

# Estudo da dinâmica longitudinal de um veículo leve monotripulado utilizando modelagens de pneus em piso rígido

Lucas C Sousa\*, Ricardo T C Neto\*\*  
Instituto Militar de Engenharia (IME) –  
Praça General Tibúrcio, 80, 22290-270, Praia Vermelha,  
Rio de Janeiro, RJ, Brasil  
\*lucascastro.mec@ime.eb.br  
\*\*ricardo@ime.eb.br

**RESUMO:** Este trabalho apresenta um estudo comparativo entre duas modelagens de pneus, Fórmula Mágica de Pacejka e Teoria de Julien, aplicados ao estudo da dinâmica longitudinal de um veículo leve monotripulado. Dessa forma é utilizado um veículo com tração traseira CVT e caixa redutora com relação fixa de engrenagens. Dados relativos ao veículo, parâmetros dos modelos e equações de movimento são empregados no programa Simulink®, obtendo-se um modelo computacional, com resultados a partir da solução pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem. O desempenho das modelagens é analisado quanto à força trativa desenvolvida e a velocidade adquirida. Assim, os resultados obtidos foram satisfatórios e demonstram a importância do estudo da interação entre pneu-solo para o entendimento da dinâmica longitudinal de um veículo.

**PALAVRAS-CHAVE:** Dinâmica longitudinal. Veículo Off-road. Fórmula Mágica. Teoria de Julien

**ABSTRACT:** This paper presents a comparative study of two tire models, Pacejka's Magic Formula and Julien's Theory, applied to the study of the longitudinal dynamics of a lightweight single-seat vehicle. In this way, a Rear-Wheel Drive (RWD) vehicle is used, with CVT transmission and a gearbox with fixed ratio of gears. Vehicle data, model parameters and motion equations are used in the Simulink® program, resulting in a computational model, with results from the 4th-order Runge-Kutta method. The modeling performance is analyzed for the developed tractive force and speed acquired. Thus, the results obtained were satisfactory and demonstrate the importance of the study of the interaction between tire-soil for the understanding of the longitudinal dynamics of a vehicle.

**KEYWORDS:** Longitudinal dynamics. Off-road Vehicles. Pacejka's Magic Formula. Julien's Theory

## 1. INTRODUÇÃO

A aceleração e a frenagem de um veículo são influenciadas pela transferência de esforços ao piso e da capacidade de um pneu se aderir ao solo, visto que, eliminando as forças aerodinâmicas e gravitacionais, as forças que afetam a movimentação de um veículo terrestre são decorrentes da interação pneu-solo [1, 2].

Assim, operações de aceleração e frenagem envolvem um fenômeno conhecido como deslizamento, presente na interface de contato entre o pneu e o solo, tornando possível o travamento de rodas, ao se tratar da frenagem ou deslizamento maior que o rolamento, na aceleração [3, 4]. Dessa forma, o entendimento dessa interação é de extrema importância para a compreensão do comportamento dinâmico do veículo [2].

Para o entendimento da interação veículo-terreno, é necessário o conhecimento de Dinâmica Veicular, sendo que este trabalho é concentrado no estudo da dinâmica longitudinal, vinculado às forças decorrentes da aceleração.

Dentro do âmbito da dinâmica longitudinal, o sistema de transmissão adotado influencia diretamente o comportamento do veículo. No entanto, devido aos impactos ambientais, sua aplicação segue sendo amplamente questionada. Assim, com o objetivo de mudar esse ponto de vista, estudos e projetos de soluções que diminuam o consumo e a emissão de combustíveis, permitindo dessa forma um melhor rendimento do motor, têm sido desenvolvidos. Dentre essas soluções, a transmissão CVT (Transmissão Continuamente Variável), permite alterar de forma contínua a relação de transmissão da caixa de mudança de marchas, tornando possível que o motor opere em condições próximas à de máxima potência, resultando, assim, na diminuição do consumo de combustível, além de melhorar o rendimento [3, 6, 7].

Com o avanço alcançado pelo desenvolvimento computacional, grande parte dos projetos veiculares tem optado por aumentar o tempo em experimentos computacionais compa-

rativamente ao tempo destinado a experimentos com protótipos. Isso se deve em grande parte ao fato de que protótipos e seus testes possuem um custo alto para realização, além de elevado tempo de preparação e conclusão, sendo atualmente utilizados em testes finais para validação dos modelos e testes computacionais realizados. Dessa forma, quando bem executados, os testes computacionais possuem resultados bastante próximos à realidade.

Uma das técnicas de modelagem que tem se mostrado bastante eficiente devido à possibilidade de se representar matematicamente diversos sistemas das mais variadas áreas da ciência é a metodologia de Fluxo de Potência [8]. Essa metodologia possui característica modular, permitindo dessa forma a criação de subsistemas isolados para uma posterior representação do sistema como um todo [2, 8].

A metodologia de fluxo de potência vinculada à montagem em diagrama de blocos é utilizada neste trabalho na modelagem computacional da dinâmica longitudinal do veículo estudado.

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

### 2.1 Motor e trem de força

A linha de propulsão do veículo é comumente denominada *Driveline* ou linha de força e engloba o conjunto do motor e o sistema transmissão de potência denominado *Powertrain* ou Trem de Força [7, 9].

A principal fonte de esforços no sistema do trem de força é o torque produzido pelo motor, forçando-o a vencer as resistências impostas ao movimento [3]. O torque de propulsão entregue às rodas tratoras é definido como o torque oriundo do motor, sendo transmitido pelo conjunto da transmissão [1, 4, 10].

O veículo estudado neste trabalho apresenta um motor à

gasolina com potência de 7,457 kW e 305 cc, possuindo como máxima rotação, 4000 rpm (419 rad/s).

A curva de torque de um motor ( em função de sua velocidade angular pode ser aproximada por um polinômio de 2ª ordem [1].

$$T_m = P_1 + P_2\omega_m + P_3\omega_m^2 \quad (1)$$

Sendo e respectivamente, a máxima potência do motor e rotação do motor em que essa máxima potência é alcançada, é

$$P_1 = P_{max}/\omega_{max} \quad (2)$$

$$P_2 = P_{max}/\omega_{max}^2 \quad (3)$$

$$P_3 = -P_{max}/\omega_{max}^3 \quad (4)$$

A CVT é caracterizada por variar de forma contínua a relação de transmissão por meio de um sistema constituído por duas polias, onde tem-se a abertura de uma das polias e o fechamento da outra de forma simultânea alterando-se a multiplicação do torque transmitido [3, 6, 11].

Duas hipóteses ideais podem ser adotada, em projetos de CVT's. Permitir que o motor trabalhe o tempo todo em sua curva de mínimo consumo de combustível ou permitir que funcione em sua máxima potência [3, 11]. A segunda hipótese é adotada neste trabalho.

Com o objetivo de alcançar a hipótese selecionada, deve-se conhecer a potência máxima desenvolvida pelo motor e em que rotação ela é alcançada, de tal forma que, durante o maior tempo possível, o motor opere nessa rotação máxima (  $\omega_{CVT} = \omega_{max}$  ) Assim, a relação de transmissão envolvendo a transmissão CVT, pode ser definida pela Eq. 5 e relaciona a rotação de entrada (  $\omega_{CVT}$  ) e a rotação de saída da CVT (  $\omega_{cx}$  )

$$i_{CVT} = \frac{\omega_{max}}{\omega_{cx}} \quad (5)$$

A relação de transmissão da CVT apresenta, pela hipótese adotada portanto, uma curva hiperbólica característica da hipérbole de tração ideal, tendo como limites de curva os valores de máximo. Para a CVT utilizada foram definidos como relação máxima e mínima as relações 3,71:1 e 0,69, respectivamente.

Vale ressaltar que a função definida para a relação de transmissão da CVT é considerada ideal, devido ao fato de não considerar inúmeros fatores presentes durante sua operação real, tais como deslizamento da correia, histerese, dinâmica do mecanismo, dentre outros, fatores esses que fazem com que na prática, a curva apresentada não seja seguida a rigor durante sua operação.

Assim, segundo a metodologia de fluxo de potência, o equacionamento aplicado à CVT, é apresentado a seguir:

$$T_{CVT} = i_{CVT}T_m \quad (6)$$

$$\omega_{max} = \omega_{CVT} = i_{CVT}\omega_{cx} \quad (7)$$

Onde,  $T_{CVT}$  é definido como o torque da CVT e  $\omega_{cx}$  é a rotação angular também da CVT, os quais são saídas do sistema.

Devido ao fato da redução fornecida pela transmissão primária CVT não gerar redução de velocidade angular necessária para o veículo em estudo, utilizam-se comumente as denominadas transmissões secundárias para o cumprimento

deste objetivo. Em veículos leves, correntes ou caixa redutora de engrenagens com relação fixa são bastante utilizadas. Esta última é a utilizada neste trabalho.

A transmissão definida como secundária recebe, no eixo de entrada, o torque advindo da CVT. Em seguida, o torque é transmitido para um eixo intermediário por meio de um primeiro par de engrenagens e posteriormente, o torque é transmitido para o eixo final através de um segundo par de engrenagens, conforme, Fig. 1. A Tabela 1 apresenta as relações de transmissão fixas definidas para a caixa de redução.

Assim, segundo a metodologia de fluxo de potência, o equacionamento aplicado à caixa redutora, passa a ser:

$$T_{cx} = i_{red1}i_{red2}T_{CVT} \quad (8)$$

$$\omega_{cx} = i_{red1}i_{red2}\omega_{roda} \quad (9)$$

Onde,  $T_{cx}$  e  $\omega_{cx}$  são definidos como torque de saída e velocidade angular de saída da caixa de redução, respectivamente,  $i_{red1}$  refere-se à redução do primeiro par de engrenagens e  $i_{red2}$  refere-se à redução do segundo par de engrenagens. Considerando um rendimento ( $\eta$ ) de 85% do sistema de transmissão e que não haja redução de torque nos semieixos, tem-se que o torque a chegar no eixo trator é dado é dado por  $T_{roda} = 0,85T_{cx}$ . Um esquema do motor e trem de força do veículo utilizado é verificado na Fig. 2.

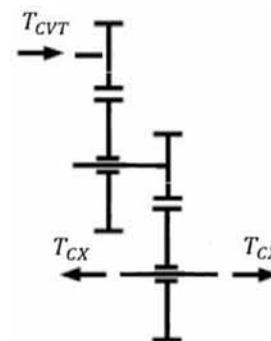


Fig. 1 – Fluxo de Potência caixa redutora de engrenagens.

Tab 1: Reduções dos pares de engrenagens

Par de Engrenagem	Relação de Transmissão
1	3,18:1
2	3,18:1

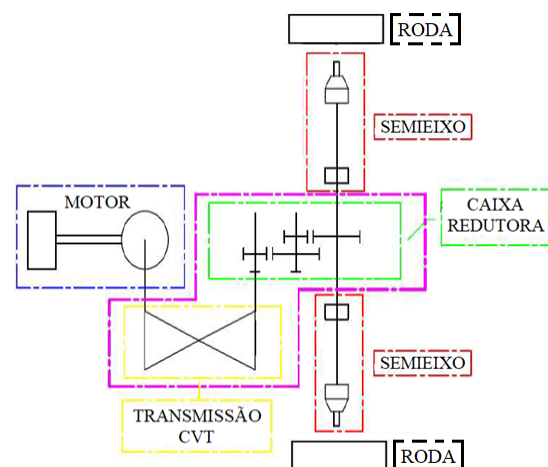


Fig. 2 – Esquema da linha de propulsão utilizada.

## 2.2 Modelagem de pneus

Ao chegar às rodas, o torque desenvolvido deve ser convertido em força de tração de modo a fornecer propulsão ao veículo. Dessa forma, diversos modelos físico-matemáticos foram desenvolvidos no intuito de fornecer uma aproximação mais fiel ao valor da força trativa.

Os modelos, Fórmula Mágica de Pacejka e Teoria de Julien são adotados neste trabalho e consideram o deslizamento longitudinal. Efêito este presente quando o pneu é submetido ao torque na roda trativa, dando origem a uma força de tração na interface de contato entre o pneu e o solo, provocando assim uma compressão na região anterior da região total de contato [1, 2, 13].

Dessa forma, a distância percorrida pelo pneu se torna menor que a desenvolvida quando ele se encontra em rolamento puro [3]. Esse fenômeno recebe o nome de deslizamento [1, 2, 4, 13]. O deslizamento longitudinal ( $i$ ) é definido como:

$$i = \left(1 - \frac{v_v}{r_e \omega_{roda}}\right) * 100\% \quad (10)$$

Onde  $v_v$  é definido como velocidade longitudinal do veículo,  $r_e$  o raio estático da roda e  $\omega_{roda}$  a velocidade angular da roda.

Como forma de representar o fenômeno físico de interação entre pneu e solo, foram desenvolvidos modelos de previsão deste comportamento. Dentre eles destacam-se o Modelo de Pacejka e a Teoria de Julien.

O Modelo de Pacejka é capaz de produzir curvas próximas aos dados experimentais, além de descrever a variação da carga vertical sobre os pneus, bem como os efeitos de diferentes condições do piso [17, 18, 19]. A fórmula geral (Eq. 11) que define o modelo pode ser utilizada no cálculo da força longitudinal, força lateral e momento de auto alinhamento, sendo composta por sete parâmetros (A, B, C, D, E,  $s_v$  e  $s_h$ ) os quais variam para cada uma das aplicações desejadas [14, 15, 17]. Neste trabalho é abordado o cálculo da força longitudinal.

$$y(x) = D \operatorname{sen}\{C \arctan[Bx - E(Bx - \arctan(Bx))]\} + s_v \quad (11)$$

Onde:

$$x = X + s_h \quad (12)$$

$$Y(X) = y(x) + s_v \quad (13)$$

Onde para a força longitudinal,  $i$  é o deslizamento longitudinal, variando entre  $0 \leq X \leq 100$ . A Tabela 2 apresenta os parâmetros que definem o equacionamento geral da Fórmula Mágica.

**Tab 2:** Parâmetros da fórmula mágica

Parâmetros
$Y(X) = F_x$
$X = i$
$\mu = b_1 W + b_2$
$D = \mu W$
$C = b_0$
$BCD = (b_3 W^2 + b_4 W) \exp(-b_5 W)$
$E = (b_6 W^2 + b_7 W + b_8)(1 - b_{13} \operatorname{sn}g(i + s_h))$
$B = BCD / CD$
$s_h = b_9 W + b_{10}$
$s_v = b_{11} W + b_{12}$

**Tab 3:** Coeficientes da fórmula mágica

Coeficientes
$b_0 = 1,4$
$b_2 = 0,9$
$b_4 = 0,3$
$b_{10} = 10$
$b_{1,3,5...13} = 0$

Onde  $W$  é a carga vertical sobre cada roda trativa. Os coeficientes  $b_n$  são estimados de acordo com [2] e são apresentados na Tabela 3.

Diferente da Fórmula Mágica que pode ser utilizada para o cálculo da força de tração, força lateral e do momento de auto alinhamento, o equacionamento da Teoria de Julien somente é aplicado para o cálculo da força de tração [2].

Nesse método é assumida a presença de duas regiões que definem a interface de interação pneu-solo, denominadas região de adesão e região de escorregamento [2, 3].

A primeira é dependente das propriedades elásticas do pneu e a segunda, além disso, é dependente ainda das propriedades da interface pneu-solo. A força trativa total ( $F_x$ ) desenvolvida é dada pela Eq. 14 e é dependente de coeficiente de aderência ( $\mu_p$ ), carga vertical sobre cada roda trativa ( $l$ ), comprimento total da região de interface rigidez tangencial do pneu ( $k$ ) deslizamento longitudinal ( $i$ ) variando entre  $0 \leq i \leq 1$  e o coeficiente  $\lambda$ , dado pela Eq. 15.

$$F_x = \mu_p W - \frac{\lambda (\mu_p W - l k \lambda i)^2}{2 l^2 k \lambda i} \quad (14)$$

$$\lambda = \frac{\mu_p W + \sqrt{2(1 - \mu_s / \mu_p) \mu_p W l^2 k}}{l k} \quad (15)$$

Onde,  $\mu_s$  é o coeficiente de escorregamento do pneu.

Foram adotados os valores de  $\mu_p = 0,8$ ,  $\mu_s = 0,75$  e  $k = 3930000$  kN/m<sup>2</sup>, baseados em [2].

## 3. EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

O motor e o sistema de transmissão, quando operantes, possuem o objetivo de promover propulsão ao veículo (força trativa), de modo a vencer as resistências impostas ao seu movimento [1, 4, 20]. Dessa forma, de modo a promover maior fidelidade ao modelo computacional, são consideradas neste trabalho, a resistência aerodinâmica, resistência ao gradiente e a resistência ao rolamento.

A Resistência Aerodinâmica deve-se ao arrasto provocado pela passagem do ar sobre o veículo [3, 20]. Devido ao fato de a resistência aerodinâmica ser um movimento complexo, um modelo semiempírico é comumente utilizado.

$$R_A = \frac{1}{2} c_d \rho A v_v^2 \quad (16)$$

Onde,  $c_d$  é denominado coeficiente de arrasto aerodinâmico, e é definido com o valor de 1,1 para o veículo utilizado. A densidade do ar,  $\rho$ , é assumida como igual e constante a

1,255 kg/m<sup>3</sup>,  $A$  é a área frontal do veículo (0,98 m<sup>2</sup>) e  $v_v$  é a velocidade do veículo (em m/s).

Uma força paralela e contrária ao movimento, agindo no centro de gravidade do veículo surge durante a subida de um aclave, sendo caracterizada por ser uma componente da força peso [4]. Essa força é denominada Resistência ao Gradiente ou Aclive ( $R_g$ ).

$$R_g = W_t \text{sen}(\alpha) \quad (17)$$

Onde,  $W_t$  é o peso total do veículo e  $\alpha$  é o ângulo de inclinação da pista.

Quando a roda está em repouso, a distribuição de tensão encontra-se distribuída uniformemente sobre a ela. No entanto, quando o movimento da roda começa a se fazer presente, essa distribuição deixa de se comportar de maneira uniforme, de modo a surgir uma força contrária ao movimento denominada força de resistência ao rolamento ( $R_R$ ), a qual pode ser determinada por meio de um fator de resistência ao rolamento ( $f_{RR}$ ), proporcional ao peso total do veículo,  $W_t$ .

$$R_R = f_{RR} W_t \quad (18)$$

O fator de resistência ao rolamento ( $f_{RR}$ ) é influenciado por inúmeros fatores, como temperatura, material, pressão interna dos pneus bem como a velocidade do veículo [2, 3, 4]. Dessa forma, considerando um pneu de 0,3 m trafegando em asfalto seco e com pressão interna próxima à 20 psi (69,5 kPa), têm-se o valor de 0,05 para esse fator [2].

Dessa forma a equação de movimento da roda é apresentada a seguir.

$$J_{Roda} \dot{\omega} = T_{Roda} - F_x r_d - R_R r_d \quad (19)$$

Onde,  $J_{Roda}$  é o momento de inércia do conjunto da roda,  $\dot{\omega}$  é a aceleração longitudinal,  $T_{Roda}$  é o torque dado na roda,  $F_x$  a força trativa, a resistência ao rolamento e o raio dinâmico da roda.

Assim, para o veículo em estudo, a equação de movimento contempla a diferença entre a força trativa ( $F_x$ ) e a soma das resistências ao movimento ( $F_R$ ).

$$m_t \ddot{x} = F_x - R_a - R_g - R_R = F_x - F_R \quad (20)$$

Onde  $m_t$  é a massa total do veículo e  $\ddot{x}$  a aceleração longitudinal do veículo.

#### 4. RESULTADOS E ANÁLISE

Para a comparação entre os modelos, é utilizado um veículo leve com demais propriedades dispostas na Tabela 4. Considera-se que ele esteja em todo o tempo de simulação em WOT, ou seja, com a borboleta do acelerador aberta ao máximo. Além disso, considera-se uma distribuição de 55% da carga sobre o eixo traseiro e 45% sobre eixo dianteiro e que o veículo trafega em um terreno constituído de asfalto seco. Dessa forma, a modelagem desenvolvida em diagrama de blocos é apresentada na Fig. 3.

Primeiramente é realizado um estudo considerando uma pista reta, com ângulo de aclive igual a zero.

A hipótese para o sistema de transmissão primária CVT é a da hipérbole de tração ideal. Dessa forma, a Fig. 4 apresen-

ta a evolução da relação de transmissão da CVT em função do tempo, onde pode-se notar o comportamento hiperbólico dessa curva, característico da modelagem empregada. Em aproximadamente 2,5 s, verifica-se uma mudança (cume) na curva apresentada devido ao emprego das modelagens de pneus adotadas.

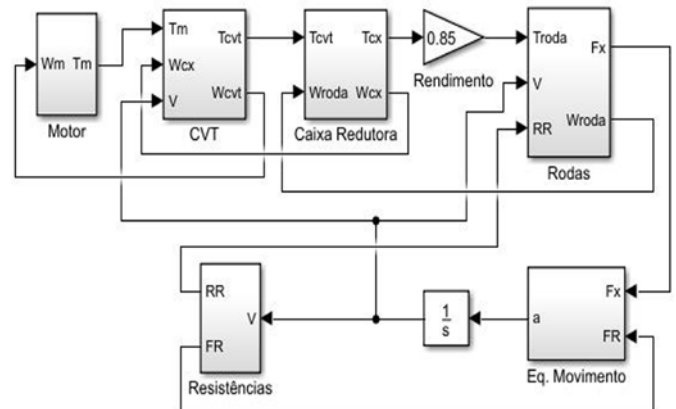


Fig. 3 – Diagrama de blocos do driveline utilizado.

Tab 4: Outras propriedades do veículo

Parâmetro	Valor
Massa	320 kg
Raio estático do pneu	0,30 m
Momento de inércia do conjunto roda-pneu	1,5 kg.m <sup>2</sup>

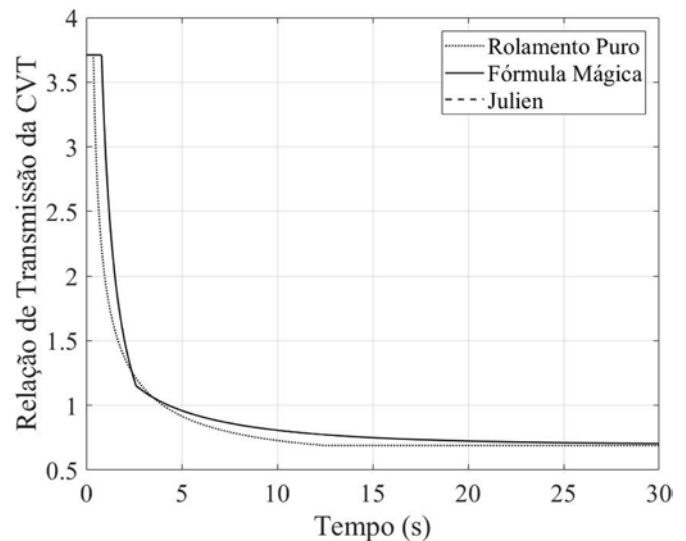


Fig. 4 – Relação de transmissão x tempo (s).

Como forma de comprovar tal afirmação, foi realizada a modelagem de pneus em rolamento puro, e notou-se a ausência desse cume. Além disso, verificou-se que a curva de rolamento puro se encontrava abaixo da curva que engloba os modelos da Fórmula Mágica e Julien, visto que é uma modelagem ideal e não considera a presença de deslizamento longitudinal. Dessa forma, mais rapidamente a relação de transmissão mínima foi atingida.

As curvas para ambos modelos de pneu comportaram-se de forma muito semelhante, tendo como limites da curva os valores de máxima (3,71:1) e mínima (0,69:1) relação fornecida pela CVT.

Verifica-se na Fig. 5 que as curvas de velocidade do veículo, tanto para a Fórmula Mágica, como para a Teoria de Julien, se comportaram de maneira que as curvas se confun-



diram no intervalo de tempo apresentado. A velocidade alcançada pelo veículo trafegando em uma pista sem inclinações foi de aproximadamente 53 km/h, valor este comumente encontrado para veículos com estas características, os quais são empregados na competição Baja SAE Brasil, em que a velocidade de veículos dessa categoria encontram-se na faixa entre  $35 \leq v \text{ (km/h)} \leq 53$  [21].

As modelagens adotadas levam em consideração a presença de deslizamento na interface pneu-solo, a qual pode levar a uma velocidade angular da roda, mas sem velocidade linear da mesma (deslizamento 100%), durante o movimento de aceleração.

Pode-se notar na Fig. 6 que, para ambos os modelos de pneu, o deslizamento máximo adquirido foi de aproximadamente 85%, o qual diminuiu com o tempo, devido ao fato da velocidade linear do veículo começar a se fazer presente e a força de tração começar a diminuir com o tempo (Fig 7).

As curvas da força trativa se comportaram de maneira muito semelhante. No entanto, devido às modelagens serem diferentes e a modelagem da Fórmula Mágica ser de caráter bastante empírico, sem muitos parâmetros com real significado físico, uma maior discrepância pôde ser observada nos instantes iniciais, o que pode ser corroborado pela Fig. 8, onde é apresentada a variação da força trativa em função do deslizamento longitudinal.

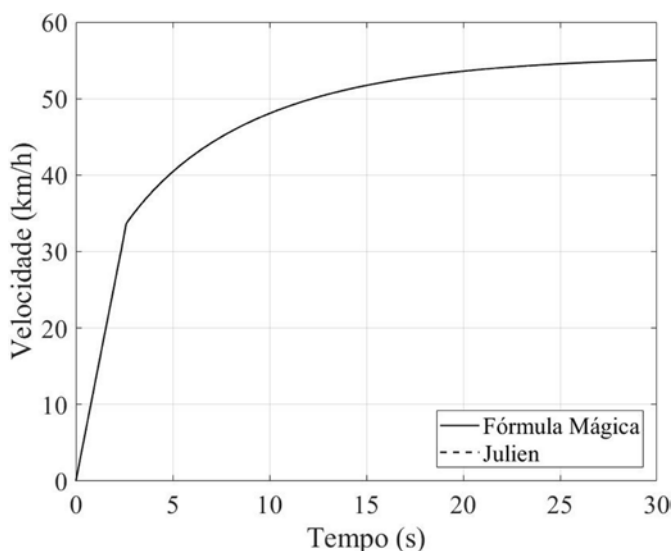


Fig. 5 – Velocidade do veículo x tempo (s).

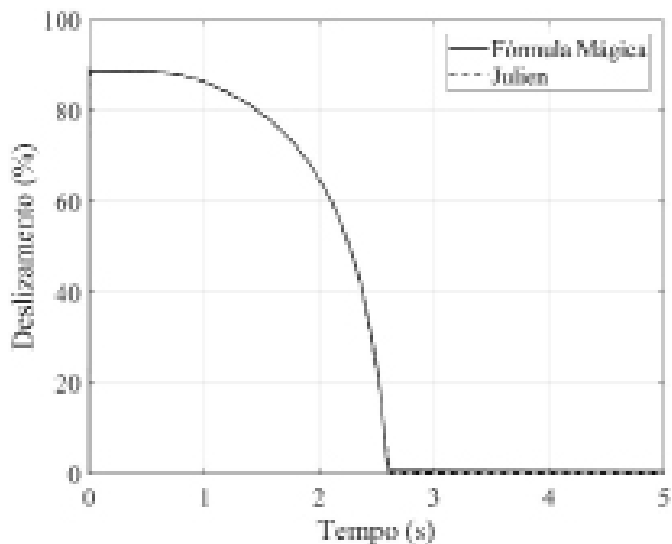


Fig. 6 – Deslizamento longitudinal (%) x tempo (s).

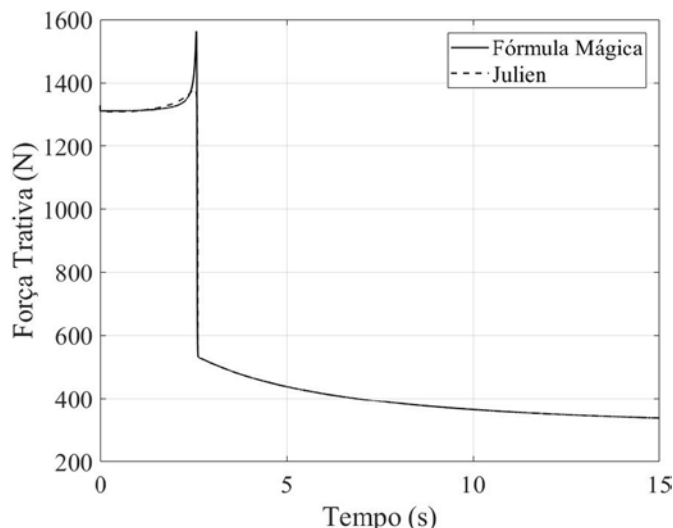


Fig. 7 – Força trativa (N) x tempo (s).

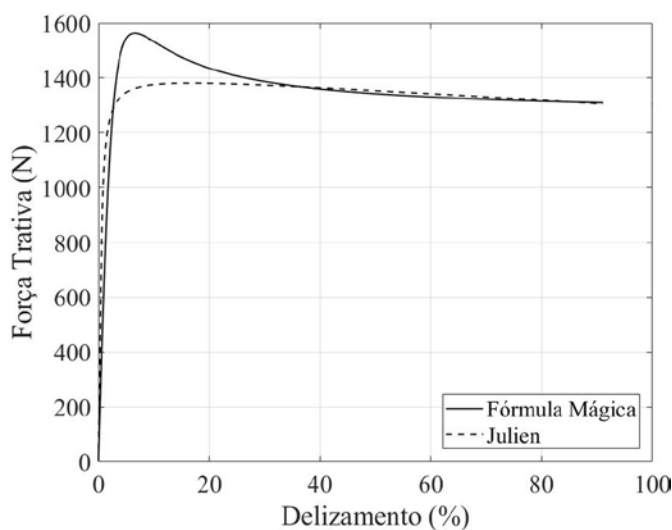


Fig. 8– Força trativa (N) x deslizamento longitudinal (%).

A seguir são apresentados os resultados variando-se os ângulos de aclive da pista. Para isso, foram realizados quatro testes, para os quais foi definido que após 5 s, o veículo sobe um aclive de 5 e 10 graus de inclinação (0,087 rad e 0,175 rad, respectivamente), como primeiro e segundo testes.

Como terceiro teste foi definido também que após 5 s, o veículo desceria uma pista com inclinação de 5 graus (0,087 rad) e como quarto teste que o veículo desceria uma pista com 10 graus de inclinação (0,175 rad). Vale ressaltar que a todo momento o veículo encontrou-se em WOT, ou seja, com a borboleta do acelerador em sua abertura máxima.

Os resultados estão apresentados nas figuras a seguir, onde primeiramente nota-se na Fig. 9 a evolução da relação de transmissão da CVT em função do tempo. Verificou-se que com o aumento do aclive da pista (curvas A e B), ocorreu o aumento da relação de transmissão devido ao fato de o veículo tentar a retomada de velocidade longitudinal, a qual foi reduzida devido ao aumento da resistência ao gradiente com o aumento do aclive. Dessa forma, a relação mínima de transmissão (0,69:1) não foi atingida para ambos os casos de aclives.

Nota-se ainda que quanto maior o declive, mais rapidamente a relação mínima de transmissão foi atingida (curvas C e D). Isso se deve ao fato de acontecer uma mu-

dança repentina da velocidade do veículo, a qual aumenta de forma drástica visto que o condutor a todo momento pisa no acelerador, o que pode ser corroborado pela Fig. 10, onde verifica-se que quanto maior o aclave, maior redução tem-se na velocidade longitudinal do veículo e ainda que, quanto maior o declive, maior a velocidade alcançada pelo carro. Além disso, da mesma forma que a Fig. 9, as curvas geradas pela Fórmula Mágica e pela Teoria de Julien confundem-se, mostrando a convergência entre os resultados apresentados.

A Fig. 11 apresenta os resultados para a força trativa desenvolvida na interface pneu-solo na presença de aclave e declive na pista. Analisando em conjunto com a Fig. 10, nota-se que com o aumento da velocidade longitudinal, uma menor força de tração foi desenvolvida. Além disso, nota-se que com o aumento do aclave, uma maior força de tração foi requerida, visto que a velocidade longitudinal diminuiu. Da mesma forma, com o aumento do declive, uma menor força trativa foi requerida, devido ao fato de a velocidade longitudinal aumentar consideravelmente. Assim, constata-se que a velocidade longitudinal e a força trativa são grandezas inversamente proporcionais.

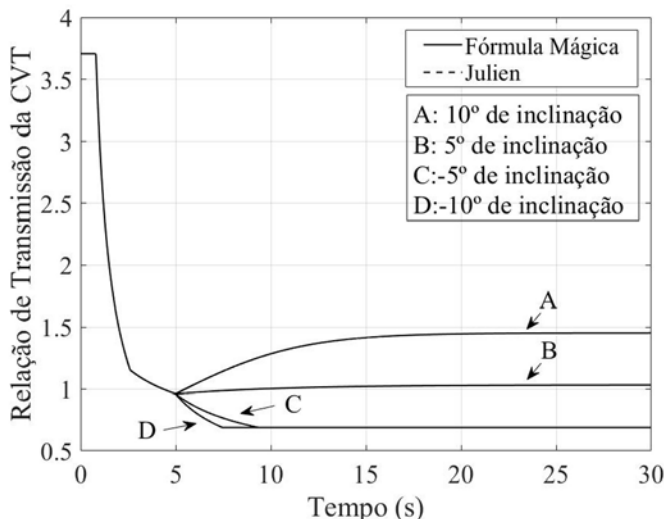


Fig. 9 – Relação de transmissão x tempo (s) para os quatro testes realizados.

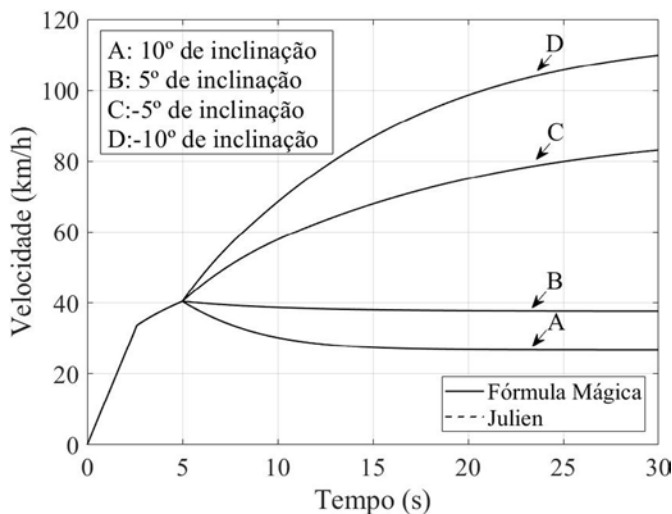


Fig. 10 – Velocidade do veículo x tempo (s) para os quatro testes realizados.

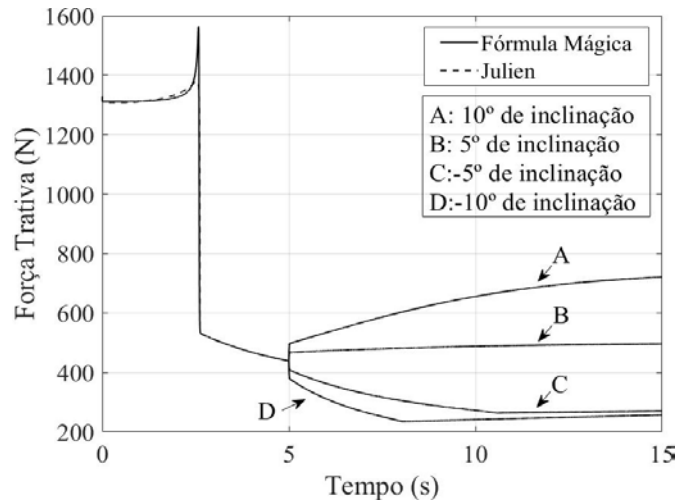


Fig. 11 – Força trativa (N) x tempo (s) para os quatro testes realizados.

## 5. CONCLUSÃO

Este trabalho descreve um modelo computacional desenvolvido utilizando modelagem por fluxo de potência, para a previsão do comportamento da dinâmica longitudinal de um veículo leve monotripulado de quatro rodas trafegando em um piso rígido. Para isso, fez-se sua modelagem, utilizando o sistema de transmissão primária CVT e uma caixa redutora de engrenagens, vinculadas a semieixos e rodas. Nessas últimas, duas diferentes modelagens de pneus foram utilizadas: Fórmula Mágica e Teoria de Julien.

As modelagens de pneus foram utilizadas para melhor entendimento do comportamento da dinâmica longitudinal do veículo, devido ao fato de melhor caracterizar a interface de contato pneu-solo.

Os resultados gerados por ambos os modelos são comparados por meio dos gráficos de velocidade e força trativa em função do tempo e esta última ainda em função também do deslizamento longitudinal, onde variando-se ainda a inclinação da pista, puderam ser gerados resultados satisfatórios do modelo proposto.

Dessa forma, os resultados serviram como validação da viabilidade da utilização do modelo da dinâmica longitudinal utilizado, bem como das duas metodologias apresentadas, na modelagem de pneus em pisos rígidos, podendo ser utilizado como base para futuros testes físicos experimentais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] R. N. Jazar. Vehicle dynamics: theory and application. Springer: New York, 2008.
- [2] J. Y. Wong. Theory of ground vehicles. 4ª ed, John Wiley & Sons: New York, 2008.
- [3] E. D. R. Lopes. Análise do comportamento dinâmico de um veículo leve 4 x 4 com sistema de controle de tração. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2015.
- [4] T. D. Gillespie. Fundamental of vehicle dynamics. SAE: Warrendale, 1992.
- [5] G. Rill. Road Vehicle Dynamics: Fundamentals and Modelling. CRC Press: Boca Raton, 2012.
- [6] H. Naunheimer et al. Automotive transmissions. 2ª ed. Springer: New York, 2011.
- [7] D. A. Crolla. Automotive Engineering: Powertrain, Chassis System and Vehicle Body. Butterworth-Heinemann: Burlington, 2009.
- [8] D.C. Karnopp et al. System Dynamics: Modeling and Simulation of Mechatronic Systems. 4ª ed. John Wiley & Sons: Hoboken, 2006.
- [9] Bosch. Manual de Tecnologia Automotiva. Tradução da 25ª edição alemã. São

Paulo: Edgar Blücher, 2005.

- [10] M. S. Gomes. Contribuição ao controle de tração aplicado a veículos terrestres em solos deformáveis. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.
- [11] A. A. Albuquerque. Caracterização da resposta dinâmica de uma CVT por polias expansíveis. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2013.
- [12] A. Sanchawat, R. Agarwal, Chandrasekar, R. and Baskar P. Simulation of a Drivetrain of a Vehicle comprising Continuously Variable Transmission, International Journal of Engineering and Technology, vol. 5 nr. 3, 2013, pg 3041-4050.
- [13] W. F. Milliken and D. L. Milliken. Race Car Vehicle Dynamics. SAE: Warrendale, 1995.
- [14] H. B. Pacejka. Tyre Mechanics and Vehicle Dynamics. 2ª ed. Butterworth-Heinemann: Burlington, 2006.
- [15] M. Blundell and D. Harty. The Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics. Butterworth-Heinemann: Oxford, 2004.
- [16] A. López, P. Vélez and C. Moriano. Aproximations to the Magic Formula, International Journal of Automotive Technology, vol. 11 nr. 2, 2010, pg 155-166.
- [17] B. Maclaurin. A skid steering model using the Magic Formula, Journal of Terramechanics, vol. 48 nr. 1, 2011, pg 247-263.
- [18] Y. Babulal, M. J. Stallmann and P. Schalk Els. Parameterisation and modelling of large off-road tyres for on-road handling analyses, Journal of Terramechanics, vol. 61 nr. 1, 2015, pg 77-85.
- [19] C. Canudas-De-Wit et al. Dynamic friction models for road/tire longitudinal interaction, Vehicle System Dynamics, vol. 39, nr. 1, 2003, pg 189-226.
- [20] M. Short, M. J. Pont and Q. Huang, Simulation of Vehicle Longitudinal Dynamics, Embedded Systems Laboratory, University of Leicester, 2004, Tech. Rep.
- [21] SAE. 24ª Competição Baja SAE BRASIL. 2018. Disponível em: <[https://bajasaebrazil.online/prova.php?id=18BR\\_VEL](https://bajasaebrazil.online/prova.php?id=18BR_VEL)>. Acesso em: 28 de Mar. 2018.