelo. O torque do tornozelo tem o seu maior valor absoluto quando o pé está na iminência de deixar o solo, e tendo seu menor valor absoluto quando o pé está em balanço, com o tornozelo tendendo a ficar no seu ângulo natural com a perna (90°) sem grandes esforços. O joelho possui seu pico quando ocorre a troca de apoio entre as pernas, necessitando de um suporte maior para rotacionar a perna e o pé, e, depois disso, o valor do torque vai diminuindo, já que o joelho, nesse momento, está em extensão máxima, não rotacionando.

Já a curva do quadril se diferencia da literatura, pois o ângulo relacionado ao quadril é o suplementar do ângulo tratado na literatura. Além disso, este trabalho não modela o tronco, que tem papel fundamental no torque do quadril, principalmente, daí os valores altos, em módulo, dos picos no quadril e joelho. Na curva do torque do quadril, o pico mais alto se dá bem no momento da travessia de uma perna pela outra, exigindo um maior esforço da perna que sai do apoio indo para o balanço.

Com o intuito de validar os resultados apresentados acima, um gráfico recorrente na literatura dos torques nas juntas é apresentado abaixo na Fig. 8. Pode-se observar a semelhança entre as curvas do tornozelo e do joelho, e, até mesmo, nas do quadril, tendo essas apenas sinais opostos.

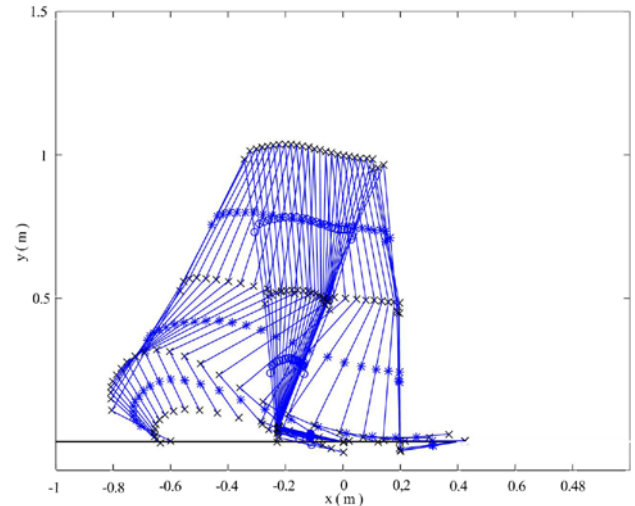


Fig 5: Primeira metade do ciclo de caminhada.

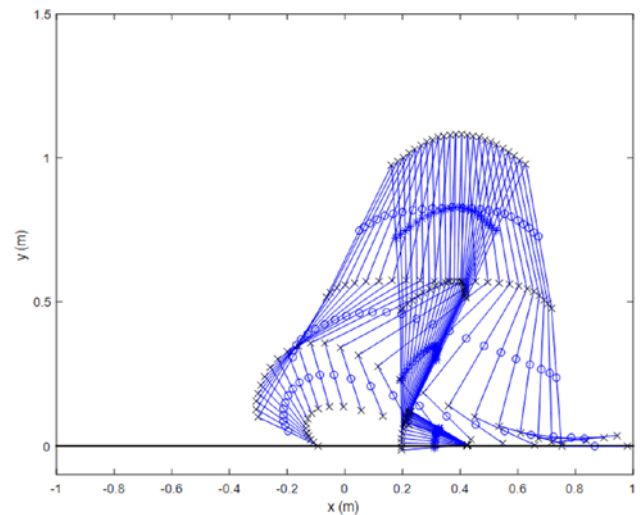


Fig 6: Segunda metade do ciclo de caminhada.

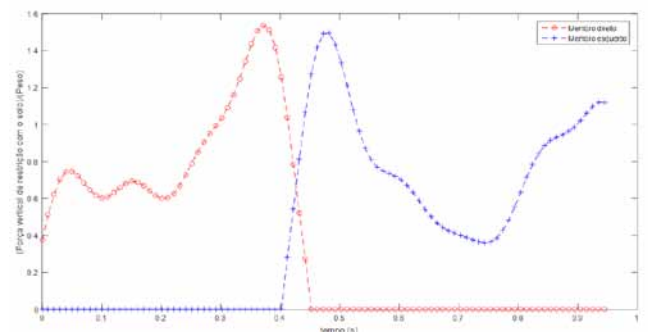


Fig 7: Força vertical de restrição com o solo pelo tempo.

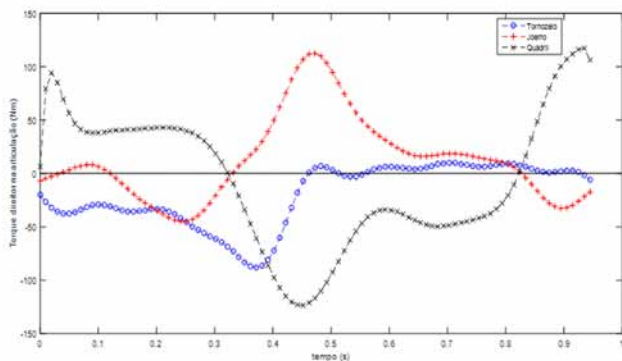


Fig 8: Torques nas articulações ao longo do tempo.

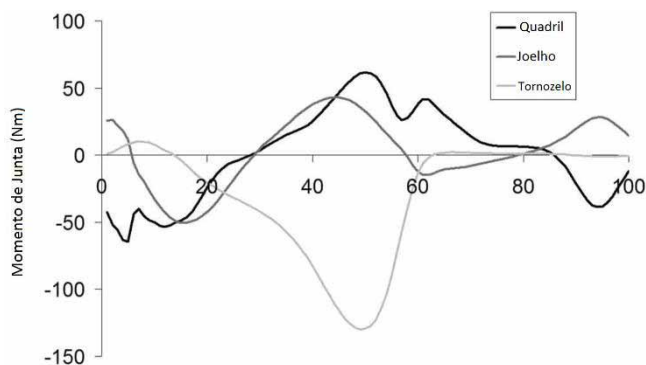


Fig 9: Momento de junta ao longo da caminhada (Dollar e Herr, 2008, modificado).

6. CONCLUSÃO

A marcha humana é um dos objetivos da biomecânica, já que é por ela que se dá o processo de locomoção humana. Assim, muitos estudos vêm no sentido de obter mais dados para que essa ação possa ser reproduzida por dispositivos robóticos principalmente.

O presente trabalho apresenta um modelo matemático da caminhada bípede com seis segmentos acoplados por juntas de revolução, além de juntas na ponta do pé simulando o contato deste com o solo. Por meio de equações cinemáticas e diretoras o modelo foi descrito e prescrito, sendo aplicadas na dinâmica inversa. Como resultado, as forças de reação do solo e torques do quadril e joelho foram apresentadas, mostrando-se adequadas ao modelo proposto.

Melhorias podem ser feitas no modelo com a imposição de um controle no calcanhar para que ele não afunde, ocorrendo a compensação nos demais ângulos. Apesar disso, o modelo se mostrou eficiente, podendo a cinemática ser usada em um sistema pneumático que controle um sistema robótico bípede.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Alexander, R. McN.; Modelling approaches in biomechanics; Philosophical Transactions of the Royal Society of London B: Biological Sciences. 2003, 358, 1429.
 [2] Cavagna, G. A.; Thys, H.; Zamboni, A.; The sources of external work in level walking and running; The Journal of physiology.

1976, 262, 639.

[3] Inman, V. T.; Eberhart, H. D.; The major determinants in normal and pathological gait; The Journal of bone and joint surgery, American volume. 1953, 35, 543.
 [4] Kuo, A. D.; The six determinants of gait and the inverted pendulum analogy: A dynamic walking perspective; Human movement Science. 2007, 26, 617.
 [5] Farley, C. T.; Ferris, D. P.; Biomechanics of walking and running: center of mass movements to muscle action; Exercise and sport sciences reviews; 1998, 26, 253.
 [6] Xiang, Y.; Arora, J. S.; Physics-based modeling and simulation of human walking: a review of optimization-based and other approaches; Structural and Multidisciplinary Optimization. 2010, 42, 1.
 [7] Sousa, A. S. P.; Análise da marcha baseada em correlação multifatorial; Dissertação de Mestrado em Engenharia Biomédica, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal, 2009.
 [8] Beckett, R.; Chang, K.; An evaluation of the kinematics of gait by minimum energy; Journal of Biomechanics. 1968, 1, 147.
 [9] Ren, L.; Jones, R. K.; Howard, D.; Predictive modelling of human walking over a complete gait cycle; Journal of biomechanics. 2007, 40, 1567.
 [10] Baluch, T. H.; et al; Kinematic and dynamic analysis of a lower limb exoskeleton; World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering. 2012, 6, 1945.
 [11] Cervieri, A.; Zaro, M. A.; Loss, J. F.; Instrumentação de prótese para verificação de cálculos de dinâmica inversa; 9º Congresso Brasileiro de Biomecânica, Porto Alegre, Brasil, 2001.
 [12] Koopman, B.; Grootenboer, H. J.; de Jongh, H. J.; An inverse dynamics model for the analysis, reconstruction and prediction of bipedal walking; Journal of biomechanics. 1995, 28, 1369.
 [13] Moreira, P.; et al; Biomechanical models for human gait analyses using inverse dynamics formulation; 5º Congresso Nacional de Biomecânica, Sociedade Portuguesa de Biomecânica, Espinho, Portugal, 2013.
 [14] Pedrosa, A. I. R.; Modelagem e controle de um exoesqueleto acionado por músculos pneumáticos; Dissertação de Mestrado em Ciências em Engenharia Mecânica, Instituto Militar de Engenharia, Brasil, 2015.
 [15] Ponte, P. J. V.; Análise dinâmica e cinemática de um exoesqueleto para auxiliar a marcha humana; Dissertação de Mestrado em Ciências em Engenharia Mecânica, Instituto Militar de Engenharia, Brasil, 2013.
 [16] Chevallereau, C.; Aoustin, Y.; Optimal reference trajectories for walking and running of a biped robot; Robotica, Cambridge University Press. 2001, 19, 557.
 [17] Hardt, D. E.; Mann, R. W.; A five body—three dimensional dynamic analysis of walking; Journal of Biomechanics. 1980, 13, 455.
 [18] Vaughan, C. L.; Davis, B. L.; O'Connor, J. C.; Dynamics of human gait, 2ª ed., Human Kinetics Publishers: Champaign, Illinois, 1992.
 [19] Doughty, S.; Mechanics of machines, 2ª ed., Jonh Willey: USA, 1988.
 [20] Van Brunt, B.; Holonomic and nonholonomic constraints, The calculus of variations, 2004, 119.
 [21] Tenenbaum, R. A.; Fundamentals of applied dynamics, Springer Science & Business Media. 2006.
 [22] Zheng, Y. F.; Hermami, H.; Impact effects of biped contact with the environment; IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. 1984, 14, 437.
 [23] Winter, A. D.; Biomechanics and motor control of human movement, 4ª ed., John Wiley & Sons: New Jersey, 2009.
 [24] Haug, E. J.; Computer aided kinematics and dynamical of mechanics systems, Allyn and Bacon. 1989.
 [25] Dollar, A. M.; Herr, H.; Lower extremity exoskeletons and active orthoses: challenges and state-of-the-art; IEEE Transactions on robotics. 2008, 24, 144.