

Similaridade Dinâmica Aplicada a Modelos de Aeronaves de Asas Rotativas

André Filipe Esteves Villar*, André Louzada Moreira, Paulo César Pellanda
Instituto Militar de Engenharia
Praça General Tibúrcio, 80, 22290-270, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
*andrevillar.eng@gmail.com

RESUMO: Este artigo trata da aplicação de um método de similaridade dinâmica baseado nas equações características de sistemas dinâmicos em um protótipo de aeronave de asas rotativas. O principal objetivo é escolher um modelo em escala reduzida cuja dinâmica mais se aproxime da dinâmica do protótipo no domínio adimensional, favorecendo uma adequada predição e avaliação da sua dinâmica de voo. O método, muito utilizado em mecânica dos fluidos, apresenta algumas particularidades que fazem o tornam uma alternativa interessante, do ponto de vista prático, ao método da análise dimensional. Para ilustrar o uso e eficácia deste método, o helicóptero Bell UH-1H é tomado como protótipo e, como modelos em escala, são escolhidos quatro aeromodelos comerciais. Como resultado, observa-se que a classificação dos modelos que melhor representam o protótipo no espaço adimensional depende tanto das variáveis de estado escolhidas como prioridades, quanto da manobra que se pretende analisar.

PALAVRAS-CHAVE: Similaridade, Método das Equações Características, Modelos em Escala, Dinâmica de Voo.

ABSTRACT: This paper deals with the application of a dynamic similarity method based on the characteristic equations of dynamic systems in a rotating wings aircraft prototype. The main aim is to select a small scaled model whose dynamics is as close as possible to the dynamics of the prototype in the dimensionless domain, favoring an adequate prediction and evaluation of its flight dynamics. The method, widely used in fluid mechanics, presents some particularities that make it an interesting alternative, from the practical point of view, to the dimensional analysis method. To illustrate the use and effectiveness of this method, the Bell UH-1H helicopter is taken as a prototype and, as scaled models, four commercial aircrafts are chosen. As a result, it can be observed that the classification of the models that represent the prototype in the dimensionless space depends on both the state variables chosen as priorities and the maneuver to be analyzed.

KEYWORDS: SSimilarity, Characteristic Equations Method, Scaled Models, Flight Dynamic.

1. INTRODUÇÃO

A alta complexidade envolvida no processo construtivo de uma aeronave de asas rotativas se torna ainda mais crítica quando ela é destinada a aplicações de segurança e defesa. Diversas áreas do conhecimento e diferentes expertises devem ser necessariamente envolvidas em todas as fases do seu ciclo de vida, desde o estabelecimento de requisitos até a operação.

Para fins diversos, a capacidade de modelar a dinâmica de um veículo a partir de uma versão em escala tem contribuído para a evolução de diversos equipamentos e procedimentos. O mais pulverizado nos últimos tempos são os Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs) que contam com o que há de mais inovador, sendo empregados nos mais diversos cenários.

Este artigo mostra a aplicabilidade de um método de escolha de um modelo em escala reduzida que seja adequado para prever a dinâmica de voo de uma aeronave em escala real como o helicóptero Bell UH-1H. Para isso, a ideia é fazer uso do conceito de similaridade dinâmica incompleta. Apesar da importância do estudo da similaridade dinâmica aplicada a aeronaves de asa rotativa, este tema é muito pouco explorado e praticamente não aparece na literatura especializada, que se restringe, em geral, à sua aplicação a veículos terrestres [1,6,7].

A similaridade dinâmica de veículos terrestres baseada nas suas equações características foi abordada pela primeira vez em [1]. Neste estudo, a técnica apresentada em [1] é adaptada para um protótipo de aeronave de asas rotativas, para a escolha de um modelo em escala reduzida que mais se aproxime da dinâmica do protótipo, no domínio adimensional.

O método é desenvolvido basicamente em cinco etapas:

- Modelagem da dinâmica do helicóptero em escala real, através das equações de governo, as quais são comuns aos modelos em escala reduzida escolhidos para o estudo, para verificação qualitativa;
- Escolha das grandezas dimensionais primárias que servirão

como parâmetros para a adimensionalização das equações de governo;

- Realização do processo de adimensionalização das equações de governo, revelando os parâmetros Π adimensionais e representando a dinâmica do protótipo e dos modelos passíveis de comparação no espaço adimensional;
- Determinação das variáveis de estado de maior importância do ponto de vista da escolha do melhor modelo em escala em função das manobras a serem analisadas;
- Determinação, através da similaridade dinâmica incompleta, considerando as variáveis de estado e manobras escolhidas, de qual modelo em escala reduzida é capaz de melhor prever a dinâmica de voo do protótipo em escala real.

Este artigo está organizado da seguinte forma: princípios da dinâmica de voo de aeronaves de asas rotativas, bem como as equações de seu movimento e cinemática, são apresentados na Seção 2; a técnica proposta neste artigo é apresentada na Seção 3; resultados e simulações que ilustram a eficácia do método proposto são apresentados na Seção 4, pelo uso dos modelos do helicóptero Bell UH-1H tomado como protótipo, e de quatro modelos de mini helicópteros comerciais, tomados como modelos em escala; as principais conclusões deste artigo são apresentadas na Seção 5.

2. DINÂMICA DE VOO

O que torna o helicóptero uma ferramenta essencial na área de segurança e defesa é justamente a agilidade a versatilidade que fornece ao piloto a possibilidade de uma exploração do espaço tridimensional muito menos restritiva do que o uso de aeronaves de asas fixas. Porém, a pluralidade de possíveis manobras transfere ao piloto uma alta complexidade de movimentos para serem planejadas e dominadas, exigindo um aguçado raciocínio em três dimensões para controlar os principais comandos da aeronave, conforme listados abaixo e representados na Figura 1:

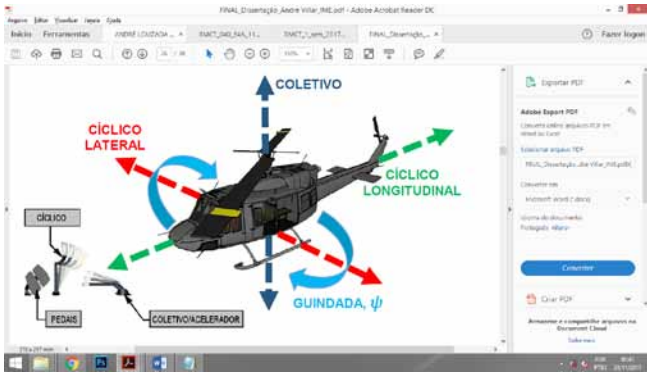


Fig. 1 – Comandos do helicóptero. Fonte: adaptado de [2].

a. Controle Coletivo

Localiza-se ao lado da poltrona do piloto, é responsável pelo movimento de subir e descer da aeronave, além de controlar a potência necessária para o voo. O controle da altitude é possível através do ângulo de atuação das pás do rotor principal, fazendo com que elas criem mais ou menos pressão e, assim, controlem a altitude da aeronave.

b. Controle Cíclico

O comando cíclico move o helicóptero em quatro direções: para trás, frente, direita e esquerda. Isto é possível através da inclinação provocada no disco do rotor principal. Normalmente, o comando localiza-se entre as pernas do piloto, que atua através do posicionamento na direção desejada. Para fins didáticos, divide-se o controle cíclico em cíclico lateral, que é o movimento em torno do eixo x, de rolagem, e o movimento cíclico longitudinal, em torno do eixo y, de arfagem.

c. Rotor de Cauda

Pedais controlam as pás do rotor de cauda, fazendo a aeronave girar em torno do eixo z, resultando no movimento de guinada. A tendência é que o helicóptero gire em sentido contrário ao do rotor principal; o rotor de cauda compensa tal reação e promove ainda o controle da guinada.

d. Pás da Hélice

O formato da pá da hélice faz com o que o ar passe por cima da peça de forma mais rápida que a parte de baixo, diminuindo a pressão exercida na região superior. Tal fenômeno faz com que a pressão vinda de baixo da pá da hélice ice o helicóptero.

2.1 Equações de Movimento

As equações de movimento da fuselagem da aeronave, para o caso de seis graus de liberdade, são desenvolvidas a partir da aplicação da segunda Lei de Newton-Euler. A posição do corpo rígido é definida por meio do referencial inercial.

O movimento translacional é definido pelo movimento do centro de gravidade na fuselagem. As acelerações lineares nos eixos x, y e z são definidas pelas seguintes equações, enunciadas por Padfield [3]:

$$\dot{u} = -(wq - vr) + \frac{X}{m_a} - g \sin \theta; \quad (1)$$

$$\dot{v} = -(uq - wp) + \frac{Y}{m_a} + g \cos \theta \sin \phi; \quad (2)$$

$$\dot{w} = -(vp - uq) + \frac{Z}{m_a} + g \cos \theta \cos \phi. \quad (3)$$

A movimentação rotacional é regida pelas equações:

$$\dot{p} = [(I_{yy} - I_{zz})qr + I_{xz}(pq + \dot{r}) + L]/I_{xx}; \quad (4)$$

$$\dot{q} = [(I_{zz} - I_{xx})pr + I_{xz}(r^2 - p^2) + M]/I_{yy}; \quad (5)$$

$$\dot{r} = (I_{xx} - I_{yy})pq + I_{xz}(\dot{p} - rq) + N/I_{zz}; \quad (6)$$

em que:

- u, v e w são velocidades translacionais;
- p, q e r são velocidades rotacionais expressas nos eixos x, y e z;
- ϕ, θ e ψ são os ângulos de rotação de Euler;
- I_{xx}, I_{yy} e I_{zz} são os momentos de inércia da fuselagem em torno dos eixos de referência do corpo;
- m_a é a massa da aeronave;
- X, Y e Z são as resultantes das forças externas;
- L, M e N são as resultantes dos momentos externos.

As Equações (1) à (6) formam o sistema de equações diferenciais ordinárias não-lineares que descrevem o movimento completo da fuselagem de um helicóptero de corpo rígido, em um sistema de seis graus de liberdade, como enfatizado por Oliveira [4].

2.2 Equações Cinemáticas

As equações de movimento da fuselagem da aeronave $\omega B = [p \ q \ r]^T$, para o caso de seis graus de liberdade, são desenvolvidas a partir da aplicação da segunda Lei de Newton-Euler. A posição do corpo rígido é definido através do referencial inercial.

O vetor velocidade angular da aeronave, no sistema de referência da fuselagem, está relacionado à taxa de variação dos ângulos de Euler no tempo, através da igualdade [5]:

$$\dot{\phi} = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta; \quad (7)$$

$$\dot{\psi} = \sin \phi \sec \theta + r \cos \phi \sec \theta. \quad (8)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi + r \sin \phi; \quad (9)$$

As equações cinemáticas rotacionais representam o movimento do helicóptero em relação ao sistema inercial fixo na terra e são representados pelas Equações (7) à (9).

3. ANÁLISE DIMENSIONAL, ADIMENSIONALIZAÇÃO E SIMILARIDADE

Técnicas de modelagem e simulação tornaram-se ferramentas indispensáveis para o desenvolvimento de programas tecnológicos, principalmente nas áreas de Engenharia e Física. Tais artifícios desempenham papel essencial por permitir gerar e testar uma grande variedade de concepções de projeto com menor dependência nos protótipos reais. Complementando a importância da modelagem e simulação, a análise dimensional possibilita a obtenção de teorias que têm como objetivo interpretar os resultados experimentais e determinar as condições de semelhança entre processos físicos de mesma natureza.

O princípio da análise dimensional é uma ferramenta analítica poderosa e seu desenvolvimento é baseado em uma

ideia que a igualdade numérica absoluta das quantidades pode existir somente quando as quantidades são similares qualitativamente [6]. Em outras palavras, e desta vez fazendo-se uso do princípio da homogeneidade dimensional, qualquer equação que descreve um fenômeno físico deve ser válida independentemente do sistema de unidades de medida.

Os resultados obtidos em uma análise dimensional são apenas qualitativos. Já os quantitativos e as equações exatas da predição podem ser obtidos se forem combinados com os procedimentos experimentais, que inclui uma eletrônica embarcada no veículo em escala e/ou no protótipo real, como o procedimento adotado em [7], para validar o modelo proposto em [1], acerca da adimensionalização da dinâmica vertical de veículos terrestres.

Na análise dimensional, existem as ditas dimensões fundamentais, ou quantidades primárias, dentre elas: comprimento, massa, tempo, intensidade de corrente elétrica e temperatura. A partir destas dimensões fundamentais, são escritas as dimensões derivadas, ou quantidades secundárias, como por exemplo, a aceleração sendo representada em função do comprimento [M] e do tempo [T]:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dx}{dt^2} \Rightarrow [MT^{-2}] \quad (10)$$

3.1 MODELO DIMENSIONAL

Este estudo parte do chamado protótipo: uma aeronave em escala real, versão atualizada do helicóptero utilitário norte-americano UH-1H, mais conhecido como Huey II. Os aeromodelos são aeronaves em escala reduzida que podem ser usados em substituição aos protótipos em testes e provas, desde que haja similaridade dinâmica com o modelo em escala real.

Primeiramente, as equações de governo não-lineares foram inseridas no software MATLAB®/SIMULINK, a fim de implementar a modelagem da dinâmica do protótipo, tendo a atenção voltada a uma análise qualitativa do seu desempenho. Essa abordagem tem como propósito aferir as forças externas resultantes X , Y e Z , bem como os momentos externos resultantes L , M e N , de modo que protótipo e modelos explorem o plano xz , ou seja, movimentos translacionais isolados no eixo x , no eixo z , ou em ambos, de forma previsível.

Uma vez implementado o caso dimensional, em escala real, foram verificados alguns movimentos, do tipo decolagem, com movimentação restrita ao eixo z (movimento acelerado, partindo do repouso, na direção vertical, com sentido de baixo para cima), com decolagem combinando movimentos na direção dos eixos x e z (tomando um movimento nos sentidos de baixo para cima, de trás para frente em relação à fuselagem), e finalmente uma decolagem e uma aterrissagem, com a movimentação descrevendo uma parábola no plano xz .

Inicialmente, o produto de inércia I_{xz} é anulado, considerando uma simetria da fuselagem no plano xz , conforme já utilizado por diversos autores, como [8] e [2], reduzindo as equações (4), (5) e (6) para às seguintes equações diferenciais:

$$\dot{p} = [(I_{yy} - I_{zz})qr + L]/I_{xx}; \quad (11)$$

$$\dot{q} = [(I_{zz} - I_{xx})pr + M]/I_{yy}; \quad (12)$$

$$\dot{r} = (I_{xx} - I_{yy})pq + N/I_{zz}. \quad (13)$$

3.2 Testes Para a Modelagem Dimensional

Na Figura 2, é possível observar o gráfico de posição *versus* tempo, resultado da aplicação de uma força constante no eixo Z , no caso a força externa resultante Z constante e todas as demais forças externas e momentos externos nulos. Esse primeiro caso também é representado pelas Figuras 3 e 4, onde se encontram os gráficos de velocidades translacionais e uma descrição da trajetória da fuselagem, respectivamente, para um teste de duração de 10 s.

No segundo caso da aplicação das equações para preparação do protótipo (tamanho real), foram consideradas duas funções, $X(t)$ e $Z(t)$, que são as resultantes das forças externas na direção dos eixos x e z , respectivamente. Nessa configuração, a aeronave faz uma decolagem, e inicia uma movimentação à frente.

A Figura 5 representa a variação da posição em x e z , evidenciando o repouso em relação ao deslocamento no eixo y . A Figura 6 é o gráfico que representa as velocidades translacionais u e w . É possível observar que a velocidade w , no eixo z , é dividida em três etapas, de aceleração, de movimento uniforme e desaceleração até w ser nulo, para um voo em deslocamento apenas no eixo x , conforme pode ser observado na Figura 7.

A segunda configuração de manobra, chamada de decolagem em máxima performance, é comum quando a aeronave necessita vencer obstáculos próximos, tendo uma área reduzida para realizar a decolagem, atentando quanto à potência da aeronave, velocidade do vento, temperatura, carga, posição do centro de gravidade, entre outros aspectos.

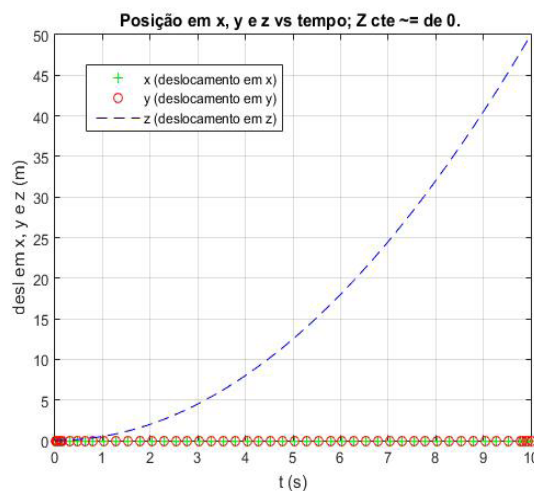


Fig. 2 – Deslocamento x, y, z para o primeiro caso.

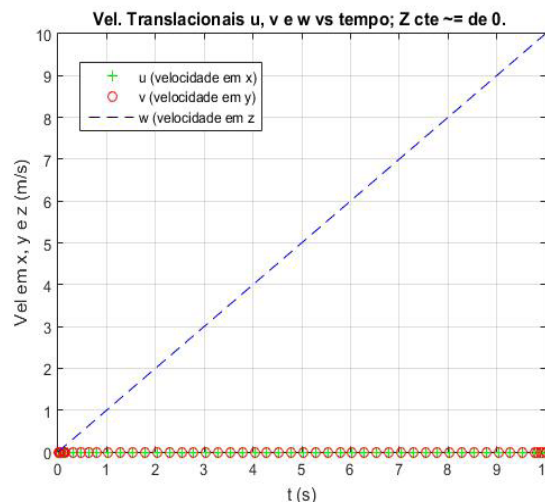


Fig. 3 – Gráfico de u, v e w para o primeiro caso.

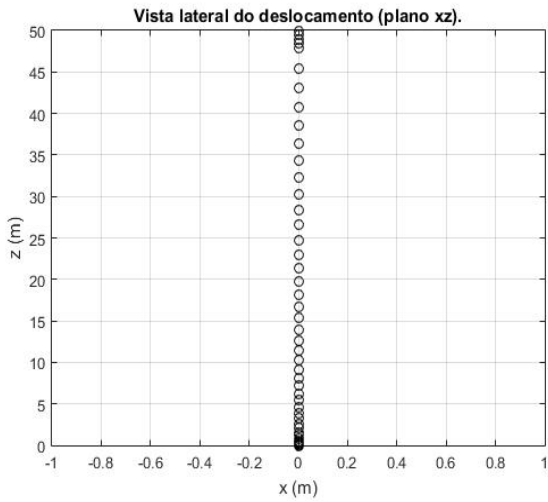


Fig. 4 – Trajetória da fuselagem para o primeiro caso.

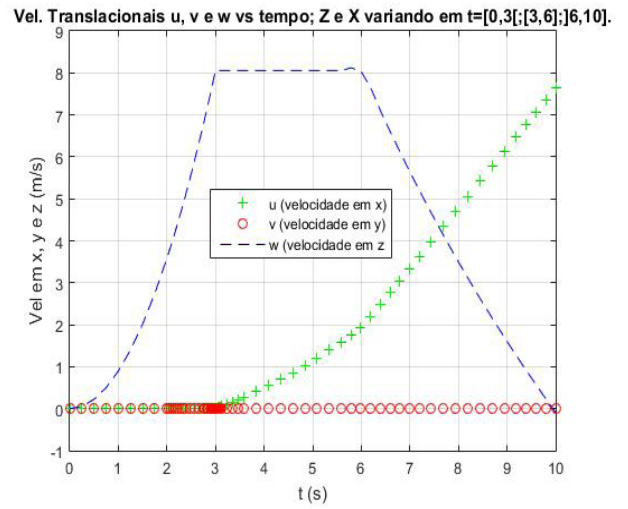


Fig. 6 – Gráfico de u, v e w para o segundo caso.

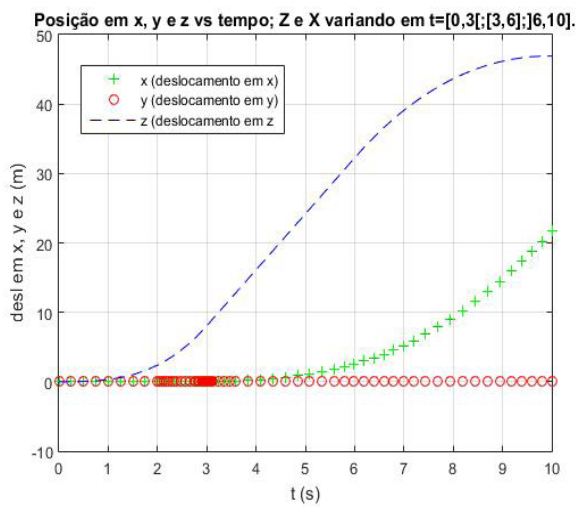


Fig. 5 – Deslocamento x, y, z para o segundo caso.

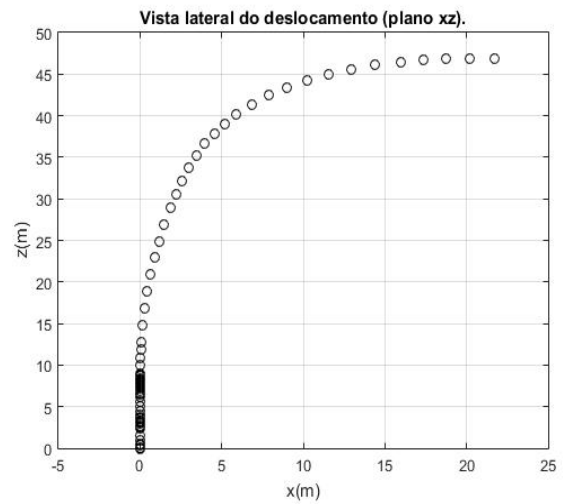


Fig. 7 – Trajetória da fuselagem para o segundo caso.

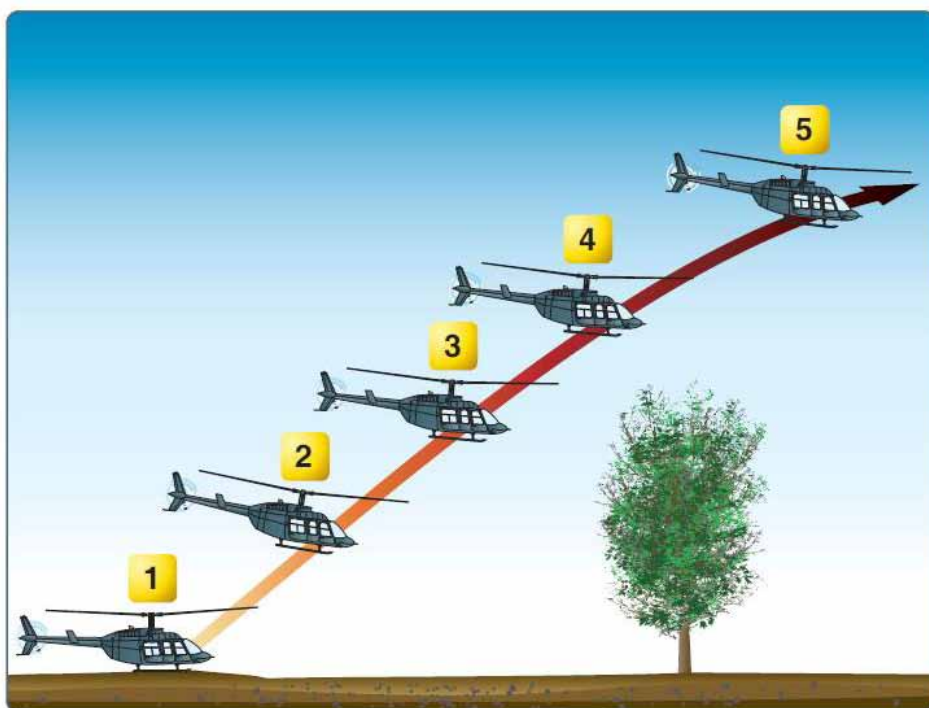


Fig. 8 – Decolagem em máxima performance. Fonte: [9].

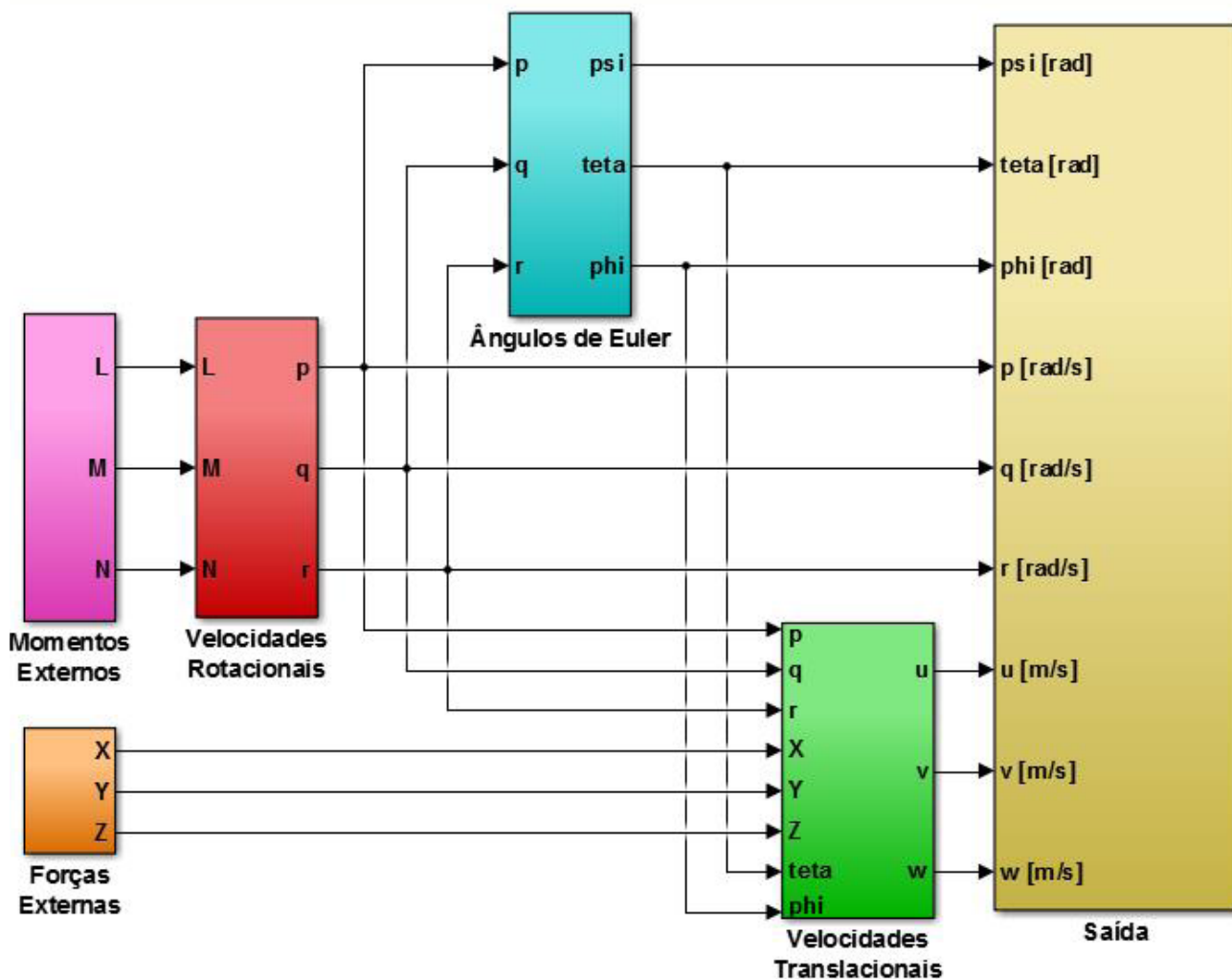


Fig. 9 – Diagrama de blocos das equações originais.

A curva que descreve a trajetória do modelo do protótipo na decolagem em máxima performance pode ser observada na Figura 7. A Fig. 8 foi retirada do manual de aviação *Helicopter Flying Handbook, Federal Aviation Administration* [9], e ilustra um perfil semelhante da decolagem.

Além de validar a modelagem de protótipos e aeromodelos, a implementação desta decolagem permite avaliar sua sensibilidade da ferramenta quanto a variações de manobras em relação ao desempenho relativo dos modelos, influenciada diretamente pelas variáveis de estado, um conjunto delas, ou até um conjunto delas considerando diferentes pesos entre elas, conforme o interesse do estudo.

Um terceiro e último teste de aplicação do modelo foi implementado, desta vez com o objetivo de validar o uso da equação simplificada, com o produto de inércia no plano xz nulo, $I_{xz} = 0$, em que convenientemente se anularam derivadas com termos interdependentes nas equações diferenciais originais. A consideração é razoável visto que as curvas das equações originais e com o I_{xz} nulo estão sobrepostas, em função da natureza das manobras consideradas neste estudo.

Para a aplicação das equações originais, foi montado o diagrama de blocos na ferramenta SIMULINK®, conforme é possível observar na Figura 9.

As equações alteradas são, portanto, as Equações (4), (5) e (6), que foram reescritas na forma das equações (11), (12)

e (13) (após zerar o produto de inércia no plano xz). Os gráficos de posição e velocidades translacionais foram, então, traçados e a descrição da trajetória, em manobra de decolagem e aterrissagem, está representada nos gráficos das Figuras 10, 11 e 12.

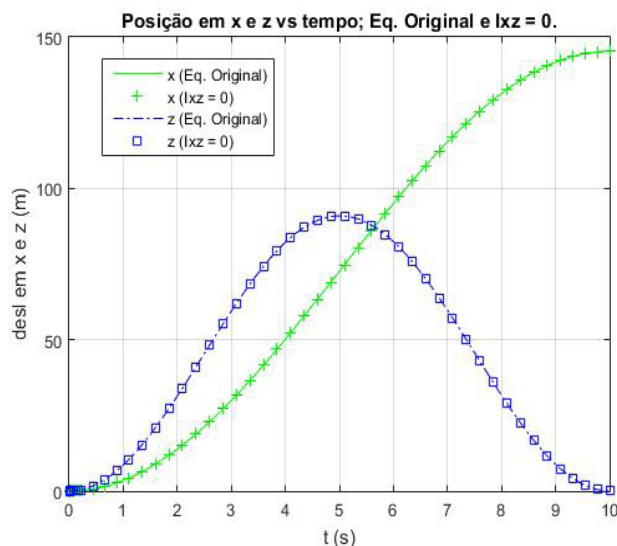


Fig. 10 – Deslocamentos x e z com as equações originais e I_{xz} nulo.

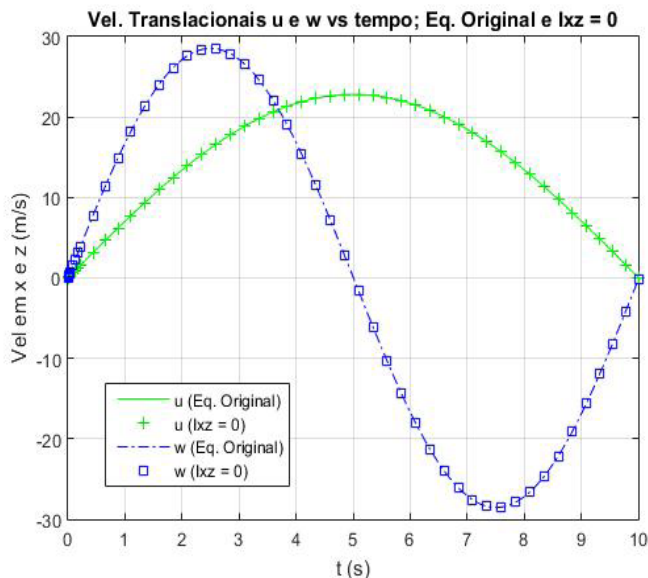


Fig. 11 – Velocidades u e v com as equações originais e lxz nulo.

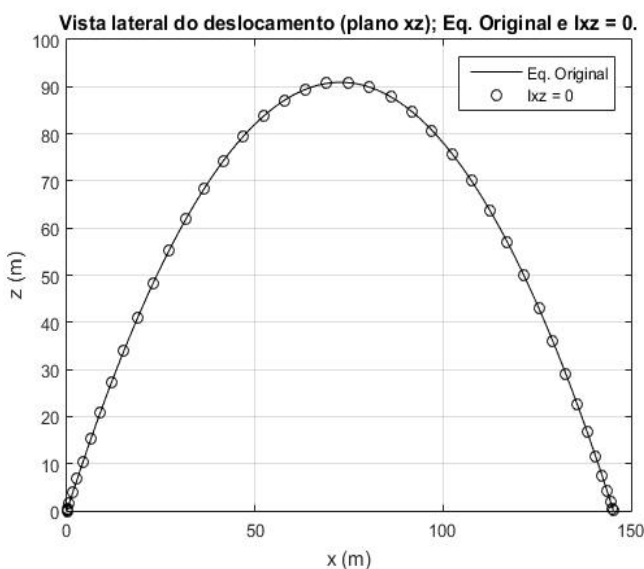


Fig. 12 – Vista do plano xz com as equações originais e lxz nulo.

3.3 ADIMENSIONALIZAÇÃO E PARÂMETROS ADIMENSIONAIS

Para que a adimensionalização ocorra, é preciso definir os parâmetros de comparação entre o protótipo de tamanho real e os modelos que se pretende comparar. Por isso, definiram-se como parâmetros os elementos de grandeza primária: L_a , que é o comprimento da pá do helicóptero, que é o tempo necessário para que o helicóptero percorra a trajetória de 100 (cem) vezes o tamanho de sua pá ($100 * L_a$) em velocidade máxima, e m_a , que é a massa da aeronave; representando as dimensões fundamentais normalmente usadas em mecânica, LMT (comprimento-massa-tempo).

Finalmente, tem-se os requisitos para o início da adimensionalização. Os termos adimensionais correspondentes aos encontrados nas equações de governo, levam um asterisco sobrescrito. O u^* por exemplo, é a velocidade adimensional translacional no eixo x, sendo realizado o procedimento descrito a seguir para sua obtenção.

Sendo, $u = dx/dt$ comparam-se os termos de mesma grandeza para que o resultado se torne um fator adimensional. Portanto, o x é comparado com L_a e o t com o . Colocando o que é constante para fora da derivada, encontra-se:

$$u^* = \frac{d\left(\frac{x}{L_a}\right)}{d\left(\frac{t}{\tau}\right)} = \frac{\tau}{L_a} \frac{dx}{dt} = \frac{\tau}{L_a} u,$$

e portanto,

$$u^* = \frac{\tau}{L_a} u. \tag{14}$$

O mesmo procedimento pode ser observado para , ressaltando que desta vez é usada a derivada segunda da posição, mantendo-se as constantes de comprimento e tempo para o processo de adimensionalização:

$$\dot{u}^* = \frac{d}{d\left(\frac{t}{\tau}\right)} \left(\frac{d\left(\frac{x}{L_a}\right)}{d\left(\frac{t}{\tau}\right)} \right) = \frac{\tau^2}{L_a} \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{\tau^2}{L_a} \dot{u},$$

e portanto,

$$\dot{u}^* = \frac{\tau^2}{L_a} \dot{u}. \tag{15}$$

Cada variável precisou ser colocada à razão de uma constante de mesma unidade para que fosse possível o processo de adimensionalização, resultando nos dados da Tabela 1, com todos as correspondências dos termos adimensionais.

Tab. 1: Termos adimensionais correspondentes.

| | | |
|--|--|--|
| $u^* = \frac{\tau}{L_a} u$ | $v^* = \frac{\tau}{L_a} v$ | $w^* = \frac{\tau}{L_a} w$ |
| $\dot{u}^* = \frac{\tau^2}{L_a} \dot{u}$ | $\dot{v}^* = \frac{\tau^2}{L_a} \dot{v}$ | $\dot{w}^* = \frac{\tau^2}{L_a} \dot{w}$ |
| $p^* = \tau q$ | $q^* = \tau q$ | $r^* = \tau r$ |
| $\dot{p}^* = \tau^2 \dot{p}$ | $\dot{q}^* = \tau^2 \dot{q}$ | $\dot{r}^* = \tau^2 \dot{r}$ |
| $\phi^* = \phi$ | $\theta^* = \theta$ | $\psi^* = \psi$ |
| $X^* = \frac{X}{m_a g}$ | $Y^* = \frac{Y}{m_a g}$ | $Z^* = \frac{Z}{m_a g}$ |
| $L^* = \frac{L}{m_a g L_a}$ | $M^* = \frac{M}{m_a g L_a}$ | $N^* = \frac{N}{m_a g L_a}$ |
| $I_{xx}^* = \frac{I_{xx}}{m_a L_a^2}$ | $I_{yy}^* = \frac{I_{yy}}{m_a L_a^2}$ | $I_{zz}^* = \frac{I_{zz}}{m_a L_a^2}$ |

De posse dos termos adimensionais, reescrevem-se as equações que regem a dinâmica de voo da aeronave nos seis graus de liberdade, porém desta vez substituindo os termos dimensionais por suas igualdades, contendo os termos adimensionais, conforme segue da Equação (4):

$$\frac{L_a}{\tau^2} \dot{u}^* = \left(\frac{r^*}{\tau} \frac{L_a v^*}{\tau} - \frac{q^*}{\tau} \frac{L_a w^*}{\tau} \right) + \frac{X^* m_a g}{m_a} - g \sin \theta \quad (16)$$

Manipulando as novas igualdades, é possível achar um fator multiplicador presente em todas as equações da dinâmica da fuselagem, e que será o elo entre as equações dimensionais (protótipo e modelo) e adimensionais, carregando as informações essenciais para a aplicação da similaridade.

Dividindo a Equação (16) pela gravidade g e colocando termos em evidência, tem-se

$$\frac{L_a}{g\tau^2} \dot{u}^* = \frac{L_a}{g\tau^2} (r^* v^* - q^* w^*) + X^* - \sin \theta$$

o que permite identificar o fator adimensional como

$$\Pi = \frac{L_a}{g\tau^2} \quad (17)$$

Dando prosseguimento, encontra-se a nova equação adimensional:

$$\begin{aligned} \Pi \dot{u}^* &= \Pi(r^* v^* - q^* w^*) + X^* - \sin \theta, \\ \dot{u}^* &= (r^* v^* - q^* w^*) + (X^* - \sin \theta)/\Pi. \end{aligned} \quad (18)$$

As demais equações, na forma adimensional em função do parâmetro, são:

$$\dot{v}^* = (p^* w^* - r^* u^*) + (Y^* + \sin \phi \cos \theta)/\Pi; \quad (19)$$

$$\dot{w}^* = (q^* u^* - p^* v^*) + (Z^* + \cos \phi \cos \theta)/\Pi; \quad (20)$$

$$\dot{p}^* = [q^* r^* (I_{yy}^* - I_{zz}^*) + L^*/\Pi] / I_{xx}^*; \quad (21)$$

$$\dot{q}^* = [r^* p^* (I_{zz}^* - I_{xx}^*) + M^*/\Pi] / I_{yy}^*; \quad (22)$$

$$\dot{r}^* = [p^* q^* (I_{xx}^* - I_{yy}^*) + N^*/\Pi] / I_{zz}^*. \quad (23)$$

3.4 MODELOS PARA ADIMENSIONALIZAÇÃO

Com a análise da similaridade dinâmica através de modelos em escala, espera-se que o aeromodelo escolhido se comporte o mais próximo possível do protótipo real. O objetivo do método aqui apresentado é, portanto, indicar, dentre os modelos disponíveis, aquele cujo desempenho mais se assemelha à dinâmica do protótipo no espaço adimensional.

Em um caso ideal, com uma predição exata entre um modelo em escala e protótipo, o parâmetro adimensional é igual em ambos os casos e os termos que compõem tal parâmetro se compensam e tornam também iguais os fatores de adimensionalização que conduzem os casos dimensionais ao espaço adimensional.

Tab. 2: Características construtivas do protótipo e dos modelos

| Fuselagem | I _{XX} [kg.m ²] | I _{YY} [kg.m ²] | I _{ZZ} [kg.m ²] | m _a [kg] |
|-----------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------|
| PROTÓTIPO UH-1H | 3.795 | 17.259 | 14.639 | 2.792,2 |
| RAPTOR-30 | 0,1000 | 0,2000 | 0,2000 | 3,0 |
| RAPTOR-50 | 0,1043 | 0,2675 | 0,2592 | 3,4 |
| RAPTOR-90 | 0,1043 | 0,2675 | 0,2592 | 4,8 |
| XCELL-60 | 0,1800 | 0,3400 | 0,2800 | 8,2 |
| SIMILARIDADE COMPLETA | 0,1043 | 0,2675 | 0,2592 | 3,4 |

Foram escolhidos quatro aeromodelos comerciais diferentes: o RAPTOR-30, o RAPTOR-50, o RAPTOR-90 e o X-CELL-60; e ainda, um modelo ideal fictício para a demonstração da similaridade completa.

As características construtivas necessárias para os cálculos estão presentes nas Tabelas 2 e 3, coletadas de [10], [11], e [12], exceto os momentos de inércia do modelo RAPTOR-30, que foram estimados. Além disso, as constantes de tempo e os parâmetros adimensionais calculados, que utilizados na modelagem, também constam na Tabela 3.

Tab. 3: Características construtivas e termos calculados de τ e Π adimensional do protótipo e dos modelos

| Fuselagem | L _a [m] | VM | τ (100 * L _a / VM) | Π |
|-----------------------|--------------------|-------|------------------------------------|--------|
| PROTÓTIPO UH-1H | 7,270 | 80,55 | 9,0255 | 0,0091 |
| RAPTOR-30 | 0,622 | 26,75 | 2,3271 | 0,0117 |
| RAPTOR-50 | 0,672 | 29,84 | 2,2537 | 0,0135 |
| RAPTOR-90 | 0,778 | 30,87 | 2,5219 | 0,0125 |
| XCELL-60 | 0,775 | 32,00 | 2,4219 | 0,0135 |
| SIMILARIDADE COMPLETA | 0,453 | 29,84 | 2,2537 | 0,0091 |

4. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

4.1 Metodologia

As simulações iniciam-se pela implementação das equações adimensionalizadas com os parâmetros adimensionais já calculados, bem como pelas informações advindas das características construtivas do protótipo e dos modelos. Escolhem-se, então, as variáveis de estado que mais interessam para comparar o desempenho do protótipo com os dos mo-

delos. Para este estudo, foi considerada a posição z para uma primeira configuração de manobra de decolagem na vertical simples e as posições x e z para a segunda manobra, em máxima performance.

Encontrar a similaridade completa entre um veículo em tamanho real e outro em escala é quase impossível, em uma primeira análise, pela grande disparidade na relação entre massa e potência, sendo mais comum, por exemplo, achar modelos em escala reduzida que possuem similaridade dinâmica completa entre si.

Para ilustrar a afirmação supracitada, foi criado um modelo fictício, denominado modelo 'sc' (similaridade completa) a partir das características construtivas do modelo RAPTOR-50, com o objetivo de achar o comprimento de pá (parâmetro escolhido) que tornasse o modelo fictício completamente similar dinamicamente ao protótipo UH-1H, conforme observado nas Tabelas 2 e 3. Vale ressaltar que a escolha do tamanho da pá ideal serve somente para ilustração e ignora fatores técnicos de projeto para aeromodelismo.

Como critério de comparação, adotou-se a verificação através das médias das diferenças ao quadrado ($M^d \Delta$), das variáveis de estado elencadas (variáveis de posição, x e z), que resultará em um procedimento para julgar qual modelo melhor prediz a dinâmica do protótipo através da similaridade, para a manobra adotada.

A modelagem a seguir ajusta forças e momentos externos, X , Y , Z e L , M e N , respectivamente. Dentro das resultantes, existem cadeias de comando que advêm do esterçamento dos instrumentos de controle disponíveis ao piloto, como ilustrado na Figura 1, e aplicado na representação em diagrama de blocos da simulação de um helicóptero, na Figura 9.

Ocorre que o presente estudo prioriza a ferramenta de similaridade por meio da técnica de adimensionalização, e não a modelagem de um simulador, por exemplo, fazendo das resultantes supramencionadas entradas de funções, com o objetivo da aplicação da ferramenta de escolha de modelo.

4.2 Similaridade Dinâmica Incompleta na Decolagem Simples

O que caracteriza a similaridade dinâmica incompleta é a desigualdade dos parâmetros do protótipo e do modelo, sem prejuízo considerável na precisão da predição da dinâmica do protótipo pelo uso do modelo em escala escolhido.

Na decolagem simples, a fuselagem desenvolve uma subida acelerada, partindo do repouso, no instante t_0 , promovendo uma movimentação do corpo exclusivamente no eixo z , com duração de teste $t^* = 10$.

Nas Figuras 13 e 14, têm-se os gráficos com a comparação dos comportamentos dinâmicos da manobra de decolagem simples, levando em conta a posição z^* e a velocidade w^* , respectivamente, em função do tempo t^* , destacando que os parâmetros estão sendo analisados no domínio adimensional. É possível observar uma proximidade das dinâmicas dos aeromodelos RAPTOR-50 e XCELL-60; o fato ocorre em função dos valores dos parâmetros adimensionais destes serem muito próximos, diferindo na ordem de 10^{-5} .

A Figura 15 ilustra os deslocamentos, como se fosse uma vista lateral, sendo observadas as decolagens de cada modelo em z^* , sobre o terreno, representado pelo eixo da abscissa x^* . Nota-se mais uma vez a proximidade do alcance no espaço adimensional dos modelos RAPTOR-50 e XCELL-60, com tempo de simulação adimensional $t^* = 10$.

As médias das diferenças ao quadrado calculadas para relativizar as performances dos modelos, e as razões entre os parâmetros Π , de modelo e protótipo, estão na Tabela 4. A comparação resultou em menores valores para o RAPTOR-30, sendo este aeromodelo, portanto, o melhor para predizer a dinâmica do protótipo UH-1H, por meio da similaridade, considerando a variável de estado escolhida e a manobra adotada.

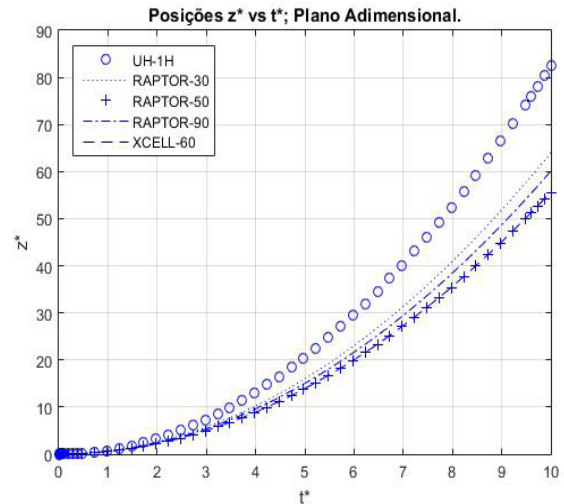


Fig. 13 – Posições z^* em função de t^* na decolagem simples.

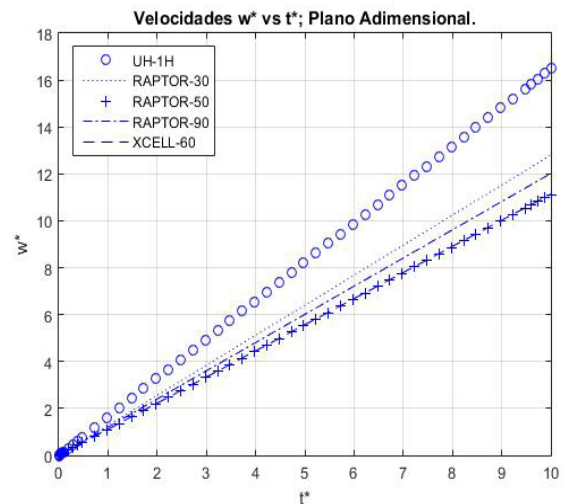


Fig. 14 – Velocidades w^* em função de t^* na decolagem simples.

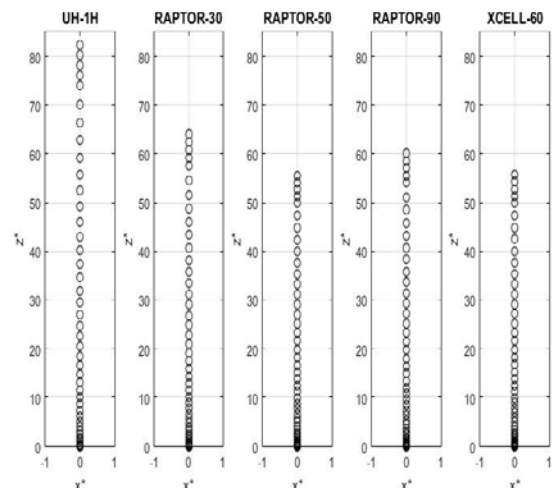


Fig. 15 – Descrição das trajetórias dos modelos na decolagem simples.

Tab. 4: Valores das médias das diferenças ao quadrado e as razões dos parâmetros para decolagem simples.

| Fuselagem | $M_d \Delta^2 z$ ($\cdot 10^3$) | $\Pi_{\text{modelo}}/\Pi_{\text{protótipo}}$ |
|-----------------------|-----------------------------------|--|
| RAPTOR-30 | 2,137 | 1,288 |
| RAPTOR-50 | 4,541 | 1,484 |
| RAPTOR-90 | 3,137 | 1,372 |
| XCELL-60 | 4,502 | 1,481 |
| SIMILARIDADE COMPLETA | 0,000 | 1,000 |

4.3 Similaridade Dinâmica Completa na Decolagem Simples

As Figuras 16, 17 e 18 representam as curvas no domínio adimensional da posição z^* , velocidade w^* e a trajetória em decolagem simples, respectivamente, ilustrando a compatibilidade da similaridade dinâmica completa em duas circunstâncias distintas:

- A primeira segue da manipulação do parâmetro adimensional de um modelo baseado inicialmente no RAPTOR-50, no qual foi alterado o comprimento da pá do rotor principal para dar origem a um modelo fictício, nomeado de 'sc', para ser compatível com o protótipo UH-1H.
- A segunda foi identificada após o início das simulações, quando se observou uma proximidade razoável do valor dos parâmetros adimensionais entre dois aeromodelos, tornando a performance do RAPTOR-50 e XCELL-60 tão próximas que as curvas se apresentaram sobrepostas.

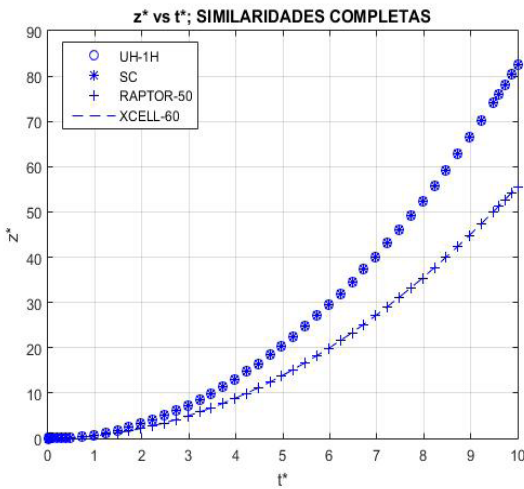


Fig. 16 – Posições z^* , em função do tempo t^* , com similaridade dinâmica completa para decolagem simples.

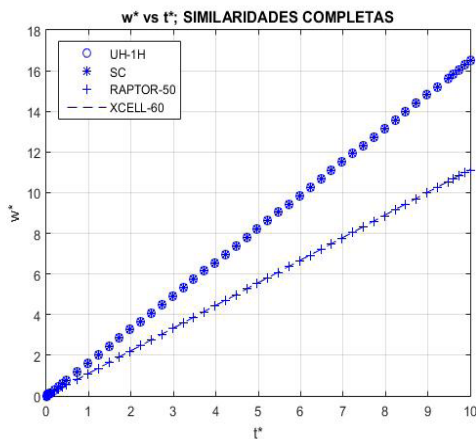


Fig. 17 – Velocidades w^* , em função do tempo t^* , com similaridade dinâmica completa para decolagem simples.

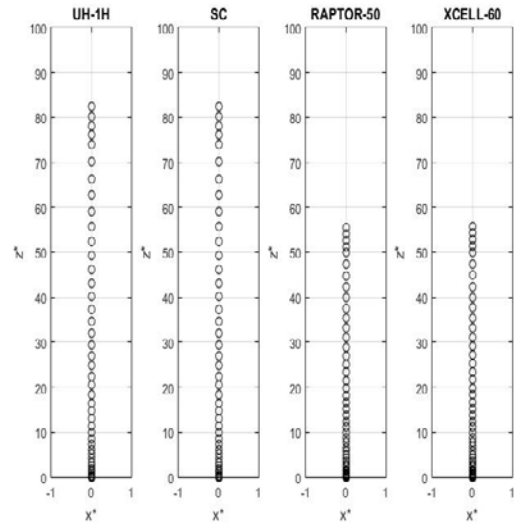


Fig. 18 – Descrição da trajetória com similaridade dinâmica completa para decolagem simples.

4.4 Similaridade Incompleta na Decolagem em Máxima Performance

O resultado da escolha do modelo que melhor representa o protótipo no espaço adimensional depende tanto das variáveis de estado, que serão escolhidas como prioridade no estudo, quanto da manobra que se pretende analisar.

Como já foi verificado na manobra anterior, as dinâmicas do RAPTOR-50 e do XCELL-60 são muito próximas, sendo tratados nesse estudo, inclusive, como completamente dinamicamente similares. A equivalência se mantém na segunda manobra porque os parâmetros adimensionais não diferem em função do tipo de movimentação do corpo.

Porém, em relação à comparação com o protótipo, é possível que um modelo represente melhor do que outro, alterando a manobra ou a variável de estado considerada. Na decolagem em máxima performance, observa-se uma variação nos desempenhos, mantendo o RAPTOR-30 como o mais próximo do UH-1H. Contudo, houve uma inversão nas performances entre o RAPTOR-50 e o XCELL-60, do teste de decolagem simples para a decolagem em máxima performance, conforme dados da Tabela 5, quando a variável elencada é a posição em z .

Tab. 5: Valores das médias das diferenças ao quadrado e as razões dos parâmetros para a segunda decolagem

| Fuselagem | $M_d \Delta^2 x$ ($\cdot 10^3$) | $M_d \Delta^2 z$ ($\cdot 10^2$) | $\Pi_{\text{modelo}}/\Pi_{\text{protótipo}}$ |
|-----------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|--|
| RAPTOR-30 | 0,530 | 0,955 | 1,288 |
| RAPTOR-50 | 1,125 | 2,030 | 1,484 |
| RAPTOR-90 | 0,777 | 1,402 | 1,372 |
| XCELL-60 | 1,116 | 2,201 | 1,481 |
| SIMILARIDADE COMPLETA | 0,000 | 0,000 | 1,000 |

As curvas presentes na Figura 19 representam os deslocamentos x^* , em função do tempo adimensional t^* , e revela curvas quadráticas de deslocamentos tipicamente acelerados, em que os comportamentos do RAPTOR-30 e do RAPTOR-90 estão mais próximos, respectivamente, da curva adimensional do protótipo. E, como já mencionado, ilustra a proximidade dos modelos RAPTOR-50 e XCELL-60, todavia sem que fique com definição suficiente para mostrar a defasagem existente entre eles.

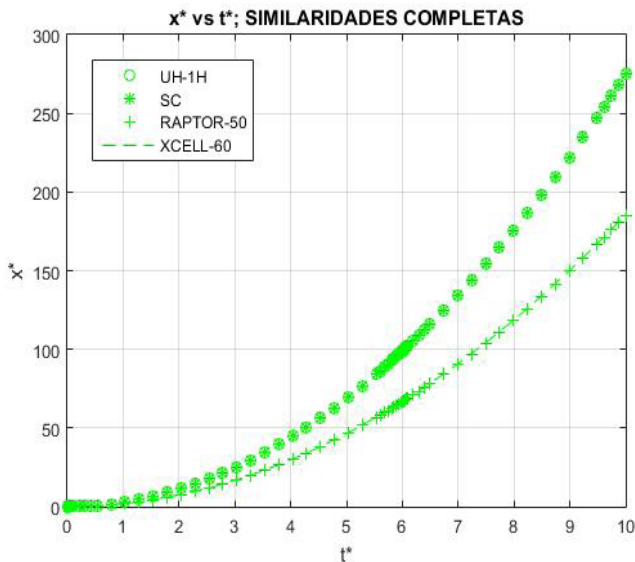


Fig. 19 – Posições x^* em função de t^* na decolagem em máxima performance.

A Figura 20 contém o gráfico do deslocamento em z^* , destacando que, na segunda manobra, considera-se também o movimento à frente, no eixo x , principalmente a partir de $t^* = 6$.

As Figuras 21 e 22 contêm as curvas das velocidades adimensionais translacionais, w^* e u^* , respectivamente, que configuram a manobra escolhida.

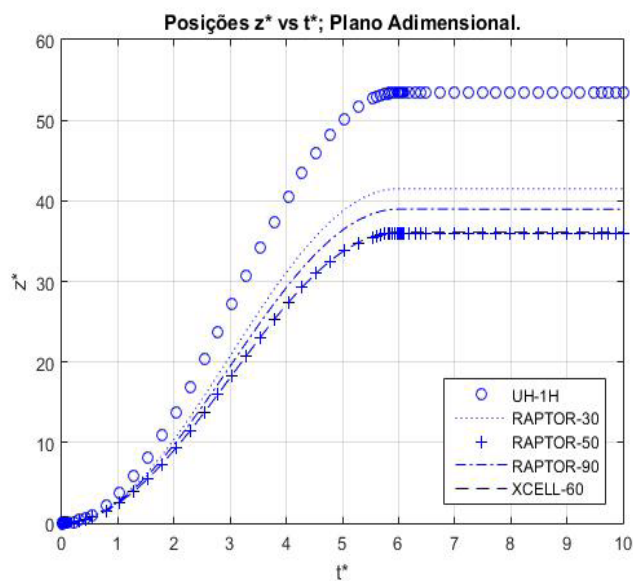


Fig. 20 – Posições z^* em função de t^* na decolagem em máxima performance.

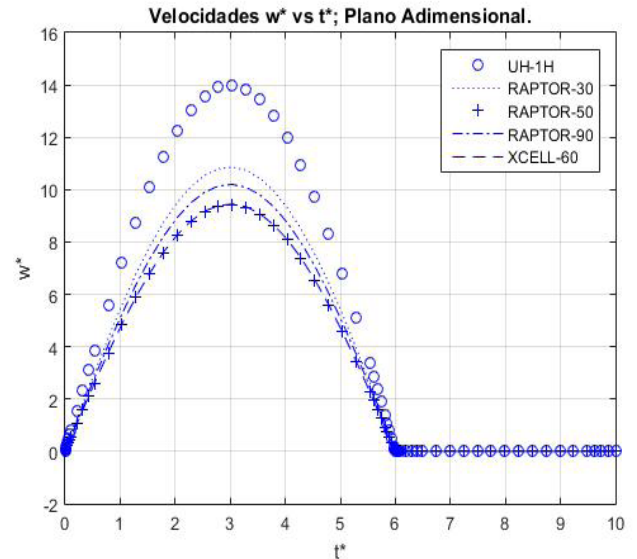


Fig. 21 – Velocidades w^* na decolagem em máxima performance.

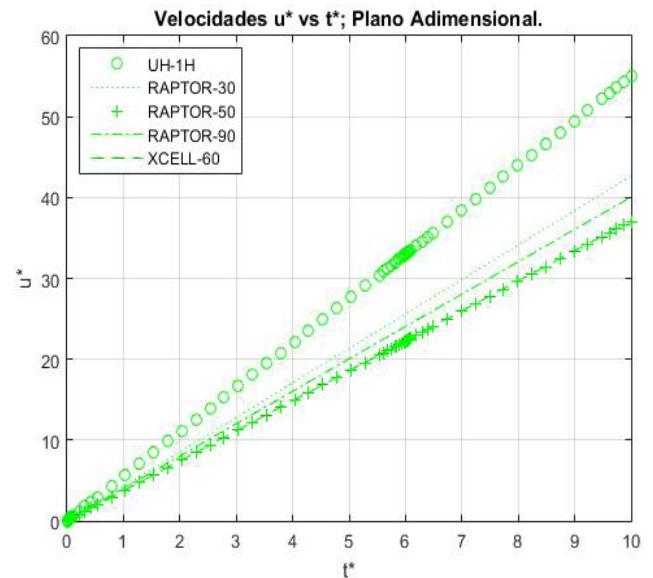


Fig. 22 – Velocidades u^* na decolagem em máxima performance.

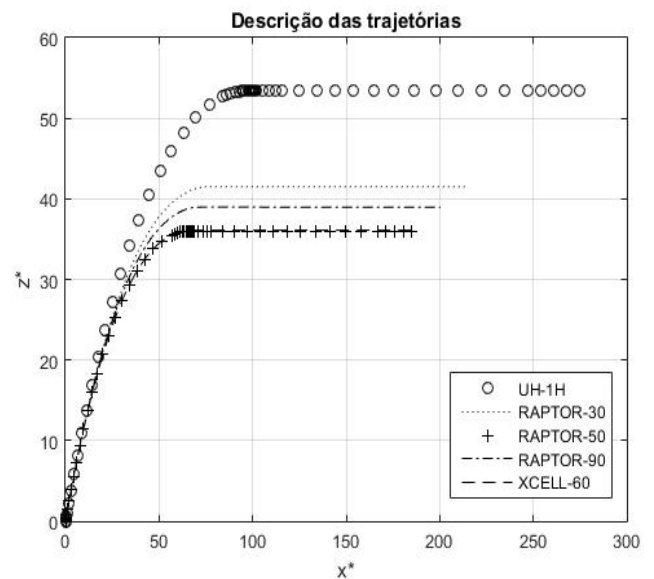


Fig. 23 – Descrição das trajetórias dos modelos na decolagem em máxima performance.

As curvas que descrevem a trajetória do protótipo e dos modelos no domínio adimensional, na decolagem em máxima performance, encontram-se na Figura 23.

4.5 Similaridade Completa na Decolagem em Máxima Performance

O mesmo procedimento verificado na decolagem vertical simples para a similaridade dinâmica completa, foi aplicado ao segundo perfil de decolagem, mas, desta vez, com movimento à frente. As equivalências das curvas podem ser observadas na Figura 24, através do deslocamento em x^* , em função do tempo t^* . Na Figura 25, verifica-se as posições z^* em função de t^* , evidenciando os movimentos horizontais a partir de $t^* = 6$.

As velocidades translacionais u^* e w^* , bem como a descrição das trajetórias, encontram-se representadas pelas curvas das Figuras 26, 27 e 28, ressaltando o ponto de se tratarem de desempenhos analisadas no domínio adimensional.

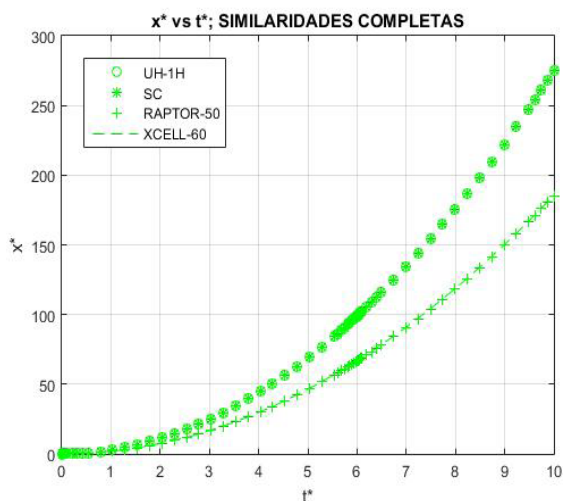


Fig. 24 – Posições x^* com similaridade dinâmica completa para decolagem em máxima performance.

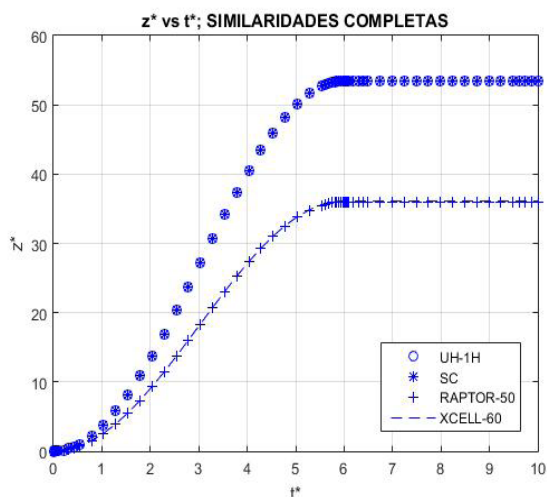


Fig. 25 – Posições z^* com similaridade dinâmica completa para decolagem em máxima performance.

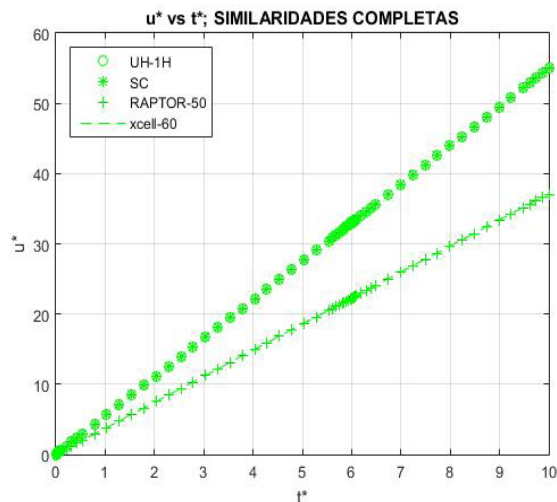


Fig. 26 – Velocidades u^* com similaridade dinâmica completa para decolagem em máxima performance.

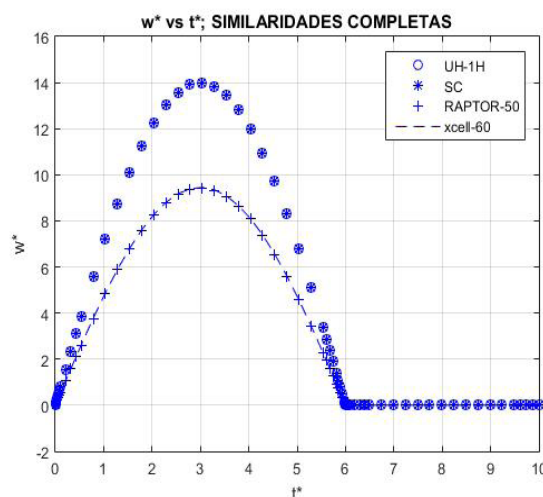


Fig. 27 – Velocidades w^* com similaridade dinâmica completa para decolagem em máxima performance.

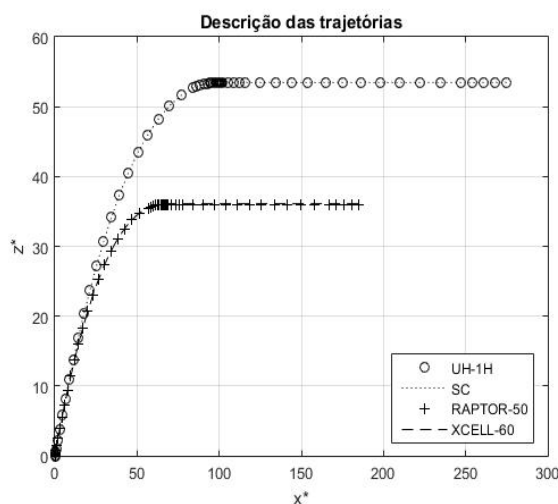


Fig. 28 – Descrição da trajetória com similaridade dinâmica completa para decolagem em máxima performance.

5. CONCLUSÃO

O procedimento que se propõe neste estudo é um meio, uma ferramenta de escolha de um modelo que pode oferecer uma melhor predição da dinâmica de um helicóptero em escala real, passando pelo domínio adimensional para obter os resultados.

O fato de que um modelo melhor representa a dinâmica de um protótipo não significa que se obtém a proporção direta a partir da escala geométrica. Ocorre uma disparidade em função das grandes diferenças construtivas e de performance. Porém, para determinados estudos, chegar no melhor modelo já é um grande passo para conseguir resultados cada vez mais reais.

Este artigo contribui para a metodologia proposta em [1] no sentido de aplicar todo o procedimento de verificação de similaridade dinâmica para uma aeronave de asas rotativas.

Por mais que a similaridade dinâmica completa entre veículos de escalas díspares seja de difícil demonstração na prática, observa-se que é possível prosseguir na predição de um comportamento dinâmico em escala a fim de obter resultados cada vez mais próximos de um protótipo em tamanho real.

Foi possível observar uma similaridade completa entre aeromodelos que podem prever com certo grau de fidelidade a dinâmica um do outro. O que se pode extrair deste fato, em um primeiro momento, é que se chegou a um conceito construtivo com um desempenho razoável através das proporções encontradas nos modelos RAPTOR-50 e XCELL-60.

A ferramenta de verificação que passa pelo domínio adimensional se mostra muito versátil, visto que a inspiração provém da mecânica de fluidos, conforme se verifica no capítulo 7 da obra de Fox, McDonald & Pritchard [13]. Na tese de Moreira [1], foram encontrados diversos parâmetros adimensionais, em função da característica do sistema de corpos acoplados com presença de molas e amortecedores. Já na aplicação para helicóptero e aeromodelos, as equações geraram apenas um parâmetro adimensional que simplificou consideravelmente o prosseguimento do trabalho.

Algumas considerações poderiam mudar os resultados ou a proporção deles, como por exemplo a escolha da manobra e das variáveis de estado. Estas foram escolhas necessárias e convenientes para o presente estudo, porém, após a ferramenta pronta, tornam-se condições de teste que criam o am-

biente adequado para a aplicação específica a que se propõe cada usuário.

Outros modelos de aeronaves ou de aeromodelos são aplicáveis aos testes, podendo ser obtidas melhores combinações em relação ao protótipo utilizado neste trabalho. Porém, a aplicação do procedimento foi exitosa e pode oferecer meios para o refinamento e a aplicabilidade em estudos diversos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Moreira, A. L.; Metodologia de Avaliação de Modelos em Escala de Veículos Militares. Tese de Doutorado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, Brasil, 2011.
- [2] Baptista, M. P.; Controle Ótimo da Atitude de um Helicóptero com Falha de Atuadores. Dissertação de Mestrado, Universidade da Beira Interior, Covilhã, Portugal, 2015.
- [3] Padfield, G. D.; Helicopter Flight Dynamics: The Theory and Application of Flying Qualities and Simulation Modeling. 2nd Ed. AIAA, Blackwell Science Ltd. Oxford, UK, 2007.
- [4] Oliveira, S. S.; Determinação das Derivadas de Estabilidade e Controle a Partir de Dados de Ensaio em Voo, Utilizando Metodologia Quad-M/CTA. Tese de Doutorado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, Brasil, 2012.
- [5] Santos, W. V.; Modelagem, Identificação e Controle de Altitude de um Helicóptero em Escala Reduzida. Tese de Mestrado, COPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2005.
- [6] Llerena, R. W. A.; Modelagem de um Simulador de Movimentos para Veículos Terrestres em Escala. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade do Rio de Janeiro, 2000.
- [7] Carvalho, W. S.; Validade Experimental da Similaridade Dinâmica para Veículos. Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, Brasil, 2014.
- [8] Paim, P. K.; Modelação, Simulação e Controle de Veículos Autônomos Aéreos e Submarinos. Trabalho Final de Graduação, Universidade de Brasília, Distrito Federal, Brasil, 2005.
- [9] FAA; Helicopter Flying Handbook. U.S. Department of Transportation. Oklahoma, US, 2012. FAA-H-8083-21A.
- [10] Bhandari, S.; Colgren, R.; Lederbogen, P.; Kowalchuk, S.; Six-DoF Dynamic Modeling and Flight Testing of a UAV Helicopter. AIAA Modeling and Simulation Conference and Exhibit, California, USA, 2005. AIAA 2005-6422.
- [11] Reid, M.; Manso, S.; Development of a Rotary Wing Unmanned Aerial Vehicle (UAV) Simulation Model. Aerospace Division. Defence Science and Technology Organisation. Victoria, Australia, 2014. DSTO-GD-0971.
- [12] Talbot, P. D.; Corliss, L. D.; A Mathematical Force and Moment Model of a UH-1H Helicopter for Flight Dynamics Simulations. NASA Technical Memorandum. Ames Research Center, NASA. California, USA, 1978. TM-73,254.
- [13] Fox, R. W.; McDonald, A. T.; Pritchard; Introdução a Mecânica dos Fluidos. 7ª Edição, LTC Editora, 2010. ISBN 9788521617570.