

Estudo de modelos de pneu segundo a Teoria de Julien e a Fórmula Mágica de Pacejka

André N de Oliveira*, Caroline G Campos, Alejandro O Peralta, Ricardo T da Costa Neto, Aldélio B Caldeira.
Instituto Militar de Engenharia
Praça General Tibúrcio, 80, 29270-030, Praia Vermelha, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
*jmiguez@ime.eb.br

RESUMO: Neste trabalho, dois modelos de pneu são apresentados: a Teoria de Julien (TJ) e a Fórmula Mágica de Pacejka (FM). Um modelo de carro completo, utilizado para simular a dinâmica longitudinal do veículo, foi implementado em MatLab/Simulink®, empregando a teoria de Grafos de Ligação. Os métodos de otimização: Random Restricted Window (R2W) e Gradiente Conjugado (GC) são utilizados para estimar os parâmetros do modelo TJ. Precisão, tempo computacional, eficiência e eficácia dos modelos são comparadas no que tange ao comportamento das respostas de desempenho do veículo. Os resultados mostram a equivalência dos modelos estudados.

ABSTRACT: In this work, two tire models are depicted: the Julien's Theory (JT) and the Pacejka's Magic Formula (MF). A full car model, used to simulate the longitudinal vehicle dynamics, was implemented by using MatLab/Simulink®, employing the Bond Graph theory. The optimization methods: Random Restricted Window (R2W) and Gradient Conjugate (GC) are used to estimate the parameters of the JT model. Accuracy, computational time, efficiency and efficacy of the models are compared regarding the behavior of the performance responses of the vehicle. The results show that the studied models are equivalent.

PALAVRAS-CHAVE: Modelo de Pneu. Teoria de Julien. Fórmula Mágica. Problemas Inversos. Dinâmica Veicular.

KEYWORDS: Tire model. Julien's Theory. Magic Formula. Inverse Problems. Vehicle Dynamics.

1. INTRODUÇÃO

O pneu é um dos subsistemas veiculares mais importantes, influenciando a segurança, o conforto e o desempenho do veículo. São funções dos pneus: suportar o peso do veículo; amortecer o veículo ao trafegar por superfícies irregulares; proporcionar tração suficiente para condução e frenagem; e fornecer um adequado controle na direção e estabilidade do veículo [1].

No desenvolvimento de novos pneus para diferentes tipos de veículos muitos experimentos são realizados. Estes experimentos consomem tempo e dinheiro. Desta forma, bem como em outras áreas da engenharia, a pesquisa e o desenvolvimento de pneus tem utilizado simulações computacionais com o propósito de reduzir o número de experimentos, diminuir os custos e acelerar o processo de desenvolvimento de novos produtos. Neste contexto, os modelos físico-matemáticos de pneus se tornam relevantes.

Os modelos de pneus podem ser divididos em dois grupos: on-road, para terrenos rígidos, como estradas de asfalto; e off-road, para superfícies suaves como gelo, areia ou lama [2]. Outra classificação propõe a divisão em três grupos: análise de direção e estabilidade; análise sobre o conforto; e análise de carga rodoviária [3].

O modelo de pneu mais utilizado é a Fórmula Mágica de Pacejka [1], o qual é um modelo semi-empírico e, portanto, com parâmetros sem significado físico. Contudo, aprimoramentos deste modelo têm sido propostos [4]. [5] usa alguns métodos de otimização diferentes para avaliar os parâmetros da FM, por meio da força longitudinal, da força lateral e do momento de auto-alinhamento. [6] identifica esses parâmetros por um método híbrido, conjugando duas técnicas de problemas inversos: Levenberg-Marquadt e Algoritmo Genético. [7] realiza a estimativa de parâmetros da TJ, com a utilização dos métodos Particle Swarm Optimization (PSO), R2W e Differential Evolution

(DE), baseado na FM de Pacejka, restringindo-se, portanto, à utilização de métodos estocásticos de otimização. Por outro lado, o modelo de pneu da Teoria de Julien (TJ) se afasta do empirismo da Fórmula Mágica por meio da utilização de hipóteses físicas.

O objetivo deste trabalho é mostrar a equivalência entre o modelo de pneu da Teoria de Julien e o modelo da Fórmula Mágica de Pacejka. Ou seja, mostrar que a argumentação física da Teoria de Julien tem correspondência com a modelagem empírica da Fórmula Mágica. Ademais, também é objetivo deste trabalho avaliar comparativamente o desempenho de um método estocástico de otimização, o R2W, em relação a um método determinístico de otimização, o GC, diferindo e estendendo a abordagem de problema inverso proposta em [7].

Assim, um estudo de caso é adotado, utilizando um modelo da dinâmica longitudinal de um carro completo, representando um veículo All Wheel Drive (AWD). Neste modelo, o qual foi implementado em Matlab/Simulink®, a força lateral e o momento de auto-alinhamento não são considerados.

Os resultados provenientes do modelo da dinâmica longitudinal do veículo, considerando a Fórmula Mágica de Pacejka, são utilizados como dados pseudo-experimentais. Estes dados são empregados, numa abordagem de problema inverso, na estimativa dos parâmetros do modelo de pneu da Teoria de Julien. Os métodos de otimização Random Restricted Window (R2W) e Gradiente Conjugado (GC) são usados na solução do problema inverso, permitindo a avaliação comparativa de um método estocástico e de um método determinístico. Os dois modelos de pneus são comparados, quanto à precisão, tempo computacional, eficiência e eficácia.

2. MODELAGEM DO VEÍCULO

O veículo usado neste artigo é uma Pickup AWD. Um

modelo de carro completo, utilizando a teoria dos Grafos de Ligação, foi implementado no software MatLab/Simulink®.

A Fig. 1 mostra o sistema de coordenadas do pneu adotado pela Society of Automotive Engineers (SAE) e empregado no presente trabalho.

A origem do sistema está no centro da área de contato pneu/solo. O eixo X está na interseção do plano do pneu com o plano do solo, o eixo Z é orientado para baixo e perpendicular à área de contato do pneu com o solo, e o eixo Y está no plano do solo orientado para a direita, completando o quadro de coordenadas sob a orientação do espaço. Existem três forças que atuam no pneu: força longitudinal (tração / frenagem), força lateral e força normal. Do mesmo modo, existem três momentos de atuação: Momento de resistência ao rolamento, momento de rotação e momento de auto-alinhamento. O ângulo de deslizamento é aquele entre a direção de condução em que a roda viaja e a direção da roda, enquanto o ângulo camber é o único entre o plano XZ e o plano da roda.

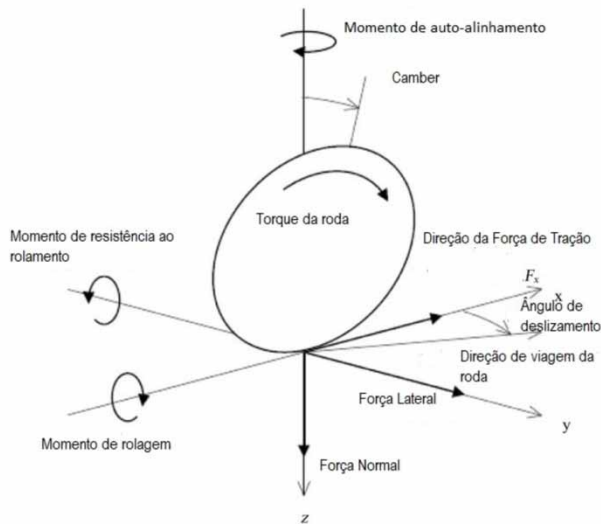


Fig. 1 – Forças e Momentos atuando no pneu, de acordo com o sistema de coordenadas adotado pela SAE.

A Fig. 2 mostra o diagrama de blocos da modelagem do veículo com o powertrain, conjunto roda/pneu e equação de movimento do veículo, usando a abordagem de fluxo de potência. Neste diagrama as variáveis de entrada e de saída são esforços e velocidades em subsistemas que podem ser acoplados, respeitando a compatibilidade de entradas e saídas. Essa conexão é feita através de Grafos de Ligação. Assim, os sistemas mais complexos podem ser divididos em subsistemas mais simples, respeitando sempre a relação causa-efeito dos módulos [8].

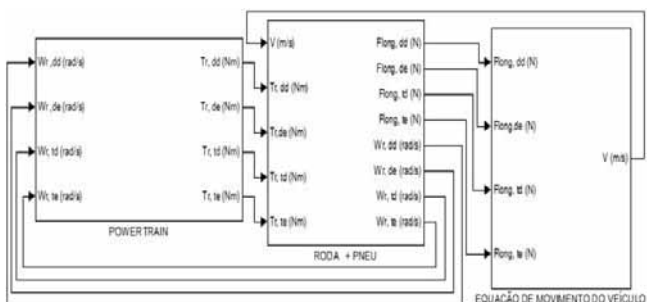


Fig. 2 – Diagrama de blocos do powertrain, composto pelo mo-

tor, conjunto roda/pneu e equação de movimento do veículo.

A Fig. 3 mostra o diagrama de blocos do powertrain com motor, caixa de marchas e os diferenciais: central, dianteiro e traseiro.

O torque é produzido pelo motor (fonte de esforço) e transmitido aos transformadores, sendo o primeiro a caixa de marchas, onde é multiplicado pela relação de transmissão correspondente. Imediatamente após a saída da caixa de marchas, torque é transmitido para o diferencial central, que, no caso em análise, é aberto e o divide em proporções iguais para o diferencial dianteiro e o traseiro,, de acordo com a Eq. 1. O fluxo do torque segue ao conjunto roda/pneu, onde a força de tração é desenvolvida e transmitida para o elemento capacitivo de inércia (equação de movimento do veículo), de acordo com a Eq. 2. Em seguida, o veículo se moverá, depois de superar a resistência, com uma velocidade linear, que retorna ao conjunto roda/pneu, onde é transformada em velocidade angular e percorrerá o caminho inverso através do diferencial central aberto, de acordo com a Eq. 3, até fechar o ciclo no motor. Na Eq. 1, T_m e T_c são os torques para o diferencial dianteiro e traseiro, respectivamente, e T_{caixa} é o torque da caixa de marchas. Observe que $1/2$ é a relação de transmissão do diferencial, que também é a proporção do número de dentes da corôa e do pinhão.

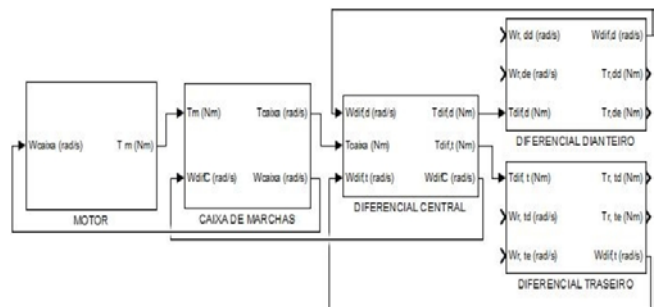


Fig. 3 – Diagrama de blocos composto pelo motor, caixa de marcha, diferenciais central, dianteiro e traseiro.

$$\begin{bmatrix} T_d \\ T_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} T_{caixa} \quad (1)$$

$$A_1 = (F_{long_{dd}} + F_{long_{de}} + F_{long_{td}} + F_{long_{te}} - F_{resist})/m \quad (2)$$

Na Eq. 2, $F_{long_{dd}}$, $F_{long_{de}}$, $F_{long_{td}}$ e $F_{long_{te}}$ são as forças longitudinais da dianteira direita e esquerda, traseira direita e esquerda, respectivamente, e m é a massa do veículo. F_{resist} são as forças de resistência do veículo, ora representadas pela soma das seguintes forças: aerodinâmica e de resistência à rampa (que não é considerada neste estudo). A velocidade linear do veículo é obtida integrando-se a aceleração linear para alimentar o sistema. Deve-se notar que a força de resistência ao rolamento é inserida na equação do subsistema roda/pneu.

$$W_{caixa} = \begin{bmatrix} 1 & \hat{1} \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_d \\ W_t \end{bmatrix} \quad (3)$$

Na Eq. 3 W_{caixa} , W_d e W_t são as velocidades angulares da caixa de marcha, diferencial dianteiro e traseiro, respectivamente.

3. MODELO DE PNEU

Na dinâmica longitudinal, quando um torque é aplicado ao pneu, uma força de tração é desenvolvida na região de contato pneu/solo. A força desenvolvida provoca uma compressão na região anterior da superfície de contato, o que faz com que o pneu percorra uma distância menor do que quando não há torque aplicado no estado estacionário. Esse fenômeno é devido à compressão, e é chamado de deslizamento longitudinal, como mostrado pela Eq. 4. Os valores dos limites são $V = w r$, quando o deslizamento é igual a zero, representando o deslizamento puro, e $V = 0$, quando o deslizamento é igual a um, e o pneu gira, mas o veículo não se move.

$$i = \left(1 - \frac{V}{w r}\right) \quad (4)$$

Na Eq. 4, v é a velocidade linear do centro do pneu, w é a velocidade angular e r é o raio dinâmico do pneu. Ambos os modelos tentam explicar a relação entre deslizamento longitudinal e força de tração. A Fig. 4 mostra esse comportamento, onde W é a carga vertical aplicada no pneu, μ_p é o valor de pico do coeficiente de aderência e μ_s é o valor do deslizamento do coeficiente de aderência.

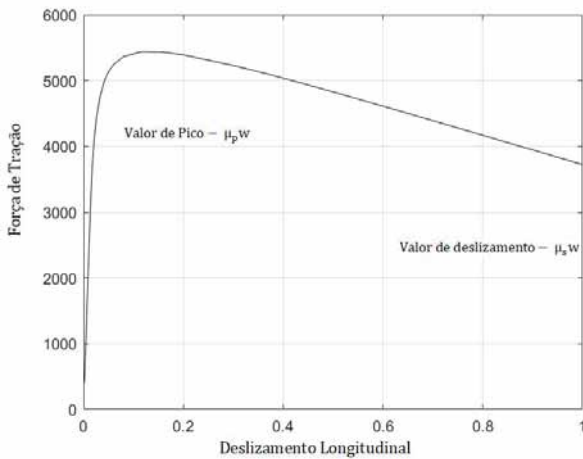


Fig. 4 – Variação da Força de Tração e o deslizamento longitudinal do pneu.

De acordo com [1], para a TJ o deslizamento i é condicionado por um deslizamento crítico i_c obtido pela Eq. 5. Onde $L_{contato}$ é o comprimento da região de contato, K_{tg} é a rigidez tangencial e também é uma constante de proporcionalidade.

$$i_c = \frac{\mu_p W}{K_{tg} L_{contato} (L_{contato} + \lambda)} \quad (5)$$

Se $i \leq i_c$, então a força de tração é definida pela Eq. 6, onde é calculado pela Eq. 7. Caso contrário, a força de tração é obtida pela Eq. 8.

$$F_{tr} = \frac{K' \cdot i \cdot (1 + L_{contact})}{2 \cdot \lambda} \quad (6)$$

$$K' = K_{tg} \cdot L_{contact} \cdot \lambda \quad (7)$$

$$F_{tr} = \frac{\mu_p \cdot W - \lambda \cdot (\mu_p \cdot W - K' \cdot i)^2}{2 \cdot L_{contat} \cdot K' \cdot i} \quad (8)$$

Nota-se que, quatro parâmetros (μ_p , λ , $L_{contato}$ e K_{tg}) serão estimados. Além disso, TJ é usada para calcular apenas a

força de tração empregada em solos rígidos.

A abordagem conhecida como FM apresenta um conjunto de fórmulas analíticas que interpola os dados medidos experimentalmente dos pneus, em vez de modelar a própria estrutura. Por outro lado, a força de tração, a força lateral e o momento de auto-alinhamento são calculados como variáveis de saída. Existem várias abordagens para FM, mas a usada neste trabalho é descrita por [1], e mostrada na Eq. 9.

$$y = D \cdot \text{sen} \left[C \cdot \text{tg}^{-1} \left(B \cdot x - E \cdot (B \cdot x - \text{tg}^{-1}(B \cdot x)) \right) \right] + S_v \quad (9)$$

Onde y é a variável de saída, B é o fator de rigidez, C é o fator de forma, E é o fator de curvatura, S_v é o desvio vertical e x é o parâmetro de entrada, definido pela Eq. 10,

$$x = X + S_h \quad (10)$$

onde X é o deslizamento longitudinal e S_h é o desvio horizontal.

Os componentes da FM, descritos pela Eq. 9, podem ser decompostos em função da carga vertical aplicada no pneu.

A Tabela 1 mostra os valores utilizados neste trabalho para os coeficientes relacionados à carga aplicada no pneu, no cálculo da força longitudinal.

Tabela 1: Valores dos coeficientes da FM.

	Peso (KN)	B	C	D	E	Sh	Sv
F(N)	4	0,171	1,69	4236	0,619	0	70

Uma das diferenças existentes entre as duas teorias apresentadas se concentra no cálculo da aceleração angular na equação de movimento da roda. A Fig. 5 mostra o diagrama de blocos do conjunto roda/pneu em um segundo nível para a FM e a Fig. 6 para a TJ. Nota-se que, para a FM, a força de tração, que sai do bloco de modelo de pneu, segue para a equação de movimento do veículo e, também, realimenta a equação de movimento da roda, como descrito na Eq. 11, o que não acontece com a TJ, como descrito pela Eq. 12.

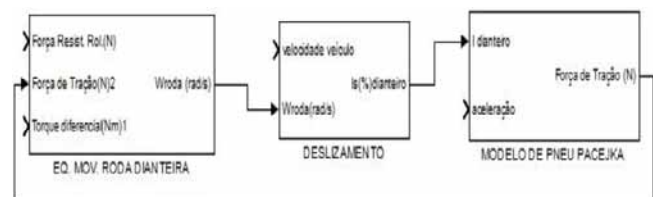


Fig. 5 – Diagrama de blocos do conjunto roda/pneu para FM em um 2º nível.



Fig. 6 – Diagrama de blocos do conjunto roda/pneu para TJ em um 2º nível.

$$\dot{W}_r = \frac{1}{I_{yyr}} (T_{dif} + F_{tração} r_{pneu} - T_{resist.rol}) \quad (11)$$

$$\dot{W}_r = \frac{1}{I_{yyr}} (T_{dif} - T_{resist.rol}) \quad (12)$$

Nas Eqs. 11 e 12, \dot{W}_r é a aceleração angular da roda, I_{yyr} é o momento de inércia na roda, T_{dif} é o torque do diferencial e $T_{resist.rol}$ é o torque de resistência ao rolamento.

4. PROBLEMAS INVERSOS

As técnicas de problemas inversos para estimativa de parâmetros têm sido largamente utilizadas na Engenharia. Nesta abordagem, métodos de otimização são empregados para minimizar uma função objetivo definida, usualmente, pela diferença quadrática média entre dados de referência (dados experimentais ou pseudo-experimentais) e dados provenientes de cálculos matemáticos analíticos ou numéricos. Assim, ao se determinar o ponto de mínimo da função objetivo, estimam-se os parâmetros do modelo matemático.

O presente trabalho utiliza dois métodos de otimização: um determinístico, o Gradiente Conjugado (GC), e um estocástico, o Random Restricted Window (R2W).

4.1 Função Objetivo

No problema de inverso em estudo, a função objetivo é dada por

$$S = \frac{1}{n} \sqrt{\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{F_{trp} - F_{tj}}{\max(F_{trp}) - \min(F_{trp})} \right)^2 \right]} + \frac{1}{n} \sqrt{\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{v_p - v_j}{\max(v_p) - \min(v_p)} \right)^2 \right]} \quad (13)$$

onde F_{trp} e V_p são, respectivamente, a força de tração e a aceleração longitudinal da FM, enquanto F_{tj} e V_j são de TJ. Por sua vez, n é o número de elementos em cada vetor.

4.2 Critério de parada

O critério de parada adotado para o processo iterativo, tanto para o GC, quanto para o R2W, é definido pela Eq. 14, onde a diferença entre o valor da função objetivo na iteração presente e na anterior deve ser menor que a tolerância estabelecida ou o número máximo de iterações alcançado.

$$S(k) - S(k-1) \leq 10^{-5} \text{ ou } k = \text{itmax} \quad (14)$$

Porém, a fim de garantir que a função objetivo atinja o mínimo desejado, este processo deve ser repetido por 20 vezes consecutivas.

4.3 Gradiente Conjugado

O método do gradiente conjugado se baseia na minimização da função objetivo, partindo de uma estimativa inicial da solução e determinando uma nova direção e um novo passo de busca para uma nova estimativa aperfeiçoada da solução a cada iteração. A direção de busca é uma combinação da direção oposta ao gradiente da função objetivo com a direção de busca da iteração anterior [9].

Segundo [9], o processo iterativo é dado pela Eq. 15, onde β^k é o tamanho do passo de procura, d^k é a direção de descida e k o número de iterações.

$$P^{(k+1)} = P^k - \beta^k d^k \quad (15)$$

A direção de descida é obtida pela conjugação da direção do gradiente, $\nabla S(P^k)$, e a direção de descida da iteração prévia $d^{(k-1)}$, como descrita pela Eq. 16.

$$d^k = \nabla S(P^k) + \gamma^k d^{(k-1)} \quad (16)$$

γ^k é obtido pela expressão desenvolvida por "Fletcher-Reeves", conforme descrito pela Eq. 17.

$$\gamma^k = \frac{\sum_{j=1}^N [\nabla S(P^k)]_j^2}{\sum_{j=1}^N [\nabla S(P^{k-1})]_j^2} \quad (17)$$

A expressão para a direção do gradiente é dada pela diferenciação da Eq. 13 com o respectivo parâmetro desconhecido.

$$\nabla S(P^k) = -2(J^k)^T [Y - T(P^k)] \quad (18)$$

Onde Y são os valores experimentais ou pseudo-experimentais e $T(P)$ são valores calculados a partir do modelo matemático adotado e J^k é a matriz de sensibilidade definida pela Eq. 19.

$$J(P) = \left[\frac{\partial T^T(P)}{\partial P} \right]^T \quad (19)$$

O passo de busca β^k é definido pela Eq. 20.

$$\beta^k = \frac{\sum_{i=1}^I \left[\left(\frac{\partial T}{\partial P^k} \right)^T d^k \right] [T(P^k) - Y]}{\sum_{i=1}^I \left[\left(\frac{\partial T}{\partial P^k} \right)^T d^k \right]^2} \quad (20)$$

O processo iterativo é desenvolvido até que o critério de parada seja atingido.

4.4 Random Restricted Window

R2W é um método estocástico de otimização de fácil implementação [10-12]. Neste método uma população de possíveis soluções é criada randomicamente. Em seguida o melhor elemento da população é identificado, correspondendo ao elemento que resulta no menor valor para a função objetivo. Ao redor e centrada no melhor elemento ζ_i^* , uma subregião do domínio, denominada janela, é criada, e uma nova população de possíveis soluções é criada randomicamente dentro da janela. Este procedimento executado sucessivas vezes conduz ao mínimo.

A regra de criação do elemento ζ_i da população dentro da janela é descrito pela Eq. 21, enquanto os limites inferiores, ζ_L e superiores, ζ_H , da janela são estabelecidos pelas Eq. 22 e 23, onde R é um número randômico com distribuição uniforme entre 0 e 1 e δ é o fator de restrição. Neste trabalho, δ assume o valor 0,02.

O processo de minimização se repete até que o critério de parada seja atingido [10-12].

$$\zeta_i = \zeta_{iL} + R(\zeta_{iH} - \zeta_{iL}) \quad (21)$$

$$\zeta_L = \zeta_i^* - \delta \zeta_i^* \quad (22)$$

$$\zeta_H = \zeta_i^* + \delta \zeta_i^* \quad (23)$$

5. RESULTADOS

As estimativas realizadas com o R2W utilizaram uma população com 50 indivíduos criada de acordo com a Eq. 21, considerando os valores iniciais do domínio de interesse mostrados na Tabela 2. De forma análoga, a estimativa inicial para o método do GC também é apresentada na mesma Tabela.

Tabela 2: Valores iniciais dos parâmetros com GC e R2W.

Parâmetro	GC	R2W Limite Inferior	R2W Limite Superior
λ	0,05	0	0,1
μ_p	0,85	0,8	0,95
$L_{contate}$	0,3	0	0,5
Ktg	4400000	4600000	4900000

A Tabela 3 mostra os valores dos parâmetros estimados com GC e R2W. Esses parâmetros servirão de base para extrair as curvas da força longitudinal desenvolvida pelo pneu, velocidade angular da roda, deslizamento do pneu, aceleração linear e velocidade do chassi.

Tabela 3: Valores estimados da TJ com GC e R2W.

Parâmetro	GC	R2W
λ	0,035281396	0,040194250
μ_p	0,946796989	0,905243184
$L_{contate}$	0,268394697	0,312039528
Ktg	4499999,999	4764554,433

A Fig. 7 mostra a curva de força longitudinal desenvolvida pelo pneu ao longo de 100 segundos. Os dois métodos utilizados (GC e R2W) desenvolveram o mesmo comportamento do modelo de pneu de Pacejka. Nota-se que a curva desenvolvida com os parâmetros estimados pelo método GC tem uma estabilização anterior ao R2W.

A Fig. 8 mostra o mesmo comportamento dinâmico da curva da velocidade linear do chassi através do tempo, quando os dois métodos são comparados com a FM. Observa-se, também, que o veículo atinge sua velocidade máxima em aproximadamente 44 m/s (158 km/h).

A curva que representa o comportamento da aceleração linear do veículo é mostrada na Fig. 9. Nesta curva, são observadas cinco degraus na parte descendente, onde o traba-

lho da caixa de câmbio é representado durante a mudança de marchas. Embora o comportamento dos dois métodos siga a FM, observa-se que o método R2W obteve uma maior suavidade durante a mudança de marchas, porém com maior instabilidade quando a aceleração tende a zero.

Fig. 7 – Variação da Força Longitudinal com os métodos GC e R2W.

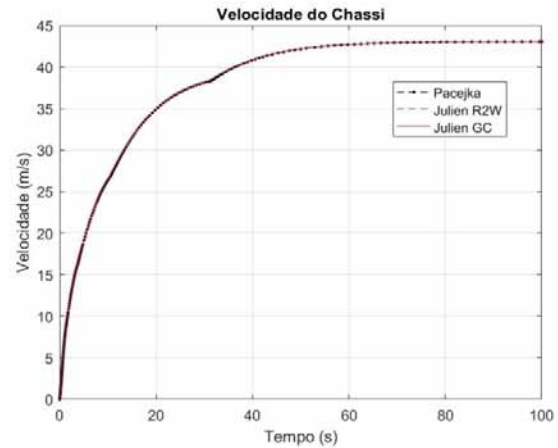


Fig. 8 – Velocidade linear do chassi com emprego do GC e R2W.

A Fig. 10 mostra o comportamento dinâmico da curva de velocidade angular produzida na roda no domínio do tempo de 100 segundos. Observa-se que os dois métodos seguiram o comportamento desenvolvido pelo modelo da FM.

Na Fig. 11 observa-se o deslizamento desenvolvido na área de contato pneu/solo com a força de tração desenvolvida no pneu. Em sua parte linear, todos os modelos de pneu (FM e TJ com a utilização os parâmetros estimados pelo método GC e R2W) desempenharam o mesmo comportamento, porém quando a curva atinge o valor de pico do coeficiente de aderência, nota-se que a TJ com GC se aproximou mais da FM. O mesmo comportamento é observado quando a curva atinge o ponto de valor de deslizamento do coeficiente de aderência. Isto se deve ao fato que o valor de pico do coeficiente de aderência é um dos parâmetros estimados, portanto assume valores próximos, porém diferentes, como mostrado na Tabela 2. Adicionalmente, o cálculo da força de tração para TJ, Eq. 6 e 8, depende dos seguintes parâmetros estimados: μ_p e $L_{contate}$.

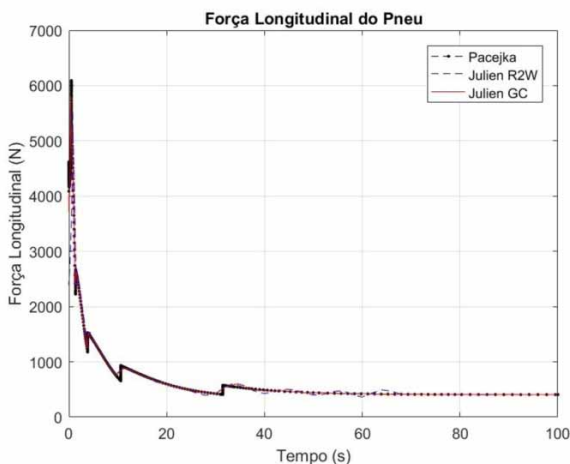


Fig. 7 – Variação da Força Longitudinal com os métodos GC e R2W.

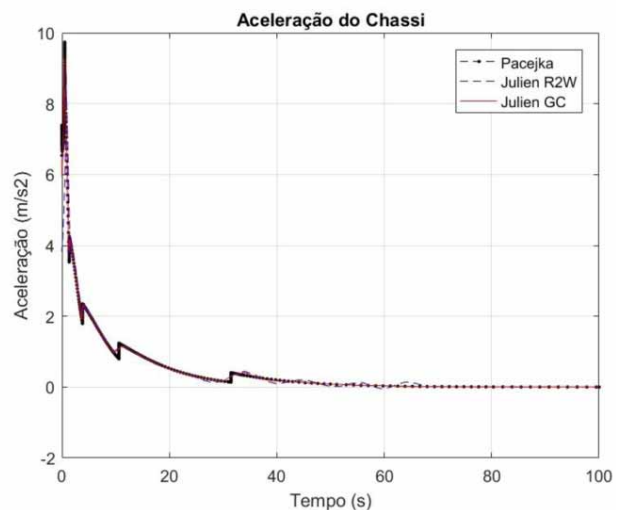


Fig. 9 – Aceleração linear do chassi com emprego do GC e R2W.

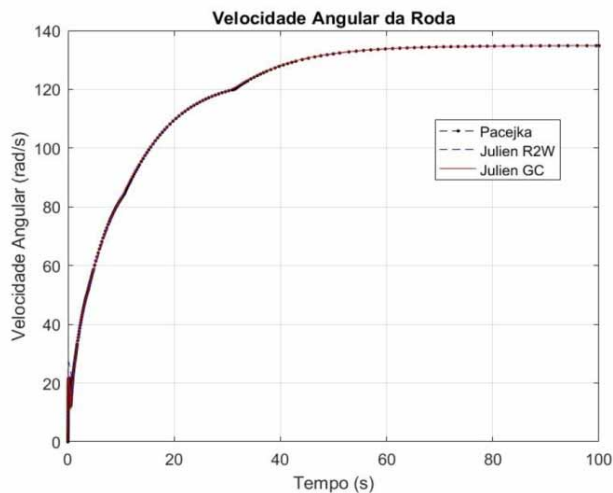


Fig. 10 – Velocidade angular da roda com a utilização do GC e R2W.

O processo iterativo desenvolvido pelos dois métodos foi feito com a minimização da função objetivo descrita pela Eq. 13, onde a força de tração e a aceleração longitudinal do veículo foram comparadas entre os modelos FM e TJ.

A Fig. 12 mostra a evolução da função objetivo com o aumento do número de iterações. Observa-se que nos dois métodos a curva tem uma parte decrescente e logo depois estabiliza. Esse comportamento é devido ao processo de minimização. No entanto, o método R2W converge primeiro.

A Tabela 4 mostra o resultado numérico dos dois métodos em relação à aceleração e à velocidade do chassi. O erro é calculado de acordo com a Eq. 24, onde é o valor máximo da diferença entre FM e TJ, e é o valor encontrado com o FM.

$$\text{erro} = \frac{\text{erromax}}{\text{VMF}} \quad (24)$$

Nota-se que os erros máximos encontrados não passam de 4% em comparação a FM, demonstrando, portanto, uma excelente precisão para os dois métodos.

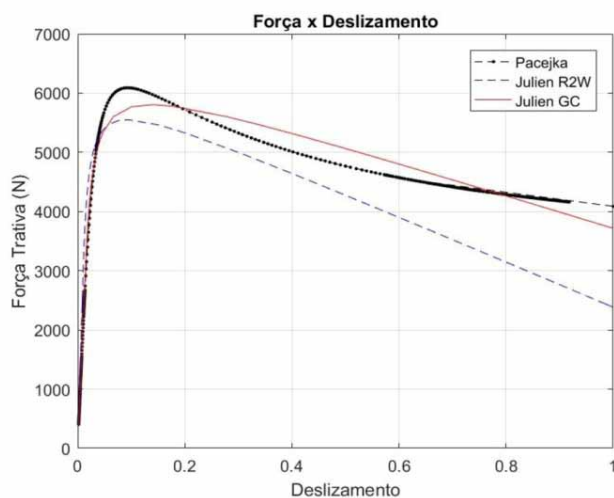


Fig. 11 – Força de tração e deslizamento do pneu.

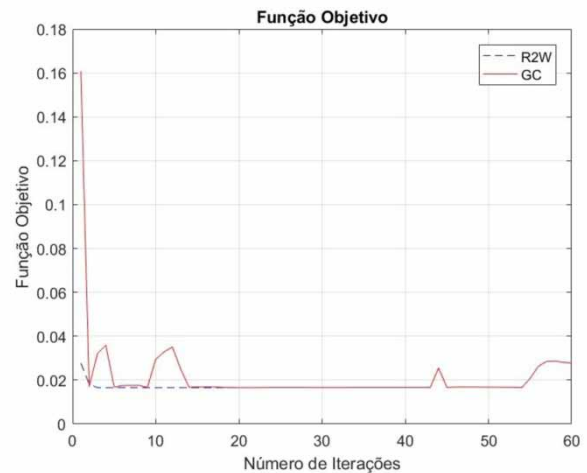


Fig. 12 – Resultados do GC e R2W para função objetivo com o número de iterações.

Tabela 4: Erro máximo da TJ com GC e R2W.

	Erro máximo TJ em %	
	R2W	GC
Aceleração	3,9071	1,3760
Velocidade	1,6441	0,0723

Embora nas Fig. 7-10 os dois métodos demonstrem o mesmo comportamento dinâmico das curvas do veículo com a utilização da FM, percebe-se que, através da análise do erro percentual, o GC obteve um erro menor.

Além desta análise, o tempo computacional dispendido pelos métodos foi de 0,141152 segundos para o GC e de 0,64157 segundos para R2W. Outra diferença é notada pelo número de iterações no processo de convergência, onde GC obteve 60 iterações e o R2W apenas 23.

Cabe ressaltar que os resultados encontrados em [7] foram satisfatórios. Porém somente foram empregados métodos estocásticos para estimativa de parâmetros. Neste trabalho uma comparação entre métodos determinísticos e estocásticos foi realizada. Sendo assim, dois tipos de otimização diferentes foram comparadas.

6. CONCLUSÕES

O uso da abordagem de fluxo de potência para o processo de modelagem do veículo forneceu resultados satisfatórios em relação ao comportamento da dinâmica longitudinal do veículo AWD, tanto para FM como para TJ.

O modelo de pneu conhecido como FM já foi validado em vários estudos. No entanto, o uso de TJ ainda não foi o escopo de muitos trabalhos. Desta forma, propôs-se uma abordagem de problemas inversos para realizar uma validação da TJ para a dinâmica longitudinal.

Quatro parâmetros foram estimados pelos métodos de otimização GC e R2W. Os resultados mostraram erros insignificantes em relação aos dois métodos utilizados. A comparação com os valores de referência foi alcançada através da análise da força longitudinal, velocidade angular da roda, velocidade e aceleração linear do chassi. Nesses quatro requisitos dinâmicos, as curvas apresentaram o mesmo comportamento quando comparadas à FM. Além destas curvas, realizou-se a análise da curva de força de tração desenvolvida no pneu.

de acordo com o deslizamento, e a curva do valor da função objetivo ao longo das interações para os dois métodos.

Apesar do mesmo comportamento, o método do GC consumiu 60 iterações no processo de convergência, enquanto o R2W consumiu apenas 23 iterações. Por outro lado, as estimativas realizadas com GC resultaram em menores erros na cinemática estudada. Portanto, pode-se afirmar que os métodos determinísticos são promissores na aplicação proposta.

Conclui-se finalmente que os resultados da TJ são equivalentes aos da FM no que diz respeito a: força longitudinal, velocidade do chassi, aceleração do chassi e a velocidade angular da roda. Entretanto, diferenças significativas existem na avaliação da força de deslizamento do pneu.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Wong, J. Y. Theory of Ground Vehicles, John Wiley & Sons, 2008, ISBN 0-471-35461-9.
- [2] Gruber, Patrick, Robin S. Sharp. Special issue on the 4th International Tyre Colloquium, Vehicle System Dynamics, vol. 54, nr. 4, 2016, pg 445-447, doi:10.1080/00423114.2016.1166599.
- [3] Li, B., Xiaobo, Y., Yang, J. Tire model application and parameter identification-A literature review, SAE International Journal of Passenger Cars-Mechanical Systems 7.2014-01-0872, 2014, pg 231-243, doi:10.4271/2014-01-0872.
- [4] Jonson, A., Olsson, E. A Methodology for Identification of Magic Formula Tire Model Parameters from In-Vehicle Measurements, Master's Thesis, Department of Applied Mechanics, Gothenburg, Sweden, 2016.
- [5] Alagappan, A. V., K.V. Narasimha Rao, Kumar, R. K. A comparison of various algorithms to extract Magic Formula tyre model coefficients for vehicle dynamics simulations, Vehicle System Dynamics 53.2, 2015, pgs 154-178, doi:10.1080/00423114.2014.984727.
- [6] Talebitooti, R., Torabi, M. Identification of tire force characteristics using a Hybrid method, Applied Soft Computing 40, 2016, pgs 70-85, doi:10.1016/j.asoc.2015.09.053.
- [7] de Oliveira, A. N., Campos, C. G., Peralta, A. O., da Costa Neto, R. T., Caldeira, A. B. Parameters Estimation of a Tire Model Based on Julien's Theory; Society of Automotive Engineers (SAE), submetido.
- [8] da Costa Neto, R. T. Modelagem e Integração dos Mecanismos de Suspensão e Direção de Veículos Terrestres Através do Fluxo de Potência, Tese Doutorado, PUC-Rio, 2008.
- [9] Ozisik, M. N., Orlande, H. R. B. Inverse Heat Transfer: fundamentals and applications, Taylor & Francis, 2008, ISBN 1-56032-838-X.
- [10] Câmara, L. D. T., Silva Neto, A. J. Inverse stochastic characterization of adsorption systems by a random restricted window (R2W) method, In Proceedings of the 1st International Conference on Engineering Optimization, 2008, Rio de Janeiro, RJ, Brazil.
- [11] Bihain, A. L. J., Câmara, L. D. T., Silva Neto, A. J. Avaliação da rotina inversa R2W na estimação de parâmetros de transferência de massa no processo de adsorção de glicose e frutose, TEMA (São Carlos), vol. 13, nr. 3, 2012, pg 277-289, doi:10.5540/TEMA.2012.013.03.277.
- [12] Caldeira, A. B., da Costa Neto, R. T. and de Carvalho, M. S. Inverse Stochastic Identification of Vehicle Suspension Damping Coefficients, In Proceedings of the 5th International Conference on Engineering Optimization, 2016, Foz do Iguaçu, PR, Brazil.