

# Otimização da trajetória de robôs móveis diferenciais de tração usando algoritmo de otimização por enxame de partículas

Gustavo S Rodrigues<sup>a</sup>, Carlos L. M. de Souza Junior<sup>b</sup>, Elias D. R. Lopes<sup>b</sup>, Marcelo A. Acuña<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Estácio de Sá, Rio de Janeiro, Brasil

<sup>b</sup>Instituto Militar de Engenharia (IME)

Praça General Tibúrcio, 80, 22290-270, Praia Vermelha, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

\*gustavosimao@uol.com.br

**RESUMO:** Este artigo apresenta uma técnica de otimização não linear, a fim de otimizar a trajetória de um robô móvel diferencial não-holonômico. Os sistemas robóticos usados para realizar esse experimento consistem em um veículo com tração diferencial de duas rodas, acionado por dois motores de corrente contínua (CC) montados em um eixo comum e cada roda que pode ser conduzida independentemente para frente ou para trás, dado o movimento do robô. Este artigo também traz o modelo dinâmico do robô e o modelo do motor usado no robô. As equações cinemáticas do robô também são mostradas. O algoritmo de otimização por enxame de partículas, do inglês Particle Swarm Optimization (PSO), é aplicado para encontrar a melhor trajetória, usando o caminho mais curto e seguro entre dois pontos, evitando obstáculos fixos. O presente algoritmo é um método evolucionário que utiliza conceitos de otimização por enxames e a ideia original deste método veio da observação do comportamento social de populações de pássaros buscando um local ideal para se aninhar. O método visa equilibrar a individualidade e a sociabilidade da população para encontrar o local ótimo.

**PALAVRAS-CHAVE:** Cinemática. Robô de Acionamento Diferencial. Robô Não-holonômico. Otimização. PSO.

**ABSTRACT:** This paper presents a nonlinear optimization technique in order to optimize a trajectory of a nonholonomic differential mobile robot. The robotic systems used to perform this experiment consist in a two-wheeler differential drive vehicle, actuated by two Direct Current (DC) motors mounted on a common axis and each wheel can independently be driven forward or backward, given the robot motion. This paper also brings the dynamic model of the robot and the motor used in the robot. The kinematics equations of the robot are also shown. Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm is applied to find the best trajectory, using the shortest and safest path between two points, avoiding fixed obstacles. The present algorithm is an evolutionary method using concepts of swarm optimization and the original idea of this method came from the observation of the social behavior of bird populations looking for an ideal nesting place. The method aims to balance the individuality and sociability of the population to find the optimal place.

**KEYWORDS:** Kinematics. Differential Drive Robot. Nonholonomic robot. Optimization. PSO

## 1. Introdução

Os robôs de acionamento diferencial são muito populares e versáteis. Eles são amplamente utilizados para fins industriais e pessoais. Com o rápido crescimento da demanda e a chegada da quarta geração de automação da indústria, o estudo de seu movimento tornou-se cada vez mais necessário. A proposta neste trabalho

consiste na tarefa simples de deslocamento ao objetivo, que exige que o robô se mova de um ponto inicial, com uma determinada pose (posição e orientação do robô) inicial, e vá para o ponto desejado com a pose desejada, evitando possíveis obstáculos anteriormente inseridos no sistema. Para tornar isso possível, um algoritmo para otimizar o caminho entre esses dois pontos é usado, um sistema de visão aérea também é

implementado para capturar a pose instantânea do robô, alimentando o algoritmo do caminho de otimização e obtendo resultados mais precisos.

## 2. Modelagem

Os robôs móveis com rodas constituem uma classe de sistemas mecânicos caracterizados por restrições cinemáticas que não são integráveis e, portanto, não podem ser excluídas das equações do modelo [1], o que significa que o uso da abordagem padrão para manipuladores robóticos sem restrições não é mais útil para o sistema usado neste trabalho. Como as modelagens cinemática e a dinâmica dos robôs de acionamento diferencial, que são muito específicas, não estão bem documentadas em livros, é necessário o estudo do movimento desses robôs. Os robôs de acionamento diferencial são conhecidos como um sistema subatuado e também possuem características não-holonômicas. Entre muitas alternativas diferentes para modelar a dinâmica de um sistema, a abordagem da dinâmica de Lagrange foi usada para modelar a dinâmica do robô neste trabalho.

### 2.1 Restrição Não-Holonômica

Um sistema não-holonômico está sujeito a pelo menos uma restrição não-integrável (isto é, não-holonômica) [2]. Nesse caso, o comportamento de rolagem das rodas fornece ao robô uma limitação de movimento chamada restrição não-holonômica. Essas restrições tornam o robô capaz apenas de avançar e recuar, nunca se movendo para os lados. Existem duas restrições não-holonômicas no sistema e podem ser expressas como:

- Nenhum movimento de escorregamento lateral, o que significa que o robô não pode se mover de lado;

$$\dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0 \quad (1)$$

- Restrição pura ao rolamento, o que significa que cada roda pode ter apenas um ponto de contato com o piso, como mostra a **figura 1**.

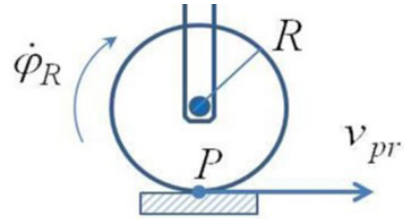


Fig. 1 – Parâmetros da roda. [3]

$$\dot{x}_R \cos \theta + \dot{y}_R \sin \theta \cos \theta = R \dot{\phi}_R \quad (2)$$

$$\dot{x}_L \cos \theta + \dot{y}_L \sin \theta \cos \theta = R \dot{\phi}_L \quad (3)$$

### 2.2 Modelo Cinemático

São necessários dois sistemas de coordenadas diferentes para referenciar um modelo de maneira confiável [3]. O primeiro sistema define o robô no referencial global e é chamado de sistema de coordenadas inercial e o segundo sistema define o robô em seu próprio referencial e é chamado de sistema de coordenadas do robô. Eles serão indicados como  $(X_i; Y_i)$  e  $(X_r; Y_r)$ , respectivamente.

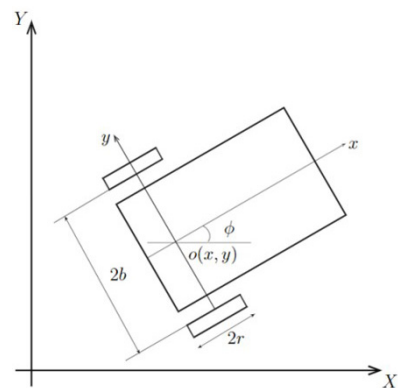


Fig. 2 – Robô Diferencial. [4]

A posição e a orientação do robô no sistema inercial estão indicadas na **equação (4)**

$$q^I = \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ \theta_a \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde  $(x_a, y_a)$  é a posição do robô (ponto 0), que é o centro das rodas motrizes na **figura 2** sobre o sistema de coordenadas global e  $\theta_a$  é a orientação do robô no sistema de coordenadas global. R e L são a velocidade angular das rodas direita e esquerda, respectivamente.

A velocidade linear do robô e a velocidade angular são indicadas nas **equações (5) e (6)**, respectivamente.

$$\dot{x}_a^r = R \frac{(\dot{\varphi}_R + \dot{\varphi}_L)}{2} \quad (5)$$

$$\dot{\theta} = \omega = R \frac{(\dot{\varphi}_R + \dot{\varphi}_L)}{2L} \quad (6)$$

### 2.3 Modelo Dinâmico

A obtenção do modelo dinâmico do sistema é necessária para a resposta do sistema mais precisa. Um método muito poderoso e tradicional é usado para descrever o movimento do robô. Lagrange introduziu esse método em 1788 e, desde então, é amplamente utilizado para descrever a equação de movimento de sistemas mecânicos. O método de Lagrange usa as energias cinéticas e potenciais do sistema para formular as equações de movimento e pode ser escrito como indicado na **equação (7)**.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial L}{\partial q_i} = F - \Lambda^T q \lambda \quad (7)$$

Onde  $L = T - V$  é a função Lagrangiana, T é a energia cinética, V é a energia potencial  $q_i$ , são as coordenadas generalizadas, F é o vetor de

força generalizada,  $\Lambda$  é a matriz de restrições e  $\lambda$  é o vetor dos multiplicadores de Lagrange.

A energia cinemática do sistema é dada pela **equação (8)**.

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{x}_a^2 + \dot{y}_a^2) - m_c d \dot{\theta} (\dot{y}_a \cos \theta - \dot{x}_a \sin \theta) + \frac{1}{2} I_w (\dot{\varphi}_R^2 + \dot{\varphi}_L^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad (8)$$

Como o sistema tem uma dinâmica restrita horizontal, pode-se fazer  $L = T$ , então a equação de movimento do sistema é dada pelo **sistema de equações (9)**.

$$\begin{aligned} m \ddot{x}_a - m d \ddot{\theta} \sin \theta - m d \dot{\theta}^2 \cos \theta &= C_1 \\ m \ddot{y}_a - m d \ddot{\theta} \cos \theta - m d \dot{\theta}^2 \sin \theta &= C_2 \\ - I \ddot{\theta} - m d \ddot{x}_a \sin \theta + m d \ddot{y}_a \cos \theta &= C_3 \\ I_w \ddot{\varphi}_R &= \tau_R + C_4 \\ I_w \ddot{\varphi}_L &= \tau_L + C_5 \end{aligned} \quad (9)$$

Onde  $C_1 \dots C_5$  são os coeficientes relacionados às restrições cinemáticas. Usando o modelo cinemático, o modelo dinâmico reduzido pode ser escrito em termos das velocidades linear e angular do robô ( $v$  e  $\omega$ ), conforme descrito no **sistema de equação (10)**.

$$\left\{ \begin{aligned} \left( m + \frac{2I_w}{R^2} \right) v - m_c d \omega^2 &= \frac{1}{R} (\varphi_R + \varphi_L) \\ \left( I + \frac{2L^2}{R^2} I_w \right) \dot{\omega} - m_c d \omega v &= \frac{L}{R} (\varphi_R + \varphi_L) \end{aligned} \right. \quad (10)$$

### 2.4 Modelo do motor de corrente contínua (CC)

A dinâmica do motor de corrente contínua (CC), amplamente difundida em muitos livros diferentes, é conhecida como:

$$\left\{ \begin{aligned} L \frac{di}{dt} + Ri + K_w \dot{\phi} &= E \\ (I_s \ddot{\phi} - K_t i + \nu \dot{\phi} - \tau) &= 0 \end{aligned} \right. \quad (11)$$

Onde  $E$  é a tensão da armadura,  $i$  é a corrente da armadura,  $R$  é a resistência da armadura e  $L$  é a indutância da armadura. A inércia do eixo do motor é dada por  $I_s$ ,  $K_t$  é a constante de torque do motor,  $K_w$  é a constante de tensão,  $\nu$  é o coeficiente de atrito viscoso e  $\tau$  é a carga dinâmica aplicada ao motor. Fazendo  $L$  igual a 0, é possível encontrar o modelo de ordem reduzida, que é descrito como:

$$I_s \ddot{\phi} + \left( \frac{K_w K_t}{R} + \nu \right) \dot{\phi} - \frac{K_t}{R} E = \tau \quad (12)$$

### 3. Otimização

O primeiro problema de planejamento de trajetória foi abordado por [5], onde o objetivo era encontrar o menor caminho entre um ponto inicial A até um ponto final B não levando em consideração a presença de obstáculos. Posteriormente, Murray [6] e Santilli [7] usaram a mesma abordagem de Dubins [5] para o problema de planejamento de trajetória, mas incluíram obstáculos no ambiente.

No presente trabalho, é utilizada a técnica denominada Otimização por Enxame de Partículas, do inglês *Particle Swarm Optimization* (PSO), que explora todas as soluções possíveis para o problema da obtenção de trajetória e encontra a trajetória que leva o robô de um ponto A a um ponto B através do menor caminho possível.

O algoritmo PSO é um método evolucionário proposto por Eberhart [8] que utiliza conceitos de otimização por enxames. Segundo Dulikravich [9], a ideia original deste método veio da observação do comportamento social de populações de pássaros buscando um local ideal para se aninhar.

Conforme descrito Herskovits [10], o método visa equilibrar a individualidade e a sociabilidade da população para encontrar o local ótimo. Quando a individualidade aumenta, consequentemente a procura por locais alternativos para o aninhamento cresce. Entretanto, quando a individualidade da população fica muito alta, os indivíduos podem nunca encontrar o melhor local. Por outro lado, quando a sociabilidade da população é aumentada, o indivíduo aprende mais com a experiência do vizinho e tende a não buscar novos locais para aninhar-se. Porém, se a sociabilidade fica muito alta, todos os indivíduos podem convergir para o primeiro local de mínimo encontrado, que possivelmente seja um mínimo local.

Assim, no PSO, as partículas ou indivíduos de uma população, são constantemente melhoradas graças a experiência de partículas vizinhas, mas também permitindo que cada partícula busque novas soluções que podem ser melhores que a solução das outras partículas. Neste método as partículas responsáveis pelo melhor valor da função objetivo daquela posição ( $pbest$ ) e da história ( $gbest$ ) são armazenadas e a cada iteração varia-se a velocidade das partículas para tender a  $pbest$  e  $gbest$ , de forma que:

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (13)$$

$$v_i^{k+1} = \alpha v_i^k + \beta_1 r_{1,i} (pbest - x_i^k) v_i^{k+1} + \beta_2 r_{2,i} (gbest - x_i^k) \quad (14)$$

onde  $x_i^k$  e  $v_i^k$  são, respectivamente, a posição e a velocidade da partícula na iteração .

A velocidade inicial  $v_i^0$  é igual a zero quando  $k$  é zero,  $r_1$  e  $r_2$  são números aleatórios com

distribuição entre 0 e 1 e também são definidos os parâmetros  $\alpha$  entre 0 e 1 e entre  $\beta$  1 e 2.

#### 4. Odometria

A medição da pose do robô é uma maneira muito confiável de verificar se o robô está seguindo o caminho obtido no processo de otimização. Existem muitas maneiras diferentes de obter a pose do robô. Neste artigo, uma estrutura de visão computacional de plataforma aberta, muito rápida e robusta, é usada para rastrear o robô enquanto ele está executando o caminho. A pose do robô pode ser obtida usando uma etiqueta chamada marcador fiducial, mostrada na **figura 3**. A etiqueta é fixada no robô e, com a ajuda de uma câmera com vista superior, o sistema pode obter velocidade, posição e orientação do robô.



Fig. 3 – Marcador Fiducial

O sistema chamado de *ReacTIVision* consiste em um algoritmo *opensource* que fica constantemente verificando etiquetas coladas no robô. Cada etiqueta possui seu próprio número e, utilizando o ROS (*Robot Operating System*) através do protocolo TUIO – protocolo de comunicação desenvolvido com a finalidade de atender os requisitos de comunicação entre interfaces tangíveis, pode-se usar o software MATLAB

para obter a pose e a velocidade do robô através da identificação da imagem, como mostrado na **figura 4**.

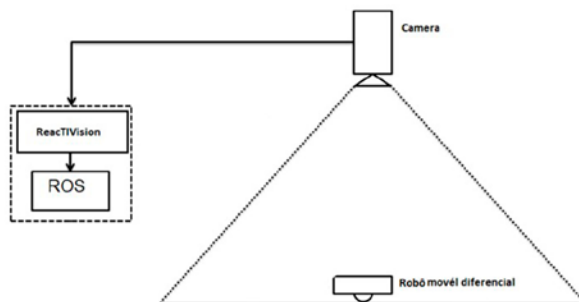


Fig. 4 – Sistema de odometria com auxílio de câmera.

#### 5. Resultados

Como resultado parcial, a simulação alcançou o melhor caminho para o robô. A posição do objetivo foi alcançada evitando os obstáculos anteriormente inseridos na simulação, como mostra a **figura 5**.

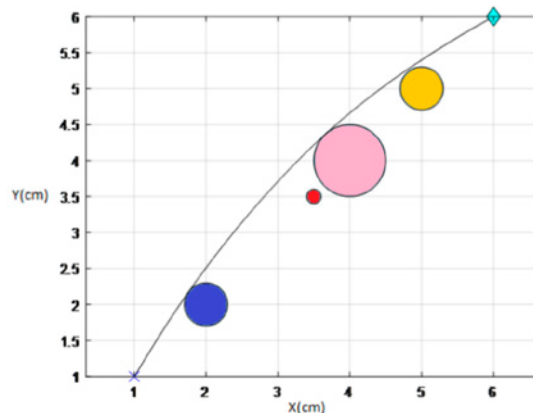


Fig. 5 – Trajetória otimizada

O X azul e o diamante são a posição inicial e a posição final, respectivamente, e os círculos azuis são os obstáculos e a linha preta é o caminho otimizado.

## 6. Conclusão

Pode-se concluir que o objetivo do presente trabalho foi alcançado, obtendo-se a trajetória otimizada entre dois pontos sem que houvesse colisão com os obstáculos previamente inseridos no plano.

O algoritmo PSO se mostrou bastante eficiente para o problema proposto, convergindo rapidamente para a solução, demonstrando a robustez desejada para problemas como

determinação de trajetórias ótimas de robôs de acionamento diferencial com restrições não-holonômicas.

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao Programa Pesquisa Produtividade da UNESA, ao LabRob (PUC-Rio), à Seção de Engenharia Mecânica do IME e à CAPES.

## Referências bibliográficas

- [1] G. Campion, W. Chung. Wheeled robots. Springer handbook of robotics, 2008, p. 391-410.
- [2] I. Anvari. Non-holonomic Differential Drive Mobile Robot Control & Design: Critical Dynamics and Coupling Constraints. 2013. Tese de Doutorado. Arizona State University.
- [3] R. Dhaouadi, A. A. Hatab. Dynamic Modelling of Differential-Drive Mobile Robots Using Lagrange and Newton-Euler Methodologies: A Unified framework. *Advances in Robotics & Automation*, v. 2, n. 2, 2013, p. 1-7.
- [4] E. O. C. Torres. Traction Modeling and Control of a Differential Drive Mobile Robot to Avoid Wheel Slip. 2013. Tese de Doutorado. Oklahoma State University.
- [5] L. E. Dubins. On Curves of Minimal Length with a Constraint on Average Curvature, and with Prescribed Initial and Terminal Positions and Tangents. *American Journal of Mathematics*, [S.l.], v.79, n.3, 1957, p. 497–516.
- [6] J.P. Laumond, P. Jacobs, M. Taix, R. Murray. A motion planner for nonholonomic mobile robots. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, [S.l.], v.10, n.5, Oct 1994, p.577–593.
- [7] A. Bicchi, G. Casalino, C. Santilli. Planning Shortest Bounded-Curvature Paths for a Class of Nonholonomic Vehicles Among Obstacles. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, [S.l.], v.16, n.4, 1996, p.387–405.
- [8] J. Kennedy, R. C. Eberhart. Particle swarm optimization. In *Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks*, volume 4, 1995, pp. 1942–1948, Perth, Australia, IEEE Service Center, Piscataway, NJ.
- [9] M. J. Colaço, H. R. B. Orlande, G. S. Dulikravich. Inverse and Optimization Problems in Heat Transfer. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 28, n. 1, 2006, p. 1-24.
- [10] M. Alba, A. G. Soares, L. R. J. Herskovits. Resolução da Cinemática Inversa de Robôs Industriais por Algoritmos de Otimização, volume 14, nº 159, XL International Sodebras Congress, Vitória, ES, março, 2019.