

Síntese de controlador H_{∞} para sistema de armas de um carro de combate

Caio César da Mota Souza*, Alberto Mota Simões e Maurício Gruzman

Instituto Militar de Engenharia (IME)

Praça General Tibúrcio, 80, 22290-270, Praia Vermelha, Rio de Janeiro – RJ, Brasil.

*ccesarmts@gmail.com

RESUMO: O presente trabalho propõe uma sistemática ao projeto de sistemas de controle para o armamento principal de carros de combate. Inicialmente, é elaborado um modelo em espaço de estados que representa a dinâmica do movimento do armamento do carro de combate. O referido modelo permite tratar a flexibilidade do tubo, ao desmembrá-lo em corpos rígidos conectados por uma mola e amortecedor viscoso equivalentes. Em seguida, o sistema de controle é projetado via técnica, associada à técnica de otimização de Powell, capaz de atender requisitos temporais especificados de projeto. O controlador sintetizado é, então, testado através de simulação do carro de combate percorrendo uma pista padrão de testes RRC9. Os resultados mostram que a metodologia empregada é capaz de alcançar os objetivos propostos.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem. Síntese de controladores. Método de Powell. Simulação. Controle de Armas de Carros de Combate.

ABSTRACT: The present work proposes a systematic for the design of control systems for the main armament of tanks. Initially, a state-space model is elaborated that represents the dynamics of the movement of the armament of the tank. The referred model allows to treat the flexibility of the tube, when dismembering it in rigid bodies connected by an equivalent spring and viscous damper. Then, the control system is designed via the technique, associated with Powell's optimization technique, capable of meeting specified design time requirements. The synthesized controller is then tested by simulating the tank through a standard RRC9 test track. The results show that the methodology employed is capable of achieving the proposed objectives.

KEYWORDS: Modeling. synthesis of controllers. Powell's method. Simulation. Main Battle Tank weapon control system.

1. Introdução

Os Carros de Combate (CC) dotados de canhões e metralhadoras, conferem apoio de choque à tropa de infantaria própria que se desloca em conjunto com o veículo. Diversas aplicações são atribuídas aos CC, destacando-se: o engajamento e a destruição de alvos encontrados no combate, em virtude de sua característica de elevada potência de fogo e da proteção blindada. Essa propriedade permite ainda a aproximação ao inimigo de maneira imune aos efeitos de tiros de armas portáteis, estilhaços de granadas, entre outros armamentos [1].

As principais partes do blindado são: o chassi, que é montado sobre lagartas ou rodas e a torre, a qual é montada sobre o chassi sendo responsável pela movimentação do canhão, principal armamento do veículo. Esses blindados usualmente possuem um sistema de controle de armas capaz de realizar o movimento de azimute (giro da base da torre) e o movimento de

elevação do armamento, sendo esses conjugados de modo a manter o tubo do armamento do CC alinhado ao alvo, direção determinada pelo combatente.

Um fator importante que deve ser considerado nestes sistemas é a rejeição de perturbação de base proveniente do terreno irregular. Durante a movimentação do blindado em superfícies irregulares, o chassi transmite movimentos indesejados para a torre, que em última análise diminuem as chances de acerto do tiro ao alvo pelo atirador. Desta forma, os problemas típicos envolvendo sistemas de controle de armas buscam realizar o acompanhamento de referência com rejeição de perturbação.

Comumente, para fins de controle, os movimentos de elevação e azimute são considerados dissociados. Os dois tipos de acionamentos usualmente utilizados para realização destes movimentos são o elétrico e o hidráulico. O primeiro utiliza um motor elétrico acoplado à uma caixa de redução, ligada a um mecanismo pinhão/cremalheira que eleva ou arria o tubo do armamento. O segundo utiliza um sistema hidráulico, dotado de

uma unidade de potência própria, capaz de alimentar um servomotor (cilindro ou motor hidráulico), o qual transmite o movimento para o armamento.

As principais vantagens do sistema hidráulico em relação ao acionamento elétrico são que esses podem agir como freios ao movimento do tubo e, ainda, os equipamentos são menores e mais leves. Por outro lado, as principais desvantagens do sistema de acionamento hidráulico são: risco de fogo ou de explosão, ferimento dos tripulantes por vazamentos indesejados do fluido hidráulico em elevada temperatura, falha do equipamento por contaminação do óleo hidráulico e queda do desempenho em virtude da alteração da viscosidade do fluido com a elevação da temperatura devido ao tempo de utilização [2].

O desacoplamento entre o movimento do chassi e da torre de um CC foi realizado em [3] através da relação cinemática entre o centro de gravidade do chassi e o ponto de pivotamento do armamento (Munhão). O autor utiliza o acionamento elétrico com o mecanismo pinhão/cremalheira na modelagem e demonstra que o modelo linear do chassi pode ser associado em série ao modelo linear da torre. Um controlador do tipo PD é obtido e testado em simulação do veículo percorrendo uma pista aleatória de relevo acidentado.

O efeito de flexão do tubo do armamento foi mitigado em [4] com a síntese de controlador robusto, através da síntese- μ . Nesse problema, o movimento de elevação/depressão do blindado foi modelado através de dispositivo hidráulico.

Em [5] um modelo não linear de um CC é obtido através do método de Lagrange. Na modelagem, considera-se o acionamento elétrico do tubo do armamento, sendo este movimentado diretamente pelo motor elétrico, inexistindo o conjunto pinhão/cremalheira. Adicionalmente, o autor supôs haver folga nessa transmissão, sendo aplicadas técnicas de otimização por enxame de partículas no modelo linearizado, a fim de obter controlador do tipo PID, bem como controladores de 2ª e 5ª ordem através da síntese- μ . Os controladores foram comparados através de simulação do veículo percorrendo a pista padrão de testes RRC-9.

O presente trabalho propõe uma nova sistemática ao projeto de sistemas de controle para o armamento

principal de carros de combate. Inicialmente, é elaborado um modelo em espaço de estados que representa a dinâmica do movimento do armamento do carro de combate. Em seguida, é sintetizado um controlador linear via síntese H_∞ associado ao método de otimização que atende aos requisitos especificados de projeto. Por fim, para corroborar a validade da técnica proposta, é realizada a simulação do movimento do veículo integrando a dinâmica do chassi com a dinâmica de elevação/depressão do armamento, percorrendo um relevo acidentado.

O trabalho está organizado da seguinte forma: na seção 2 é realizada a modelagem do blindado caracterizando a cinemática e as equações de Lagrange associadas às variáveis generalizadas. Na seção 3, são apresentados os modelos lineares que representam o chassi e a torre. Na seção 4, são apresentadas as especificações de projeto para o controlador desejado e a metodologia adotada combinando-se a síntese e o método de Powell para determinação do controlador. Na seção 5, são apresentados resultados da simulação do veículo percorrendo a pista padrão de testes RRC-9. E na seção 6, são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2. Modelagem

O modelo proposto para o CC é de meio veículo genérico, composto por um conjunto de corpos rígidos: Chassi (C), Motor elétrico (M), Pinhão (P), Tubo do armamento ($C1$ e $C2$); e um sistema de partículas (S) que compõe as rodas da Lagarta do veículo. A **figura 1** mostra os detalhes do modelo do carro de combate. O chassi do veículo, cujo centro de massa está localizado no ponto CG, a uma altura y_v do solo, possui orientação dada por θ_v (ângulo do chassi com o referencial inercial), e está apoiado sobre a Lagarta. Existem diversas maneiras abordadas na literatura para modelar veículos com lagartas, sendo o modelo “*point to contact model*” a mais utilizada [6]. Nesta abordagem, as lagartas são idealizadas como o conjunto de n partículas. A j -ésima partícula, localizada no ponto P_j , possui massa m_j , e está em contato com o solo através de uma mola ideal de rigidez k_j e interligada ao chassi pelo ponto P_{sj} . A suspensão é considerada como a associação de uma mola de rigidez k_{sj}

e um coeficiente de amortecimento viscoso c_{sj} . Os vetores n_1 , n_2 e n_3 encontram-se solidários ao referencial inercial no ponto O. Os vetores e_1 , e_2 e e_3 encontram-se solidários ao referencial do chassi no ponto CG.

O modelo em questão não leva em consideração a ação do disparo do armamento sobre a estrutura do blindado, sobretudo os efeitos do recuo e as vibrações causados sobre a torre do veículo.

Os vetores a_1 , a_2 e a_3 encontram-se solidários ao referencial do motor elétrico no seu centro de massa (O'). A base deste é fixada ao Chassi e possui orientação com o referencial inercial dada pelo ângulo θ_m . O torque gerado pelo motor elétrico é proporcional à corrente i_a , através do coeficiente K_t . A transmissão do movimento do motor para o pinhão é considerada sem folga, através de um eixo flexível com constantes torcionais K_e e viscosa c_e , acoplado a uma caixa de redução com razão R_{ac} . Os vetores b_1 , b_2 e b_3 encontram-se solidários ao referencial do pinhão em seu centro de massa, localizado no ponto $O_e = O'$ (para o caso do movimento plano) e sua orientação é dada por θ_L com o referencial inercial. Esse componente transmite o movimento para a cremalheira, considerada com massa desprezível. A força que a cremalheira exerce sobre o tubo do armamento é idealizada como elástica através de mola de constante de rigidez k_d conectada no ponto H (culatra do tubo).

Conforme [4], o tubo do armamento dos CC tiveram aumento em diâmetro e extensão na busca de garantia de maior letalidade. Assim, a flexibilidade dos tubos deve ser considerada no projeto do controlador para aumentar a precisão do tiro. Por isto, este trabalho considera que o tubo do armamento possui flexibilidade, que é aproximada através da subdivisão deste em duas partes rígidas, tubo 1 (C1) e tubo 2 (C2), as quais são unidas no ponto P3 por meio de uma constante de rigidez torcional k_{12} e um coeficiente torcional viscoso c_{12} , tal como realizado em [3]. O tubo 1 é pivotado pelo Munhão no ponto M e seu centro de massa localiza-se no ponto P1, distante de η_1 daquele e é descrito pelos vetores c_1 , c_2 e c_3 . As figuras 2 e 3 mostram detalhes dos componentes descritos.

Os vetores d_1 , d_2 e d_3 são solidários ao referencial do tubo 2 em seu centro de massa (P2), que dista de η_2 do ponto de ligação dos tubos (P3). Considera-se ainda um atrito viscoso na transmissão do torque do motor e do pinhão, com coeficientes b_m e b_L respectivamente. Adicionalmente, considera-se um atrito viscoso gerado no mancal do Munhão, através do coeficiente c_{1p} .

Finalmente, as entradas do modelo são os deslocamentos verticais y_{pj} em cada roda, devido à variação do solo, e a corrente i_a é a variável de controle.

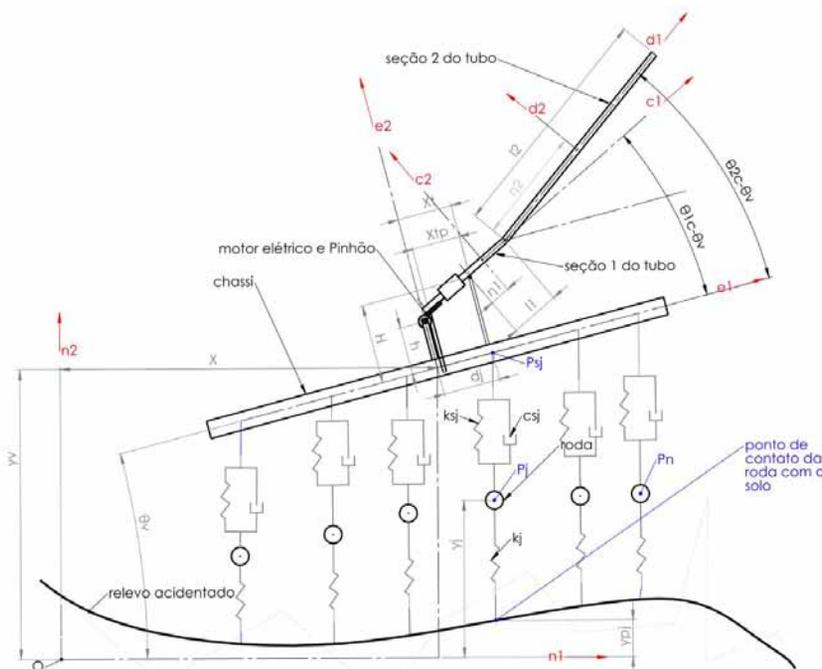


Fig. 1 – Detalhes do modelo do carro de combate.

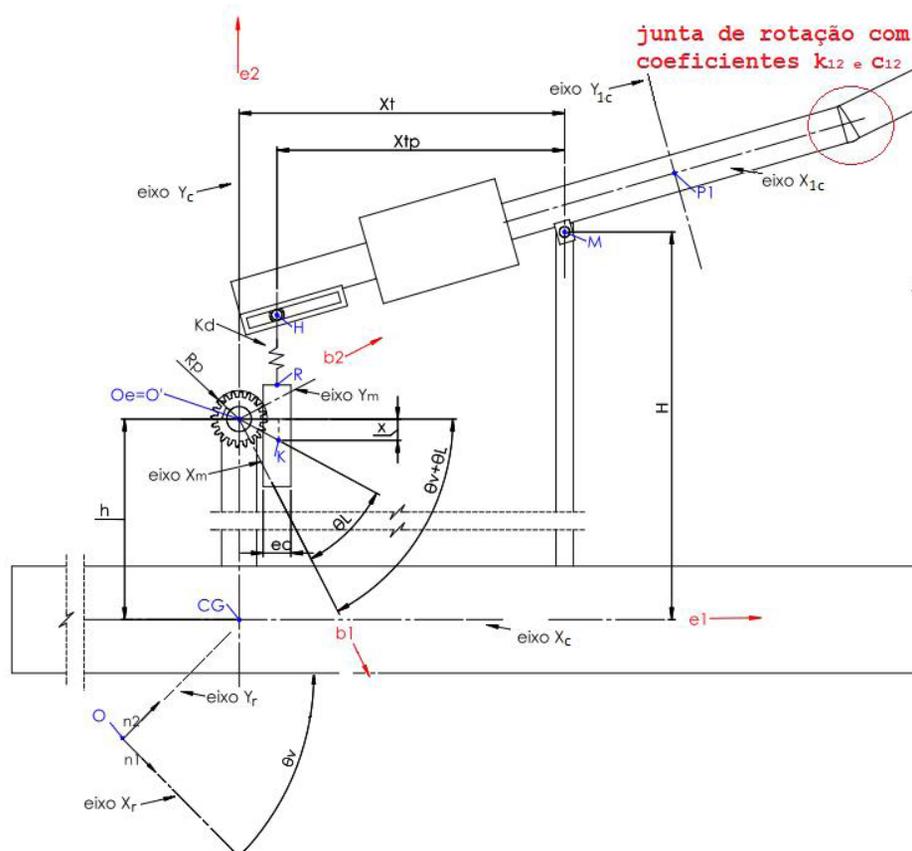


Fig. 2 – Detalhe acoplamento Pinhão/Cremalheira com a culatra do tubo do armamento.

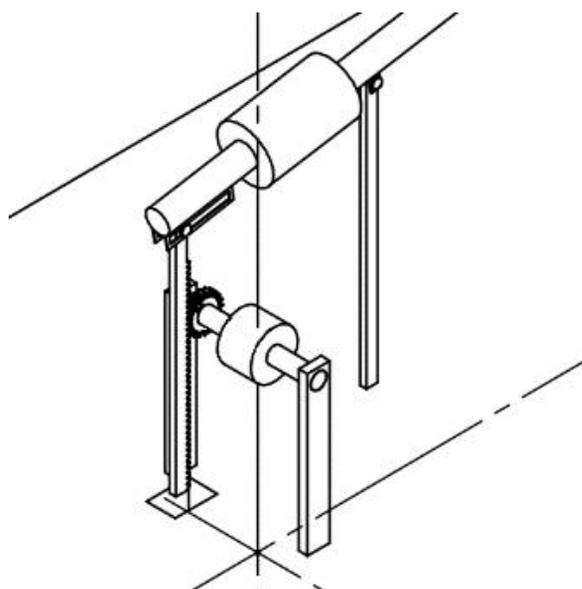


Fig. 3 – Mecanismo de Elevação/Depressão do Armamento.

2.1 Cinemática

Para se obter as equações de movimento pelo método de Lagrange deve-se, previamente, se obter a energia cinética (K) e potencial (V) de cada um dos corpos do sistema. Para as partículas somente há energia cinética de translação, enquanto que para os corpos rígidos deve-se somar ainda a energia de rotação dos mesmos.

Para o Chassi tem-se que a velocidade do centro de massa (CG), energia cinética (K^C) e potencial (V^C) são dadas pelas **equações 1 a 3**, respectivamente.

$$\mathbf{v}^{CG} = v\mathbf{n}_1 + \dot{y}_v\mathbf{n}_2 \quad (1)$$

$$K^C = \frac{1}{2}m_C(v^2 + \dot{y}_v^2) + \frac{1}{2}I_{33}^C\dot{\theta}_v^2 \quad (2)$$

onde I_{33}^C e m_C são o momento de inércia e a massa do Chassi.

$$V^C = m_C g y_v \quad (3)$$

Será considerado que a lagarta é constituída de apenas 2 rodas, para fins de simplificação das equações. Portanto, para cada uma das $j=1,2$ (partículas do sistema) que representam as rodas, tem-se que a velocidade do ponto (P_j), energia cinética (K_j) e potencial (V_j) são dadas pelas **equações 4 a 6**, respectivamente.

$$\mathbf{v}^{Pj} = [v - d_j \text{sen}(\theta_v)\dot{\theta}_v]\mathbf{n}_1 + \dot{y}_j\mathbf{n}_2 \quad (4)$$

$$K^j = \frac{1}{2}m_j(v^2 - 2vd_j \text{sen}(\theta_v)\dot{\theta}_v + d_j^2 \text{sen}^2(\theta_v)\dot{\theta}_v^2 + \dot{y}_j^2) \quad (5)$$

$$V^j = m_j g y_j + \frac{k_j}{2}(y_j - y_{pj} - l_{0j})^2 + \frac{k_{sj}}{2}(y_v + d_j \text{sen}(\theta_v) - y_j - l_{0sj})^2 \quad (6)$$

onde l_{0j} e l_{0sj} são os comprimentos naturais das molas de constantes k_j e k_{sj} . O motor elétrico possui velocidade do centro de massa (O'), energia cinética (K^M) e potencial (V^M) dadas pelas **equações 7 a 9** respectivamente.

$$\mathbf{v}^{O'} = [v - h \text{cos}(\theta_v)\dot{\theta}_v]\mathbf{n}_1 + [\dot{y}_v - h \text{sen}(\theta_v)\dot{\theta}_v]\mathbf{n}_2 \quad (7)$$

$$K^M = \frac{1}{2}m_M[v^2 + \dot{y}_v^2 + h^2\dot{\theta}_v^2 - 2h\dot{\theta}_v(v \text{cos}(\theta_v) + \dot{y}_v \text{sen}(\theta_v))] + \frac{1}{2}I_{33}^M\dot{\theta}_v^2 \quad (8)$$

onde I_{33}^M e m_M são o momento de inércia e a massa do Motor. A constante h é a distância entre o centro de massa do Chassi e do centro de massa do motor, podendo ser vista na **figura 3**.

$$V^M = m_M g [y_v + h \text{cos}(\theta_v)]\dot{\theta}_v^2 \quad (9)$$

O pinhão possui velocidade do centro de massa (O_p), energia cinética (K^P) e potencial (V^P) dadas pela **equações 10 a 12**, respectivamente.

$$\mathbf{v}^{O_p} = \mathbf{v}^{O'} = [v - h \text{cos}(\theta_v)\dot{\theta}_v]\mathbf{n}_1 + [\dot{y}_v - h \text{sen}(\theta_v)\dot{\theta}_v]\mathbf{n}_2 \quad (10)$$

$$K^P = \frac{1}{2}m_P[v^2 + \dot{y}_v^2 + h^2\dot{\theta}_v^2] + \frac{1}{2}I_{33}^P\dot{\theta}_v^2 - m_P h \dot{\theta}_v (v \text{cos}(\theta_v) + \dot{y}_v \text{sen}(\theta_v)) \quad (11)$$

onde I_{33}^P e m_P são o momento de inércia e a massa do Pinhão.

$$V^P = m_P g [y_v + h \text{cos}(\theta_v)] + \frac{1}{2}k_a[(H - h - L_c/2 - l_{0t}) - X_{tp}t g(\theta_{1c} - \theta_v) + R_p(\theta_L + \theta_v)]^2 \quad (12)$$

onde H é a distância do CG ao ponto M , h é a distância do CG ao ponto O' , L_c é o comprimento da cremalheira, l_{0t} é o comprimento livre da mola de constante k_a , X_{tp} é a distância do ponto M ao ponto H e R_p é o raio do Pinhão.

O tubo 1 possui velocidade do centro de massa ($P1$), energia cinética (K^{C1}) e potencial (V^{C1}) dadas pela **equações 13 a 15**, respectivamente.

$$\mathbf{v}^{P1} = [v \text{cos}(\theta_v) + \dot{y}_v \text{sen}(\theta_v) - H\dot{\theta}_v - \eta_1 \dot{\theta}_{1c} \text{sen}(\theta_{1c} - \theta_v)]\mathbf{n}_1 + [-v \text{sen}(\theta_v) + \dot{y}_v \text{cos}(\theta_v) + X_t \dot{\theta}_v + \eta_1 \dot{\theta}_{1c} \text{cos}(\theta_{1c} - \theta_v)]\mathbf{n}_2 \quad (13)$$

$$K^{C1} = \frac{1}{2}m_{C1} \left\{ v^2 + \dot{y}_v^2 + \dot{\theta}_v(X_t^2 + H^2) + \eta_1^2 \dot{\theta}_{1c}^2 - 2v\dot{\theta}_v[H \text{cos}(\theta_v) + X_t \text{sen}(\theta_v)] - 2v\eta_1 \dot{\theta}_{1c} \text{sen}(\theta_{1c}) + 2\dot{y}_v \eta_1 \dot{\theta}_{1c} \text{cos}(\theta_{1c}) + 2\dot{y}_v \dot{\theta}_v [X_t \text{cos}(\theta_v) - H \text{sen}(\theta_v)] + 2\eta_1 \dot{\theta}_v \dot{\theta}_{1c} [H \text{sen}(\theta_{1c} - \theta_v) + X_t \text{cos}(\theta_{1c} - \theta_{1c} - \theta_v)] \right\} + \frac{1}{2}I_{33}^{C1} \dot{\theta}_{1c}^2 \quad (14)$$

$$V^{C1} = m_{C1}g[\eta_1 \text{sen}(\theta_{1c}) + y_v + X_t \text{sen}(\theta_v) + H \cos(\theta_v)] \quad (15)$$

O tubo 2 possui velocidade do centro de massa ($P2$), energia cinética (K^{C2}) e potencial (V^{C1}) dadas pela **equações 16 a 18**, respectivamente.

$$\begin{aligned} v^{P2} = & [v \cos(\theta_v) + \dot{y}_v \text{sen}(\theta_v) - H \dot{\theta}_v \\ & - \ell_1 \dot{\theta}_{1c} \text{sen}(\theta_{1c} - \theta_v) \\ & - \eta_2 \dot{\theta}_{2c} \text{sen}(\theta_{2c} - \theta_v)] \mathbf{n}_1 \\ & + [-v \text{sen}(\theta_v) + \dot{y}_v \cos(\theta_v) + X_t \dot{\theta}_v \\ & + \ell_1 \dot{\theta}_{1c} \cos(\theta_{1c} - \theta_v) \\ & + \eta_2 \dot{\theta}_{2c} \cos(\theta_{2c} - \theta_v)] \mathbf{n}_2 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} K^{C2} = & \frac{1}{2} m_{C2} \{ v^2 + \dot{y}_v^2 + \dot{\theta}_v (X_t^2 + H^2) + \eta_2^2 \dot{\theta}_{2c}^2 \\ & + \ell_1^2 \dot{\theta}_{1c}^2 \\ & - 2v \dot{\theta}_v [H \cos(\theta_v) + X_t \text{sen}(\theta_v)] \\ & - 2v \ell_1 \dot{\theta}_{1c} \text{sen}(\theta_{1c}) \\ & - 2v \eta_2 \dot{\theta}_{2c} \text{sen}(\theta_{2c}) \\ & - 2\dot{y}_v \dot{\theta}_v [H \text{sen}(\theta_v) - X_t \cos(\theta_v)] \\ & + 2\dot{y}_v \dot{\theta}_{1c} \ell_1 \cos(\theta_{1c}) \\ & + 2\dot{y}_v \dot{\theta}_{2c} \eta_2 \cos(\theta_{2c}) \\ & + 2\ell_1 \dot{\theta}_v \dot{\theta}_{1c} [H \text{sen}(\theta_{1c} - \theta_v) \\ & + X_t \cos(\theta_{1c} - \theta_v)] \\ & + 2\dot{\theta}_v \dot{\theta}_{2c} \eta_2 [H \text{sen}(\theta_{2c} - \theta_v) \\ & + X_t \cos(\theta_{1c} - \theta_v)] \\ & + 2\ell_1 \dot{\theta}_{1c} \dot{\theta}_{2c} \eta_2 \cos(\theta_{1c} - \theta_{2c}) \} \\ & + \frac{1}{2} I_{C2}^2 \dot{\theta}_{2c}^2 \end{aligned} \quad (17)$$

$$V^{C2} = m_{C1}g[y_v + X_t \text{sen}(\theta_v) + H \cos(\theta_v) + \ell_1 \text{sen}(\theta_{1c}) + \eta_2 \cos(\theta_{2c})] \quad (18)$$

2.2 Equações de Lagrange

As equações de Lagrange foram utilizadas para obter as equações diferenciais que descrevem o movimento dos corpos utilizando as variáveis generalizadas q_j do problema. A função de Lagrange do sistema (\mathcal{L}) é definida como a diferença entre a energia cinética total (K) e a energia potencial total (V), dado pela **equação 19**, enquanto a equação de Lagrange associada à variável generalizada q_j está representada pela **equação 20**, onde Q_{qj} representa a força generalizada [7].

$$\mathcal{L} = K - V \quad (19)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = Q_{qj} \quad (20)$$

A energia cinética K e energia potencial V são dadas pelas **equações 21 e 22**, respectivamente.

$$K = K^C + (K^1 + K^2) + K^M + K^P + K^{C1} + K^{C2} \quad (21)$$

$$V = V^C + (V^1 + V^2) + V^M + V^P + V^{C1} + V^{C2} \quad (22)$$

O vetor de variáveis generalizadas \mathbf{q} , é definido pela **equação 23**.

$$\mathbf{q} = [y_1 \ y_2 \ y_v \ \theta_v \ \theta_m \ \theta_L \ \theta_{1c} \ \theta_{2c}]^T \quad (23)$$

2.3 Forças generalizadas

A força generalizada Q_{qj} pode ser obtida através da **equação 24**, caso q_j represente uma distância, ou pela **equação 25**, caso represente um ângulo. M representa o número de corpos e M_k o número de corpos sujeitos à ação de torques externos, τ_k representa o k -ésimo torque aplicados ao corpo, $M_k \mathbf{F}_i$ representa a i -ésima força não-conservativa aplicada ao corpo M , \mathbf{r}_i é o vetor distância do ponto de aplicação da força \mathbf{F}_i ao ponto O e θ_k é o vetor posição angular corpo M_k .

$$Q_{q_j} = \sum_{i=1}^M \mathbf{F}_i \cdot \frac{\partial(\mathbf{r}_i)}{\partial q_j} \quad (24)$$

$$Q_{q_j} = \sum_{k=1}^{M_k} \boldsymbol{\tau}_k \cdot \frac{\partial(\boldsymbol{\theta}_k)}{\partial q_j} \quad (25)$$

As forças não-conservativas aplicadas à j -ésima roda do sistema são dadas pela **equação 26**.

$$\mathbf{f}_j = -c_{sj} (\dot{y}_j - \dot{y}_v - d_j \cos(\theta_v) \dot{\theta}_v) \mathbf{n}_2 \quad (26)$$

Ao Chassi haverá uma força não-conservativa resultante dada pela **equação 27**, e um torque dado pela **equação 28**.

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{Chassi} = & -\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_2 \\ = & -[c_{s1}(\dot{y}_1 - \dot{y}_v - d_1 \cos(\theta_v) \dot{\theta}_v) \\ & + c_{s2}(\dot{y}_2 - \dot{y}_v \\ & - d_2 \cos(\theta_v) \dot{\theta}_v)] \mathbf{n}_2 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{Chassi} = -c_{1p}(\dot{\theta}_v - \dot{\theta}_{1c}) \mathbf{n}_3 \quad (28)$$

O motor elétrico, o pinhão, o Tubo 1 e o Tubo 2 terão torques aplicados dados pelas **equações 29 a 32**, respectivamente.

$$\tau_{motor} = \left[-K_t i_a + b_m \dot{\theta}_m + \frac{k_e}{R_{ac}} \left(\frac{\theta_m}{R_{ac}} - \theta_L \right) + \frac{c_e}{R_{ac}} \left(\frac{\dot{\theta}_m}{R_{ac}} - \dot{\theta}_L \right) \right] \mathbf{n}_3 \quad (29)$$

$$\tau_{Pinhão} = \left[b_L \dot{\theta}_L - k_e \left(\frac{\theta_m}{R_{ac}} - \theta_L \right) - c_e \left(\frac{\dot{\theta}_m}{R_{ac}} - \dot{\theta}_L \right) \right] \mathbf{n}_3 \quad (30)$$

$$\tau_{Tubo1} = [k_{12}(\theta_{2c} - \theta_{1c}) + c_{12}(\dot{\theta}_{2c} - \dot{\theta}_{1c}) + c_{1p}(\dot{\theta}_v - \dot{\theta}_{1c})] \mathbf{n}_3 \quad (31)$$

$$\tau_{Tubo2} = -[k_{12}(\theta_{2c} - \theta_{1c}) + c_{12}(\dot{\theta}_{2c} - \dot{\theta}_{1c})] \mathbf{n}_3 \quad (32)$$

Portanto, as forças generalizadas serão dadas pelas **equações 33 a 39**.

$$Q_{y_1} = -c_{s1} [\dot{y}_1 - \dot{y}_v - d_1 \cos(\theta_v) \dot{\theta}_v] \quad (33)$$

$$Q_{y_v} = c_{s1} [\dot{y}_1 - \dot{y}_v - d_1 \cos(\theta_v) \dot{\theta}_v] + c_{s2} [\dot{y}_2 - \dot{y}_v - d_2 \cos(\theta_v) \dot{\theta}_v] \quad (34)$$

$$Q_{\theta_v} = -c_{1p}(\dot{\theta}_v - \dot{\theta}_{1c}) + c_{s1} d_1 \cos(\theta_v) [\dot{y}_1 - \dot{y}_v - d_1 \cos(\theta_v) \dot{\theta}_v] + c_{s2} d_2 \cos(\theta_v) [\dot{y}_2 - \dot{y}_v - d_2 \cos(\theta_v) \dot{\theta}_v] \quad (35)$$

$$Q_{\theta_m} = K_t i_a - b_m \dot{\theta}_m - \frac{1}{R_{ac}} \left[k_e \left(\frac{\theta_m}{R_{ac}} - \theta_L \right) + c_e \left(\frac{\dot{\theta}_m}{R_{ac}} - \dot{\theta}_L \right) \right] \quad (36)$$

$$Q_{\theta_L} = -b_L \dot{\theta}_L + k_e \left(\frac{\theta_m}{R_{ac}} - \theta_L \right) + c_e \left(\frac{\dot{\theta}_m}{R_{ac}} - \dot{\theta}_L \right) \quad (37)$$

$$Q_{\theta_{1c}} = k_{12}(\theta_{2c} - \theta_{1c}) + c_{12}(\dot{\theta}_{2c} - \dot{\theta}_{1c}) + c_{1p}(\dot{\theta}_v - \dot{\theta}_{1c}) \quad (38)$$

$$Q_{\theta_{2c}} = -k_{12}(\theta_{2c} - \theta_{1c}) - c_{12}(\dot{\theta}_{2c} - \dot{\theta}_{1c}) \quad (39)$$

3. Modelos lineares

Aplicando-se a **equação 20** para cada uma das variáveis generalizadas, obtém-se um sistema de equações não-

linear que descreve a dinâmica do sistema. A esse conjunto de equações pode-se adicionar hipóteses de pequenos deslocamentos angulares para o Chassi e com isto dissociar dois modelos lineares que descrevem o comportamento do Chassi e o comportamento da Torre, em série, associados pela aceleração linear vertical do Munhão (\ddot{y}_t). A aceleração do Munhão, para pequenos ângulos de deslocamento do Chassi é descrita por:

$$\ddot{y}_t = \ddot{y}_v + X_t \ddot{\theta}_v \quad (40)$$

3.1 Modelo do Chassi (G_1)

O modelo linear do Chassi obtido através da linearização possui representação em espaço de estados dada pela **equação 41**.

$$G_1: \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = A_1 \mathbf{x}_1 + B_1 \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{y}_1 = \underbrace{(C + DA_1)}_{C_1} \mathbf{x}_1 + \underbrace{DB_1}_{D_1} \mathbf{u}_1 \end{cases} \quad (41)$$

onde os estados do sistema (\mathbf{x}_1) são descritos pela **equação 42** e as entradas (\mathbf{u}_1) são dadas pela **equação 43** e as matrizes A_1 e B_1 são dadas pela **equação 44**.

$$\mathbf{x}_1 = [y_v \ \dot{y}_v \ \theta_v \ \dot{\theta}_v \ y_1 \ \dot{y}_1 \ y_2 \ \dot{y}_2]^T \quad (42)$$

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{y}_p = [y_{p1} \ y_{p2}]^T \quad (43)$$

Nota-se que o vetor de entrada y_p representa os deslocamentos verticais que cada roda está sujeita quando o veículo está em movimento.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sum \frac{k_{ij}}{m_c} & -\sum \frac{c_{ij}}{m_c} & -\sum \frac{k_{ij} d_j^2}{m_c} & -\sum \frac{c_{ij} d_j}{m_c} & \frac{k_{21}}{m_c} & \frac{c_{21}}{m_c} & \frac{k_{22}}{m_c} & \frac{c_{22}}{m_c} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sum \frac{k_{ij} d_j^2}{F_{33}} & -\sum \frac{c_{ij} d_j}{F_{33}} & -\sum \frac{k_{ij} d_j^2}{F_{33}} & -\sum \frac{c_{ij} d_j^2}{F_{33}} & \frac{k_{31} d_1}{F_{33}} & \frac{c_{31} d_1}{F_{33}} & \frac{k_{32} d_1}{F_{33}} & \frac{c_{32} d_1}{F_{33}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_{21}}{m_1} & \frac{c_{21}}{m_1} & \frac{k_{21} d_1}{m_1} & \frac{c_{21} d_1}{m_1} & -\frac{(k_1 + k_{21})}{m_1} & -\frac{c_{21}}{m_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_{21}}{m_2} & \frac{c_{21}}{m_2} & \frac{k_{21} d_1}{m_2} & \frac{c_{21} d_1}{m_2} & 0 & 0 & -\frac{(k_2 + k_{21})}{m_2} & -\frac{c_{21}}{m_2} \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\sum \frac{k_{ij}}{m_c} \\ 0 \\ -\sum \frac{c_{ij} d_j^2}{F_{33}} \\ 0 \\ \frac{k_{21}}{m_1} \\ 0 \\ \frac{k_{21}}{m_2} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & X_t & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3.2 Modelo da torre (G_2)

O modelo linearizado da torre possui representação em espaço de estados dada pela **equação 45**.

$$G_2: \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_2 = A_2 \mathbf{x}_2 + B_2 \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{y}_2 = \begin{bmatrix} \theta_{2c} \\ \dot{\theta}_m \\ \theta_{1c} \\ \dot{\theta}_{1c} \end{bmatrix} = C_2 \mathbf{x}_2 + D_2 \mathbf{u}_2 \end{cases} \quad (45)$$

onde o vetor de estados do sistema (\mathbf{x}_2) é descrito pela **equação 46** e o vetor de entradas (\mathbf{u}_2) é dado pela **equação 47**.

$$\mathbf{x}_2 = [\theta_L \ \theta_m \ \theta_{1c} \ \theta_{2c} \ \dot{\theta}_L \ \dot{\theta}_m \ \dot{\theta}_{1c} \ \dot{\theta}_{2c}]^T \quad (46)$$

$$\mathbf{u}_2 = [\theta_v \ \dot{\theta}_v \ \ddot{y}_t \ i_a]^T \quad (47)$$

As matrizes A_2, B_2, C_2 e D_2 e são dadas por:

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0_{4 \times 4} & I_{4 \times 4} \\ -M_{2s}^{-1} K_{2s} & -M_{2s}^{-1} B_{2s} \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0_{4 \times 4} \\ M_{2s}^{-1} F_{2s} \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$D_2 = 0_{(6 \times 4)} \quad (51)$$

com M_{2s}, B_{2s}, K_{2s} e F_{2s} dados pelas **equações 52 a 55**.

$$M_{2s} = \begin{bmatrix} I_{33}^p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{33}^M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (m_{C1} \ell_1^2 + \eta_1^2 m_{C1} + I_{33}^{C1}) & m_{C2} \eta_2 \ell_1 \\ 0 & 0 & m_{C2} \eta_2 \ell_1 & (I_{33}^{C2} + m_{C2} \eta_2^2) \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$B_{2s} = \begin{bmatrix} b_L + c_e & -c_e/R_{ac} & 0 & 0 \\ -c_e/R_{ac} & (b_m + c_e/R_{ac}^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{1p} + c_{12} & -c_{12} \\ 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$K_{2s} = \begin{bmatrix} R_p^2 k_d + k_e & -k_e/R_{ac} & -R_p k_d X_{1p} & 0 \\ -k_e/R_{ac} & k_e/R_{ac}^2 & 0 & 0 \\ -R_p k_d X_{1p} & 0 & k_d X_{1p}^2 + k_{12} & -k_{12} \\ 0 & 0 & -k_{12} & k_{12} \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$B_{2s} = \begin{bmatrix} b_L + c_e & -c_e/R_{ac} & 0 & 0 \\ -c_e/R_{ac} & (b_m + c_e/R_{ac}^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{1p} + c_{12} & -c_{12} \\ 0 & 0 & -c_{12} & c_{12} \end{bmatrix} \quad (55)$$

4. Controle

Na presente aplicação deseja-se que o ângulo da ponta do tubo θ_{2c} esteja alinhado ao ângulo no qual o alvo se encontra θ_{alvo} , configurando assim o problema de acompanhamento de referência. Do mesmo modo, deseja-se que o erro angular existente entre estes dois pontos gerado a partir dos vetores deslocamentos verticais seja minimizado, configurando o problema de rejeição de perturbação. Por fim, deseja-se que a corrente circulando no motor elétrico esteja limitada a um valor máximo estabelecido, configurando o problema de atenuação do sinal de controle.

Com os modelos lineares do Chassi (G_1) e da Torre (G_2), que podem ser considerados em série, propõe-se a estrutura de controle mostrada na **figura 4**, onde o controlador $K(s)$ possui 4 entradas dadas por $[\hat{e} \ \dot{\theta}_m \ \theta_{1c} \ \dot{\theta}_{1c}]^T$ e uma saída dada pela corrente i_a , que é a variável de controle.

O controlador será obtido através da síntese H_∞ associada a uma malha externa, empregando a rotina de otimização de Powell [8], a fim de obter os parâmetros que definem as funções ponderação, como será abordado nas seções subsequentes deste trabalho.

Os requisitos de projeto utilizados para a síntese do controlador são enumerados em seguida.

1. Acompanhamento de Referência ($\theta_{alvo} \rightarrow \theta_{2c}$): Tempo de acomodação $t_s \leq 6s$ e sobressinal $M_p \leq 5\%$ para entrada em degrau de 15° para o alvo.
2. Rejeição de Perturbação ($\mathbf{y}_p \rightarrow \theta_{2c}$): Posição angular do tubo dentro do limite de 1 mm em mais de 90% do tempo do deslocamento do blindado na pista padrão RRC-9 a uma velocidade de 30 km/h.
3. Atenuação de Sinal de Controle ($\theta_{alvo} \rightarrow i_a$): Módulo da corrente máxima de $|i_a| = 5A$ durante o deslocamento do blindado na pista padrão RRC-9 a uma velocidade de 30 km/h

É importante ressaltar que, para o problema de acompanhamento de referência, deseja-se que o

ângulo do Tubo 2 esteja alinhado com o alvo (θ_{alvo}), minimizando assim, o erro (e_2). Entretanto, a leitura da posição angular do tubo 2 não é medida pelos sensores, e somente a leitura da posição angular do tubo 1, velocidade angular do tubo 1 e velocidade angular do motor elétrico de controle estão disponíveis através de sensores instalados no blindado. O sinal e $\hat{e} = f(\theta_{alvo} - \theta_{1c})$ também é conhecido.

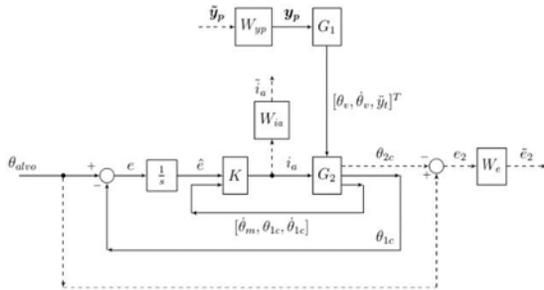


Fig. 4 – Estrutura de Controle.

4.1 Síntese H_∞

As linhas pontilhadas da **figura 4** se referem a ligações fictícias para fins da síntese do controlador via H_∞ . As funções de ponderação, W_e , W_{yp} e W_{ia} são utilizadas como gabaritos frequenciais para traduzir especificações de acompanhamento de referência, rejeição de perturbação e atenuação do sinal de controle, respectivamente.

Uma dificuldade apresentada na síntese H_∞ está no fato dos requisitos de projeto serem temporais, em geral, enquanto a técnica utiliza requisitos frequenciais. Apesar disto, há um conjunto de correlações que podem ser feitas entre as principais características temporais e os parâmetros que definem o gabarito padrão $W(s)$, dado pela **equação 56**. A largura de banda (w_b) implica na rapidez do sistema, o valor de M refere-se ao valor máximo da função sensibilidade, que está associado ao sobressinal apresentado pelo sistema. O valor de A pode ser associado ao erro de acompanhamento de referência [9].

$$W(s) = \frac{\left(\frac{1}{M}\right)s + w_b}{s + w_bA} \tag{56}$$

A estrutura padrão da síntese H_∞ está mostrada na **figura 5**, onde a planta generalizada P é linear

invariante no tempo, sendo obtida através da função CONNECT do Matlab. Esta planta é função das plantas originais, isto é, chassi (G_1) e torre (G_2), da interconexão proposta na estrutura de controle, bem como das funções ponderação definidas W_e , W_{yp} e W_{ia} .

Os canais das funções sensibilidade são definidos como $S_{yp}(\tilde{y}_p \rightarrow \tilde{e}_2)$, $S_e(\theta_{alvo} \rightarrow \tilde{e}_2)$ e $S_{ia}(\theta_{alvo} \rightarrow \tilde{i}_a)$.

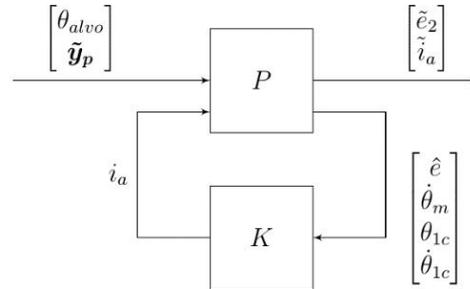


Fig. 5 – Estrutura Padrão para síntese H_∞ .

Desta forma, foi utilizada a ferramenta SYSTUNE implementada no Matlab para solucionar o problema P1, de síntese H_∞ , conforme descrito a seguir:

P1: Escolhidas as funções ponderação W_e , W_{yp} e W_{ia} , encontrar o controlador K que resolve:

$$\begin{aligned} \min_K \quad & \|S_{mista}\|_\infty = \|[S_e \ S_{yp} \ S_{ia}]\| \\ \text{s.t.} \quad & \|W_e S_e\|_\infty < 1, \\ & \|W_{yp} S_{yp}\|_\infty < 1, \\ & \|W_{ia} S_{ia}\|_\infty < 1 \end{aligned}$$

A ferramenta SYSTUNE é capaz de modificar os parâmetros livres do modelo, isto é, os graus de liberdade conferidos ao controlador K que se deseja obter, de forma que sejam atendidos os requisitos frequências definidos no problema P1. Portanto, a solução será válida se $\|S_{mista}\|_\infty$ for menor que 1, o que significa que os gabaritos frequenciais foram satisfeitos. A ferramenta é ainda mais poderosa, pois pode ser utilizada para garantir que cada um dos canais de desempenho definidos tenham individualmente norma H_∞ menor que 1.

O formato do controlador foi escolhido arbitrariamente, como de 6ª ordem, de forma que este possua representação em espaço de estados através

das matrizes A_k, B_k, C_k e D_k . Considera-se a transmissão direta nula, isto é, $D_k=0$. Além disto, admite-se que matriz A_k possuindo formato tridiagonal, isto é, todos os elementos são nulos, exceto os elementos da diagonal principal e das diagonais acima e abaixo desta. Com isto, são 16 variáveis de projeto para a matriz A_k , com mais 24 para a matriz B_k e 6 para a matriz C_k , totalizando 46 parâmetros ajustáveis para o controlador.

4.2 Determinação das ponderações frequenciais através do método de Powell

Para evitar o método de tentativa e erro para determinar as ponderações frequenciais que geram controlador K que atenda aos requisitos de projeto, utilizou-se uma malha externa associada ao método de otimização de Powell.

Definiu-se um vetor $\mathbf{p} \in \mathbf{R}^7$ de variáveis de otimização, cujos componentes são os parâmetros que definem W_e, W_{ia} e W_{yp} conforme **equação 57**. Os seis primeiros parâmetros do vetor \mathbf{p} são $M_e, A_e, w_{b,e}$ e $A_{yp}, w_{b,yp}, M_{ia}$, os quais definem as funções de ponderação W_e e W_{yp} , respectivamente, conforme a **equação 56**. O último parâmetro do vetor define a função ponderação $W_{ia} = \frac{1}{M_{ia}}$.

$$\mathbf{p} = [M_e \ A_e \ w_{b,e} \ M_{yp} \ A_{yp} \ w_{b,yp} \ M_{ia}]^T \quad (57)$$

Sendo assim, define-se uma função Custo $J(\mathbf{p})$, conforme a **equação 58**. É importante ressaltar que o custo depende do controlador K, que por sua vez é função do vetor ponderação \mathbf{p} .

$$J(\mathbf{p}) = J(K(\mathbf{p})) = \frac{T_f}{T(K(\mathbf{p}))} \quad (58)$$

onde valor de $T(K(\mathbf{p}))$ representa o tempo total que ângulo do tubo do armamento θ_{2c} permanece em torno de 15° em um intervalo definido pelo deslocamento angular máximo ($1\text{mil}=0,0563^\circ$), isto é, $[14,9437^\circ \ 15,0563^\circ]$. O valor de T_f é o tempo total de simulação do blindado percorrendo a

pista padrão RRC-9. Sendo assim, o problema P2, de otimização com restrições, é enunciado por conforme:

P2: Encontrar o vetor \mathbf{p} , que soluciona o problema:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{p}} \quad & J(K(\mathbf{p})) \\ \text{s.t.} \quad & t_s \leq 6s, \\ & M_p \leq 5\%, \\ & |i_a| \leq 5A \end{aligned}$$

onde o controlador $K(\mathbf{p})$ é a solução do problema P1 para as ponderações frequenciais definidas por \mathbf{p} .

O problema P2 pode ser transformado em um problema de minimização sem restrições através da construção da função custo aumentada $J_{aug}(\mathbf{p})$, dado pela **equipe 59**. O custo aumentado é composto pelo custo original $J(\mathbf{p})$, somado à função penalidade $\gamma(\mathbf{p})$, cujo valor é sempre maior ou igual a zero. No caso da solução não estar dentro da zona de viabilidade, isto é, as restrições da minimização não serem atendidas, a função penalizará o custo original, aumentando-o. De outro modo, caso a solução do problema esteja dentro da região de viabilidade, então $\gamma(\mathbf{p}) = 0$ e $J_{aug}(\mathbf{p}) = J(\mathbf{p})$. Uma heurística foi utilizada, com as constantes m_1 e m_2 sendo alteradas de forma dinâmica com valores de $0,1J(\mathbf{p})$ e $100 J(\mathbf{p})$, respectivamente.

$$J_{aug}(\mathbf{p}) = J(\mathbf{p}) + m_1\gamma(\mathbf{p}) + m_2 \max[0, \gamma(\mathbf{p})] \quad (59)$$

Os valores utilizados para descrever os modelos lineares foram em parte estimados, bem como retirados de [3], [5], [10], conforme **tabela 2**.

O método de Powell define a cada iteração um vetor de direção de busca (\mathbf{e}_p) e um passo (ρ) de tal forma a alterar o vetor \mathbf{p} a fim de minimizar a função custo. A **figura 6** mostra a estrutura do pseudocódigo com a malha externa executando Powell e a interna realizando a síntese \mathbf{H}_∞ via SYSTUNE.

Algoritmo 1: Pseudocódigo

```

Entrada: define  $p_0$  inicial
Saída:  $K$ 
1 início
2    $p_k \leftarrow p_0$ ;
3   define Ponderações:  $W_e(p_k), W_{yp}(p_k), W_{ia}(p_k)$ 
4   resolve Problema P1 via SYSTUNE e determina  $K(p_k)$ 
5   determina Custo aumentado  $J_k \leftarrow J_{aug}(K(p_k))$ 
6   critérioParada  $\leftarrow$  falso
7   contador  $\leftarrow$  0
8   enquanto (critérioParada==falso) faça
9     define direção de busca( $e_r$ ) e passo( $\rho$ ) através do Método de Powell
10     $p_{k+1} \leftarrow p_k + \rho e_r$ 
11    define Ponderações:  $W_e(p_{k+1}), W_{yp}(p_{k+1}), W_{ia}(p_{k+1})$ 
12    resolve Problema P1 via SYSTUNE e determina  $K(p_{k+1})$ 
13    determina Custo aumentado  $J_{k+1} \leftarrow J_{aug}(K(p_{k+1}))$ 
14    se ( $J_{k+1} < J_k$ ) então
15       $J_k \leftarrow J_{k+1}$ 
16       $p_k \leftarrow p_{k+1}$ 
17      se ( $|J_{k+1} - J_k| < \text{tolerância}$ ) ou ( $\text{contador} \geq \text{contadorMAX}$ ) então
18        | critérioParada  $\leftarrow$  verdadeiro;
19      fim
20    fim
21    contador  $\leftarrow$  contador+1
22  fim
23 fim

```

Fig. 6 – Pseudocódigo executando síntese e Powell.

A **tabela 1** mostra os parâmetros dos gabaritos frequenciais utilizados na síntese do melhor controlador por esta abordagem.

Tab. 1 – Parâmetros utilizados nos gabaritos

Ponderação	M [db]	A[db]	w_b [rad/s]	Função de Transf.
W_e	4,8	-169,4	1,10	$\frac{(\frac{1}{M})s + w_b}{s + w_b A}$
W_{ia}	98,1	-	-	1/M
W_{yp}	0,5	-53,5	1830,4	$\left[\frac{(\frac{1}{M})s + w_b}{s + w_b A} \right]$

Tab. 2- Parâmetros utilizados para construção dos modelos lineares do Chassi e da Torre

Constante	Unidade	Valor	Constante	Unidade	Valor
$[d_1 \ d_2]$	m	[-2.6 2.2]	K_i	N*m/A	60
k_{aj}	N/m	8.8×10^5	c_{ij}	N*s/m	9.4×10^4
I_{33}^C	kg^*m^2	300×10^3	c_{ip}	N*m*s/rad	1.5×10^3
b_m	N*m*s/rad	15	X_i	m	1
X_{ip}	m	0,75	k_d	N/m	6×10^6
R_p	m	0,04	$I_{33}^M = I_{33}^P$	kg^*m^2	0,5

Constante	Unidade	Valor	Constante	Unidade	Valor
m_{c1}	kg	2165	I_{33}^{C1}	kg^*m^2	1090
ℓ_1	m	1,75	η_1	m	-0,465
k_{12}	N*m/rad	4×10^6	c_{12}	N*m*s/rad	2×10^3
m_{c2}	kg	335	I_{33}^C	kg^*m^2	281
ℓ_2	m	3,25	η_2	m	1.319
R_{ac}	-	2,5	m_c	kg	10800
H	m	0,75	m_p	kg	20
k_e	N/m	3000	c_e	N*s/m	300

$$A_k = \begin{bmatrix} -15,01 & 93,17 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2,13 & -29,21 & -4,25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20,25 & -12,51 & -202,48 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 19,56 & -370,05 & -157,08 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 138,99 & -204,82 & 17,48 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 175,68 & -36,43 \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$B_k = \begin{bmatrix} -122,52 & -21,25 & -805,08 & 7,00 \\ -396,40 & 1,69 & 3,00 & 43,12 \\ 33,69 & 23,63 & 180,73 & 35,39 \\ 23,00 & 34,05 & 308,78 & 116,04 \\ 137,33 & -26,43 & 147,18 & -120,39 \\ 183,29 & -2,48 & -611,50 & -85,06 \end{bmatrix} \quad (61)$$

$$C_k = [0,14 \quad -20,31 \quad 15,57 \quad -50,84 \quad -94,40 \quad -2,67] \quad (62)$$

Tab. 3 – Parâmetros utilizados nos gabaritos frequenciais para algumas iterações do Método de Powell com o respectivo custo e custo aumentado.

i	$J_{\text{avg}}(p)$	$J(p)$	p						
			M_ϵ	A_ϵ	$w_{(b,e)}$	M_{yp}	A_{yp}	$w_{(b,yp)}$	M_{ia}
1	2775,4990	3,4721	10,18	-31,11	1,25	3,68	-22,06	1017,73	65,93
5	77,7598	1,9255	10,35	-30,25	0,84	3,53	-22,06	1017,73	65,93
10	1,5918	1,5918	10,35	-30,25	0,95	3,53	-25,69	1108,69	56,42
15	1,2882	1,2882	4,84	-56,57	1,10	0,96	-30,12	1300,28	67,13
20	1,1147	1,1147	4,84	-169,41	1,10	0,50	-44,87	1822,93	97,17
24	1,0730	1,0730	4,84	-169,41	1,10	0,51	-53,53	1830,47	97,17
25	1,0696	1,0696	4,84	-169,41	1,10	0,51	-53,53	1830,47	98,14

A **tabela 3** mostra o decaimento da função custo em função da iteração (i) do método de Powell com o respectivo vetor p . O controlador, referente à iteração 25, foi aquele que obteve o custo mínimo obtido, sendo capaz de satisfazer todos os requisitos de projeto. A **equação 63** mostra a representação em espaço de estados do referido controlador.

$$K_{25} = \begin{bmatrix} \frac{A_k}{C_k} & \frac{B_k}{0_{1 \times 4}} \end{bmatrix} \quad (63)$$

onde A_k , B_k e C_k e são as matrizes de estado, dadas pelas **equações 60 a 62**. Os gabaritos frequenciais foram atendidos. Numericamente temos que $\|S_{yp}W_{yp}\|_\infty = 0,9857 < 1$, $\|S_eW_e\|_\infty = 0,9804 < 1$ e $\|S_{ia}W_{ia}\|_\infty = 3,2388 \times 10^{-4} < 1$

5. Simulação

A simulação foi realizada com o modelo linear do veículo percorrendo uma pista contendo 3 trechos. O primeiro e último trechos possuem 120 m cada e considera-se que não há perturbação de base (pista lisa), enquanto o 2º trecho possui 133,2 m com oscilações características da pista de testes RRC-9. O trecho inicial foi adicionado para que se pudesse verificar o acompanhamento de referência, o trecho 2 para a verificação da rejeição de perturbação do solo e o trecho 3 para verificação do erro em estado

estacionário. Com o veículo trafegando à velocidade de 30 km/h, o tempo total de simulação é de $T_f = 44,78$ s para o comprimento total da pista de 373,20 m.

Conforme pode ser visto na **tabela 3**, o custo mínimo alcançado foi de 1,0696, referente ao controlador K_{25} , indicando que o percentual de tempo que este controlador consegue manter o ângulo do armamento dentro da faixa permissível é de 93,49% durante toda o percurso da simulação. Como inicialmente considera-se que o tubo encontra-se em 0°, não há como obter 100% de tempo dentro da faixa permissível.

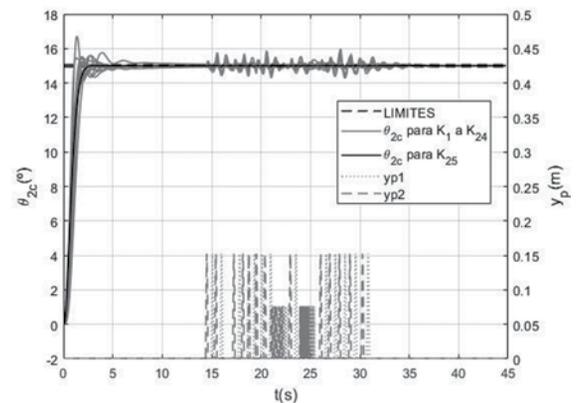


Fig. 7 – Controle do ângulo do armamento em função do tempo para os diversos controladores obtidos via método de Powell.

A **figura 7** mostra o ângulo do armamento em função do tempo de simulação para os diversos controladores obtidos de K_1 a K_{25} , além das oscilações de base que cada roda está sujeita (y_{p1} e y_{p2}). As linhas tracejadas são os limites superior e inferior de 1mil em torno do valor de referência desejado para o tubo 2.

A **figura 8** mostra o detalhe da **figura 7** no trecho 2 da simulação somente para o controlador K_{25} . Caso seja considerado apenas o trecho da pista RRC-9 (trecho 2), verifica-se que o percentual de tempo que o controlador K_{25} consegue manter o ângulo dentro dos limites passa a ser de 97,43%, que é superior aos 90% desejados em projeto. Além disso, verifica-se que o controlador atende aos demais requisitos de projeto, pois não há sobressinal, o tempo de acomodação é de 4,35 s e o máximo do módulo da corrente apresentada é de 4,35 A.

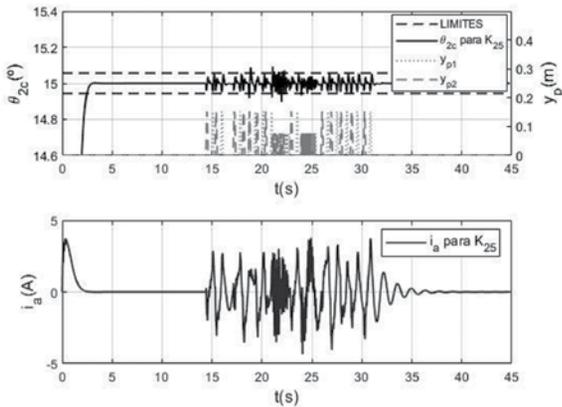


Fig. 8 – Detalhe do ângulo do armamento e corrente de controle no trecho 2 da simulação (durante a passagem do CC na pista RRC-9).

6. Conclusão

O presente trabalho elabora dois modelos lineares associados à dinâmica do Chassi e da Torre de um

carro de combate, a partir da linearização das equações de movimento obtidas pelo método de Lagrange. Os modelos podem ser tratados como em série, de maneira similar ao resultado apresentado por [3]. Uma estrutura de controle foi proposta para a estabilização do armamento, que foi desmembrado em duas seções rígidas de tubo, onde a variável de controle é a corrente do motor elétrico de elevação do armamento. Um controlador linear foi elaborado e simulações mostram o resultado do blindado percorrendo a pista padrão de testes RRC-9.

Foi utilizada uma malha externa de otimização, através de método de Powell, para auxílio na síntese de controladores via técnica H_∞ , mostrando que a metodologia facilita o uso da técnica por eliminar a necessidade do método de tentativa e erro na escolha das funções ponderação adequadas que garantem o cumprimento dos requisitos temporais elencados como critérios de projeto.

Referências Bibliográficas

- [1] Brasil, M. do. CGCFN-313. Manual de Blindados de Fuzileiros Navais. 1ªed. Marinha do Brasil, 2008, 20.
- [2] Ogorkiewicz, R. M. (1911). Technology of Tanks I, Jane's Information Group Limited, United Kingdom.
- [3] Purdy, D. J. Modelling and Simulation of a Weapon Control System for a Main Battle Tank, In: Proceedings of the Eighth U.S. Army Symposium on gun dynamics. 1996. P20.2-20.19.
- [4] Marcopeli, V. ; NG, M. ;Wells. Robust Control Design for the Elevation Axis Stabilization of the M256E1 Long Gun. Defense Technical Information Center, 2001.
- [5] Fernandes, D.L. Controle Robusto para Sistemas de Armas Embarcado em Veículo Terrestre. Dissertação de Mestrado. Instituto Militar de Engenharia, 2018. 97.
- [6] Dhir, A.;Sankar, S. Analytical track models for ride dynamics simulation of tracked vehicles. Journal of Terra-mechanics, v.31, n.2,p.107-138,1994.
- [7] Crandall, S.H. Dynamics of mechanical and electromechanical systems. McGrawHill, 1968.
- [8] M. J. D. Powell, An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives, The Computer Journal, Volume 7, Issue 2, 1964, Pages 155–162.
- [9] Skogestad, S.;Postlethwaite, I. Multivariable Feedback Control: Analysis and Design. USA: John Wiley 38; Sons, Inc. 2005.
- [10] Jakati, A.;Banerjee, S.;Jebaraj, C. Development of Mathematical Models, Simulationg Vibration Control of Tracked Vehicle Weapon Dynamics. Defence Science Journal, v.67, n.4, p.465-475, 2017. 7.