ARTIGO

A Média Geométrica como Medida de Desempenho Escolar: valorizando a regularidade e reduzindo o impacto de notas extremas

A Geometric Mean-Based Approach for Student Ranking: emphasizing consistency and mitigating the impact of outliers

RESUMO

A média aritmética (MA) é tradicionalmente utilizada como medida de tendência central para classificar alunos, mas apresenta limitações como a influência de valores extremos e a não consideração da regularidade das notas. Este artigo propõe um método alternativo de classificação que valoriza o desempenho regular do discente ao longo do curso e reduz o impacto de notas extremas. Através de um estudo quantitativo descritivo com simulação, comparou-se o método tradicional com o uso da média harmônica e geométrica. Os resultados revelaram mudanças significativas na classificação final dos alunos, demonstrando que a média geométrica é a mais adequada para valorizar alunos com bom desempenho e destacar os mais regulares em relação às notas. O estudo contribui para a área de concentração em defesa nacional, abrindo espaço para pesquisas futuras sobre o impacto da regularidade do desempenho na formação de profissionais nesse campo.

Palavras-chave: Estatística. Ciências militares. Média geométrica. Média aritmética. Classificação.

Roberto Campos Leoni
Academia Militar das Agulhas Negras – AMAN, Resende, RJ, Brasil
Email: rcleoni@yahoo.com.br
ORCID:
https://orcid.org/0000-0001-6600-2963

Bruno Freitas Pinto
Academia Militar das Agulhas Negras – AMAN, Resende, RJ, Brasil
Email: bfpinto2@gmail.com
ORCID:
https://orcid.org/0000-0001-8666-8682

Diego Camillo
Academia Militar das Agulhas Negras – AMAN, Resende, RJ, Brasil
Email: 1diegocamillo@gmail.com
ORCID:
https://orcid.org/0009-0001-6589-9761

Received:	**25 Apr 2024**
Reviewed:	**Apr/May 2024**
Received after revised:	**13 May 2024**
Accepted:	**14 May 2024**

ABSTRACT

The arithmetic mean (AM) is conventionally employed as a measure of central tendency to rank students. However, it has limitations such as the susceptibility to extreme values and the disregard for the consistency of grades. This article proposes an alternative ranking method that prioritizes student regular performance throughout the course and minimizes the influence of outliers. A quantitative descriptive study with simulation was conducted in order to compare the traditional method with the use of the harmonic and geometric means. The results unveiled significant changes in the final student rankings, demonstrating that the geometric mean is the most suitable for recognizing high-performing students and highlighting those with the most consistent grades. The study contributes to the field of national defense concentration, opening venues for future research on the impact of performance consistency in the training of professionals in this field.

Keywords: Statistics. Military science. Geometric mean. Arithmetic mean. Ranking.

RAN
Revista Agulhas Negras

eISSN (online) 2595-1084
http://www.ebrevistas.eb.mil.br/aman

DOI: https://doi.org/10.70545/ran.v8i11.12541

1 Introdução

A avaliação do desempenho discente é um componente essencial nos sistemas educacionais. Métodos baseados em aritmética ou Estatística são comumente utilizados para mensurar o desempenho, com destaque para a classe de medidas de tendência central, como a média aritmética, frequentemente empregada na classificação de alunos.

A média aritmética é um dos principais critérios para calcular a nota final em disciplinas e até mesmo na classificação geral de graduandos em diferentes sistemas de avaliação (Mello *et al*., 2004). Essa nota final é, geralmente, resultado do cálculo de uma média aritmética simples ou ponderada.

Escolas militares como a Academia Militar das Agulhas Negras (AMAN), a Escola de Aperfeiçoamento de Oficiais (EsAO) e a Escola de Comando e Estado Maior do Exército (ECEME) são instituições de ensino superior, extensão e pesquisa que possuem a missão de realizar pesquisas científicas alinhadas à Portaria nº 734 do Comandante do Exército, de 19 de agosto de 2010 (Brasil, 2010). Essas escolas empregam, amplamente, a média aritmética simples e ponderada como medida para classificar seus alunos (Brasil, 2022a). O mesmo tipo de média aritmética também é utilizado no ensino fundamental e médio no sistema Colégio Militar do Brasil (Brasil, 2022c).

Além das escolas militares, o sistema de gestão de desempenho de pessoal do Exército Brasileiro também utiliza a média aritmética no cálculo da Média do Processo por Competência (Brasil, 2022b). No entanto, outras médias podem ser empregadas, como a média harmônica e a média geométrica, que possui aplicações em diversas áreas das ciências naturais e sociais, como monitoramento ambiental, cientometria, medicina nuclear, infometria, economia, finanças, ecologia, pobreza e desenvolvimento humano, dentre outras (Vogel, 2020). Enquanto o Exército Brasileiro baseia-se na média aritmética, a Universidade Federal do Rio Grande do Sul opta pela média harmônica média harmônica no processo seletivo de candidatos ao vestibular, em que os escores padronizados das disciplinas são utilizados para calcular a classificação dos candidatos (Silveira, 1997).

Este artigo propõe a utilização da média geométrica como método alternativo de classificação de alunos, com o objetivo de valorizar o desempenho regular ao longo do curso e minimizar o impacto de notas extremas. A média geométrica possui a propriedade de reduzir o efeito de dados discrepantes (Toledo & Ovalle, 1995), tornando-a mais adequada para instituições que buscam premiar a regularidade do desempenho, como as escolas militares.

A pesquisa, de natureza descritiva com base em axiomas (Bertrand & Fransoo, 2002), busca sugerir um método de classificação baseado em notas de avaliações de disciplinas que valoriza o discente com desempenho regular, diminuindo o impacto de notas extremas. A técnica proposta é

DOI: https://doi.org/10.70545/ran.v8i11.12541

baseada em métodos estatísticos e utiliza a média geométrica como instrumento para classificação de desempenho escolar.

A utilização da média geométrica em sistemas de classificação justifica-se quando há interesse da instituição em distinguir discentes que se destacam de forma igualitária em todas as disciplinas. Valorizar igualmente cada disciplina ao longo de todo o curso é o que o aluno deve buscar para obter a melhor classificação geral. Esse tipo de resultado é buscado em algumas instituições militares de ensino superior, como a AMAN e o Instituto Militar de Engenharia (IME), mas a técnica, aqui apresentada, pode ser utilizada em instituições públicas ou privadas de ensino fundamental, médio e superior.

O artigo está estruturado em cinco seções. A seção 2 apresenta uma análise crítica das medidas de tendência central: média aritmética, harmônica e geométrica. Na seção 3, propõe-se um método de classificação baseado na média geométrica para valorizar a regularidade do desempenho discente e minimizar o impacto de notas extremas. A seção 4 exemplifica o emprego da técnica proposta por meio de uma simulação. Por fim, a seção 5 apresenta as considerações finais sobre o uso da média geométrica em sistemas de classificação de alunos, destacando suas contribuições e potenciais aplicações.

2 Análise das medidas de tendência central

A seleção de um valor "típico" para um conjunto de dados é crucial na Estatística Descritiva. Esse valor pode ser obtido através de medidas de tendência central (média, mediana e moda), posição, variabilidade (amplitude, desvio padrão e variância), assimetria e curtose. A escolha da medida adequada depende das características do conjunto de dados e do objetivo da análise. A média aritmética, a mediana e a moda são medidas de tendência central frequentemente utilizadas, com a média sendo a mais comum (Bussab & Morettin, 2002; Hoffmann, 2006).

A média aritmética (MA) é, em geral, a medida de posição mais aplicada. É calculada pela soma das observações dividida pela quantidade de observações.

$$\text{MA} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \tag{1}$$

Em que Xi representa a i-ésima observação de um conjunto de dados e n representa a quantidade de observações. A MA pode ser ainda escrita na forma ponderada. Nesse caso, pesos são atribuídos às observações de um ou mais conjuntos de dados.

Uma grande desvantagem da MA é a influência que os valores atípicos podem exercer no valor final da MA. A Tabela 1 ilustra essa desvantagem. Três alunos apresentam desempenho regular

DOI: https://doi.org/10.70545/ran.v8i11.12541

em suas notas X1, X2 e X3. Contudo, o desempenho médio é influenciado pela nota X4. Conclui-se que, para melhorar o desempenho médio, basta que o aluno aumente suas notas. Desse modo, a MA valoriza alunos que possuam apenas alto rendimento, ignorando o fato de serem ou não alunos regulares em suas notas (veja a Tabela 2).

Tabela 1: média aritmética de três alunos A, B e C sob a influência de valores extremos.

Notas	X_1	X_2	X_3	X_4	MA
Aluno A	5,0	5,0	5,0	1,0	4,0
Aluno B	5,0	5,0	5,0	7,0	5,5
Aluno C	5,0	5,0	5,0	9,0	6,0

Fonte: os próprios autores

Tabela 2: alunos A, B e C com o mesmo desempenho médio e notas não regulares.

Notas	X_1	X_2	X_3	X_4	MA
Aluno A	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
Aluno B	3,0	3,0	7,0	7,0	5,0
Aluno C	1,0	3,0	7,0	9,0	5,0

Fonte: os próprios autores

A média harmônica (MH) é o inverso da MA do inverso de números reais positivos (Hariki, 1996). Sua aplicação é citada em grandezas inversamente proporcionais como, por exemplo, velocidade e tempo. Outra aplicação comum ocorre na construção de números índices, por exemplo, o índice de Paashe que é uma MH ponderada (Triches & Furlaneto, 2005; Hoffmann, 2006; Matejas & Bahovec, 2008).

$$MH = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{X_i}} \tag{2}$$

A média geométrica (MG) de n valores é definida, genericamente, como a raiz n-ésima do produto de todos os valores. Uma aplicação da MG se dá na construção do número índice de Fischer que é uma MG de outros dois números índices de Laspeyres e de Paasche. Nesse caso, a MG é empregada como técnica para evitar a superestimação ou a subestimação do verdadeiro valor do índice (Toledo & Ovalle, 1995).

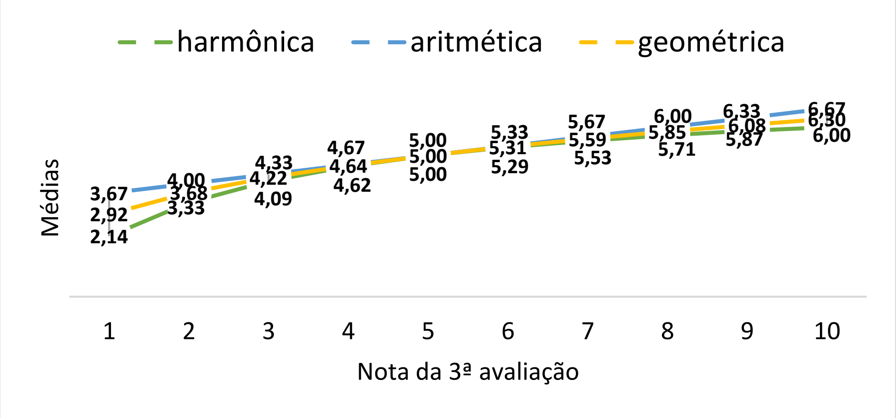
$$MG = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} X_i} \tag{3}$$

Quanto maior a variabilidade de um conjunto de dados, maior será a diferença entre a MA, a MH e a MG. As medidas serão iguais se, e somente se, todos os valores forem iguais. Após a análise das definições e aplicações das três médias (aritmética, harmônica e geométrica), torna-se possível compará-las em termos de suas propriedades e sensibilidade a valores extremos.

DOI: https://doi.org/10.70545/ran.v8i11.12541

A Figura 1 compara a MA, MH e MG para três avaliações, com duas notas fixas em 5,0 e a terceira variando entre 1,0 e 10,0 (representada no eixo das abscissas). É possível observar, na Figura 1, que a diferença entre a MA, MH e a MG é maior quando a nota da terceira avaliação se afasta do valor 5,0, ou seja, quando há aumento na dispersão dos dados. A MH tende a ser menor que as demais médias quando a nota da 3ª avaliação se aproxima de um ou de dez pontos. A MG, entretanto, configura-se como uma medida menos sensível aos valores extremos, posicionando-se entre as demais medidas.

Figura 1: comparação entre a média aritmética, a média harmônica e a média geométrica.



Fonte: os próprios autores

A Média Harmônica (MH) pode ser representada por uma função quadrática quando se fixa a Média Aritmética (MA) em um valor alvo e se variam as notas de duas avaliações (X1 e X2). A expressão geral da MH considerando duas avaliações X1 e X2 é dada por:

$$MH = \frac{2}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{10-(x_2-m)}} \tag{4}$$

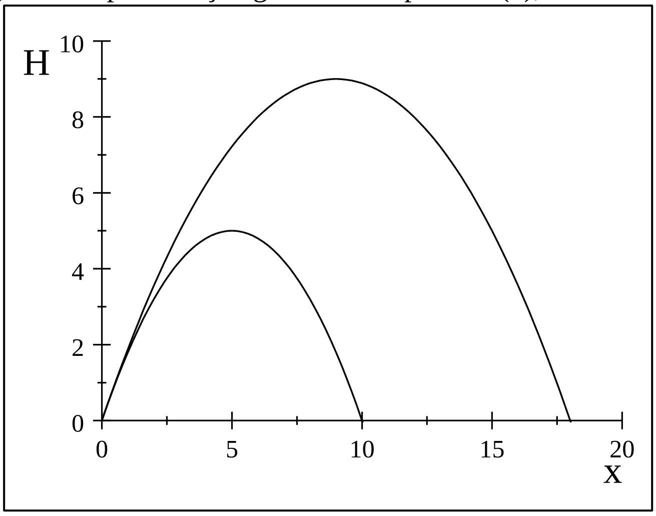
Onde x é o valor obtido em uma das avaliações e m é o valor mínimo condicionado a um valor fixo para a MA.

Por exemplo: se fixarmos a MA em 7, o valor mínimo em uma das duas avaliações (m) deverá ser igual a 4, pois essa é a condição para que ambas apresentem MA igual a 7. Isso significa que, se um aluno obtiver 4 em uma avaliação, ele precisará obter pelo menos 10 na outra avaliação para alcançar a MA de 7.

A Figura 2 apresenta duas curvas com a média aritmética $\in\{5{,}9\}$. A ordenada representa a média harmônica e a abscissa o valor de x. Observa-se que as parábolas possuem ponto de máximo quando a média harmônica equivale à média aritmética e, na medida em que as notas se afastam dos respectivos máximos (5 e 9), a média harmônica tende a zero.

DOI: https://doi.org/10.70545/ran.v8i11.12541

Figura 2: representação gráfica da expressão (4); m∈ {0 e 8}.



Fonte: os próprios autores

A Figura 2 ilustra a sensibilidade da média aritmética (MA) e da média harmônica (MH) ao desvio padrão das notas, evidenciando que a MH é mais penalizada por notas baixas do que a MA. A Tabela 3 aprofunda essa comparação, fornecendo um exemplo concreto dessa diferença na prática. Através da análise do desempenho de três alunos com diferentes perfis, a tabela demonstra como a MH pode ser mais rigorosa na avaliação de alunos com notas baixas, mesmo que esses alunos apresentem bom desempenho em outras avaliações.

Em particular, a Figura 2 demonstra que, à medida que o desvio padrão das notas aumenta, a diferença entre a MA e a MH também aumenta. Isso significa que, para alunos com notas baixas, a MH pode levar a uma avaliação mais negativa do que a MA.

A Tabela 3 ilustra essa diferença de forma concreta. O Aluno A, apesar de ter notas baixas em uma avaliação, apresenta bom desempenho nas demais avaliações. No entanto, a MH do Aluno A é menor do que a dos Alunos B e C, que possuem notas mais regulares. Isso demonstra que a MH pode ser menos favorável a alunos com notas baixas, mesmo que esses alunos apresentem bom desempenho em outras avaliações. Observa-se, por fim, que o critério da MG proporciona um equilíbrio entre a MA e MH, pois valoriza a regularidade sem ser afetada de modo extremo pela nota X1.

Tabela 3: comparação entre os alunos *A*, *B* e *C*.

Notas	X_1	X_2	X_3	X_4	*MA*	*MG*	*MH*
Aluno A	1,0	10,0	10,0	10,0	7,8	5,6	3,1
Aluno B	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
Aluno C	10,0	3,1	3,1	3,1	4,8	4,2	3,7

Fonte: os próprios autores

DOI: https://doi.org/10.70545/ran.v8i11.12541

A MH apresentada em (2) pode ser generalizada para o caso em que n avaliações possuam diferentes pesos (Pi), ou seja, P1X1, P2X2,..., PnXn.

$$MH_p = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{P_i}{X_i}} \tag{5}$$

Interpretação similar pode ser empregada para a MG. A MG apresentada em (3) pode ser generalizada para o caso em que n avaliações possuam diferentes pesos (Pi), ou seja, P1X1, P2X2,..., PnXn.

$$MG = \sqrt[\sum_{i=1}^{n} P_i]{\prod_{i=1}^{n} X_i^{P_i}} \tag{6}$$

3 Método de pesquisa e modelo para classificação

A presente pesquisa se configura como axiomática descritiva, objetivando a análise de modelos quantitativos para a compreensão e caracterização de um processo. Quanto à finalidade, classifica-se como aplicada, buscando solucionar o problema específico da classificação escolar com base em notas de avaliações. Em termos de objetivos, a investigação é descritiva, propondo-se a analisar as variáveis envolvidas e formular recomendações. A abordagem da pesquisa é quantitativa, utilizando ferramentas e técnicas estatísticas para a análise dos dados (Bertrand & Fransoo, 2022).

A pesquisa foi desenvolvida sob a hipótese de que a média geométrica (MG) é capaz de classificar alunos de forma mais eficiente, destacando aqueles que apresentam regularidade nas notas. A MG traduz o desempenho do discente em uma média mais próxima à sua regularidade histórica, pois possui a propriedade de reduzir o impacto de valores discrepantes em um conjunto de dados.

Três tipos de média foram utilizados: aritmética (MA), harmônica (MH) e geométrica (MG). As definições de MH e MG, apresentadas na seção 2, decorrem de uma propriedade matemática: se qualquer nota tender a zero, a média também tenderá a zero, independentemente das demais notas. Além disso, a MH sempre será menor ou igual à MG, que, por sua vez, será sempre menor ou igual à MA. A relação entre as médias é definida pela expressão de média geral (Sheldon, 2004):

$$M_k = [\ 1/n.(\ X_1^K + X_2^K + \ldots\ldots.\ X_n^K)\ ]^{1/K} \tag{7}$$

Onde Mk assume o valor da MA quando K=1, da MH quando K=-1 e da MG quando K→0. A diferença entre as médias aumenta à medida que as notas se tornam mais heterogêneas.

Neste contexto, propõe-se o uso da MG ponderada para compor a nota final de classificação de alunos em cursos de graduação militar, valorizando o aluno que obtém a melhor classificação

DOI: https://doi.org/10.70545/ran.v8i11.12541

geral. Sugere-se, também, o seu emprego para classificar alunos que ingressam em diferentes cursos militares.

A classificação final de um aluno ou candidato será calculada pela expressão:

$$G_F = \sqrt[\sum_{i=1}^{n} P_i]{\prod_{i=1}^{n} {G_i}^{P_i}} \tag{8}$$

Sendo G_F a MG ponderada de classificação final; Gi a MG ponderada da disciplina i de um total de n disciplinas e Pi é o peso da disciplina i.

Supõe-se que cada disciplina seja composta por, no mínimo, duas avaliações com pesos representados por Pk, ou seja, Pk é o peso da avaliação k em uma disciplina i.

$$G_i = \sqrt[\sum_{i=1}^{n} P_k]{\prod_{i=1}^{n} {X_i}^{P_k}} \tag{9}$$

Em que X_i é a nota obtida na avaliação k de uma disciplina i com n avaliações.

Considerando, como exemplo, um sistema de classificação em que há três disciplinas com peso 1 e cada uma com 4 avaliações, sendo as duas primeiras com peso 1 e as duas últimas com peso 2. Nesse caso, temos:

$$G_F = \sqrt[3]{\prod_{i=1}^{3} {G_i}^{1}} \tag{10}$$

$$G_i = \sqrt[6]{{X_1}^1 . {X_2}^1 . {X_3}^2 . {X_4}^2} \tag{11}$$

Caso uma das notas seja exatamente zero, essa limitação deve ser considerada no cálculo, pois a MG será igual a zero. A adição de uma constante a cada valor de Xi é uma medida simples, que pode ser utilizada para contornar esse problema.

4. Aplicação da técnica proposta para avaliar o desempenho

Para ilustrar a técnica proposta, consideraram-se três disciplinas (*i*=3), com 25 alunos. As notas de quatro avaliações (*k*=4) foram simuladas para cada uma das disciplinas. Todas as avaliações possuem igual peso na classificação (p_i =1).

As notas simuladas em cada disciplina seguiram a distribuição normal de probabilidade, com médias e variâncias predefinidas: Disciplina 1: $\mu_1 = 5{,}0$; $\sigma_1^2 = 0{,}5^2$; Disciplina 2: $\mu_2 = 6{,}0$; $\sigma_2^2 = 2{,}0^2$ e Disciplina 3: $\mu_3 = 7{,}0$; $\sigma_3^2 = 3{,}0^2$.

DOI: https://doi.org/10.70545/ran.v8i11.12541

As médias foram calculadas com as expressões apresentadas na seção 3. Para a média aritmética (MA), a média final foi considerada como a média das médias por disciplina. A classificação final dos alunos foi ilustrada na Tabela 5.

A Tabela 4 e a Figura 3 demonstram os resultados da simulação. Observa-se que a média geométrica final de cada aluno (G_F) sempre atende à desigualdade: $H_F \leq G_F \leq M_F$. Analisando o aluno K, em destaque na Tabela 4, verifica-se que: A MA superestima o desempenho quando há valores extremos, tanto positivos quanto negativos, em comparação com as outras médias; a MH subestima tais valores, acentuando o baixo desempenho no caso de valores menores e a MG produz resultados mais equilibrados, sendo menos suscetível a superestimar ou subestimar os resultados.

A análise da Tabela 4 e da Figura 3 revela que a MH, quando comparada com as demais médias, tende a reduzir a média final do aluno com bastante intensidade se os dados possuem pelo menos um valor muito baixo. Portanto, a MH não é recomendada para verificação de desempenho que busque privilegiar a regularidade do discente.

A Tabela 5 mostra que o aluno F seria classificado em primeiro lugar por todas as médias. No entanto, observa-se que a utilização da MG como técnica para classificação final resultou em mudanças relevantes de posições: o aluno O cairia da 10ª posição (MF = 5,3) para a 22ª posição geral (MG = 3,6); o aluno Q subiria da 6ª posição (MF = 5,6) para a 4ª posição geral (MG = 5,3) e o aluno W cairia da 8ª posição (MF = 5,5) para a 12ª posição geral (MG = 4,7).

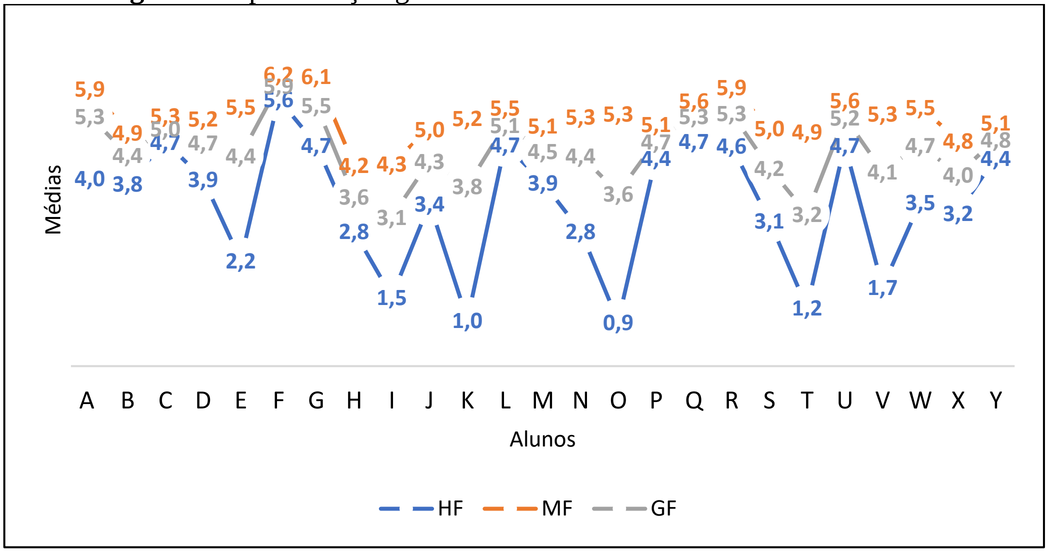
Tabela 4: notas e médias finais de uma turma com 25 alunos.

	Disciplina 1							Disciplina 2							Disciplina 3							Médias Finais		
Alunos	X11	X12	X13	X14	H_1	M_1	G_1	X21	X22	X23	X24	H_2	M_2	G_2	X31	X32	X33	X34	H_3	M_3	G_3	H_F	M_F	G_F
A	6,3	6,7	5,8	6,5	6,3	6,3	6,3	6,0	5,7	7,6	7,8	6,6	6,8	6,7	0,8	6,8	5,2	5,0	2,2	4,5	3,4	4,0	5,9	5,3
B	6,9	7,0	6,1	5,4	6,3	6,4	6,3	6,0	6,6	6,0	4,8	5,8	5,9	5,8	2,3	1,5	2,2	4,3	2,2	2,6	2,4	3,8	4,9	4,4
C	5,6	6,2	5,9	6,9	6,1	6,2	6,1	8,5	3,4	5,1	6,8	5,3	6,0	5,6	3,9	2,5	3,9	4,6	3,5	3,7	3,6	4,7	5,3	5,0
D	5,1	6,7	7,2	5,4	6,0	6,1	6,0	6,0	5,8	6,4	3,8	5,3	5,5	5,4	1,1	8,2	3,3	3,6	2,5	4,1	3,2	3,9	5,2	4,7
E	6,7	6,2	6,0	6,3	6,3	6,3	6,3	5,7	6,9	10,0	3,8	5,9	6,6	6,2	0,3	2,7	6,1	5,0	1,0	3,5	2,2	2,2	5,5	4,4
F	5,6	5,8	5,7	6,0	5,8	5,8	5,8	7,1	7,6	8,7	7,0	7,5	7,6	7,6	5,5	4,4	2,7	7,7	4,4	5,1	4,7	5,6	6,2	5,9
G	5,1	6,7	5,4	5,8	5,7	5,8	5,7	8,0	6,4	4,2	3,3	4,9	5,5	5,2	8,3	9,0	1,4	9,7	3,8	7,1	5,6	4,7	6,1	5,5
H	6,0	5,3	6,1	5,8	5,8	5,8	5,8	5,1	2,4	4,0	2,0	2,9	3,4	3,1	1,0	3,7	1,3	8,1	1,8	3,5	2,5	2,8	4,2	3,6
I	6,0	6,4	6,2	6,3	6,2	6,2	6,2	4,8	8,0	3,0	5,0	4,6	5,2	4,9	1,6	1,9	0,2	1,8	0,6	1,4	1,0	1,5	4,3	3,1
J	5,9	6,4	6,0	6,1	6,1	6,1	6,1	4,6	6,8	6,1	8,5	6,2	6,5	6,3	1,9	1,0	4,5	2,2	1,8	2,4	2,1	3,4	5,0	4,3
K	5,6	5,4	6,1	5,8	5,7	5,7	5,7	6,5	6,6	3,3	8,0	5,5	6,1	5,8	3,9	2,0	0,1	9,4	0,4	3,9	1,6	1,0	5,2	3,8
L	5,8	6,1	6,2	6,8	6,2	6,2	6,2	5,0	5,8	7,9	4,7	5,6	5,9	5,7	3,6	2,6	8,6	2,3	3,3	4,3	3,7	4,7	5,5	5,1
M	5,8	5,1	5,2	6,5	5,6	5,7	5,6	6,7	4,5	7,0	7,7	6,2	6,5	6,3	2,7	1,4	2,0	6,2	2,3	3,1	2,6	3,9	5,1	4,5
N	5,5	5,9	6,4	6,2	6,0	6,0	6,0	6,5	5,8	7,6	6,0	6,4	6,5	6,4	5,9	5,0	0,5	1,8	1,4	3,3	2,3	2,8	5,3	4,4
O	6,0	5,9	6,2	6,5	6,1	6,2	6,1	6,5	10,0	4,2	9,1	6,6	7,5	7,1	2,7	5,7	0,1	1,0	0,3	2,4	1,1	0,9	5,3	3,6
P	6,2	5,8	5,6	5,8	5,8	5,9	5,8	3,0	5,8	5,7	4,4	4,4	4,7	4,6	2,3	3,1	10,0	3,5	3,5	4,7	4,0	4,4	5,1	4,7
Q	5,9	5,4	6,8	5,5	5,9	5,9	5,9	7,0	5,6	6,6	7,5	6,6	6,7	6,6	5,8	1,6	5,8	3,7	3,2	4,2	3,8	4,7	5,6	5,3
R	6,2	6,5	6,0	5,4	6,0	6,0	6,0	10,0	4,3	6,6	6,9	6,4	7,0	6,7	2,5	5,3	1,7	9,1	3,1	4,7	3,8	4,6	5,9	5,3
S	5,7	5,8	5,9	6,2	5,9	5,9	5,9	7,0	5,3	9,4	4,7	6,1	6,6	6,4	0,8	1,5	2,0	5,9	1,5	2,6	1,9	3,1	5,0	4,2
T	6,1	5,5	5,2	6,2	5,7	5,8	5,7	7,7	3,9	6,7	8,1	6,1	6,6	6,4	0,2	0,5	0,8	8,4	0,5	2,5	0,9	1,2	4,9	3,2
U	6,3	5,8	6,1	6,3	6,1	6,1	6,1	7,9	5,8	4,7	5,0	5,6	5,9	5,7	5,7	8,1	1,5	4,1	3,3	4,9	4,1	4,7	5,6	5,2
V	6,3	6,0	6,6	6,1	6,2	6,3	6,2	9,3	8,5	2,6	4,3	4,7	6,2	5,5	0,2	3,3	6,9	3,7	0,7	3,5	2,0	1,7	5,3	4,1
W	6,1	5,6	6,8	5,7	6,0	6,1	6,0	7,0	5,7	9,3	6,6	6,9	7,2	7,0	1,4	6,4	0,9	4,0	1,8	3,2	2,4	3,5	5,5	4,7
X	5,8	5,3	6,4	5,1	5,6	5,7	5,6	8,0	4,2	6,0	8,3	6,2	6,6	6,4	1,3	3,6	1,4	1,7	1,7	2,0	1,8	3,2	4,8	4,0
Y	6,3	5,9	5,9	6,4	6,1	6,1	6,1	4,6	8,9	5,4	5,9	5,8	6,2	6,0	2,2	4,5	3,0	2,6	2,9	3,1	3,0	4,4	5,1	4,8

Fonte: os próprios autores

DOI: https://doi.org/10.70545/ran.v8i11.12541

Figura 3: representação gráfica das médias finais de uma turma com 25 alunos.



Fonte: os próprios autores

Tabela 5: classificação dos 25 alunos com base nas médias finais.

Classificação	Aluno	Média Harmônica (H_F)	Aluno	Média Aritmética (M_F)	Aluno	Média Geométrica (G_F)
1º	**F**	5,6	**F**	6,2	**F**	5,9
2º	**Q**	4,7	**G**	6,1	**G**	5,5
3º	**C**	4,7	**R**	5,9	**R**	5,3
4º	**L**	4,7	**A**	5,9	**Q**	5,3
5º	**G**	4,7	**U**	5,6	**A**	5,3
6º	**U**	4,7	**Q**	5,6	**U**	5,2
7º	**R**	4,6	**E**	5,5	**L**	5,1
8º	**Y**	4,4	**W**	5,5	**C**	5,0
9º	**P**	4,4	**L**	5,5	**Y**	4,8
10º	**A**	4,0	**O**	5,3	**P**	4,7
11º	**D**	3,9	**V**	5,3	**D**	4,7
12º	**M**	3,9	**C**	5,3	**W**	4,7
13º	**B**	3,8	**N**	5,3	**M**	4,5
14º	**W**	3,5	**K**	5,2	**B**	4,4
15º	**J**	3,4	**D**	5,2	**N**	4,4
16º	**X**	3,2	**Y**	5,1	**E**	4,4
17º	**S**	3,1	**P**	5,1	**J**	4,3
18º	**H**	2,8	**M**	5,1	**S**	4,2
19º	**N**	2,8	**S**	5,0	**V**	4,1
20º	**E**	2,2	**J**	5,0	**X**	4,0
21º	**V**	1,7	**T**	4,9	**K**	3,8
22º	**I**	1,5	**B**	4,9	**O**	3,6
23º	**T**	1,2	**X**	4,8	**H**	3,6
24º	**K**	1,0	**I**	4,3	**T**	3,2
25º	**O**	0,9	**H**	4,2	**I**	3,1

Fonte: os próprios autores

5 Considerações Finais

O presente estudo propôs a utilização da média geométrica (MG) como alternativa à tradicional média aritmética (MA) para a classificação de discentes em cursos de graduação. A MA,

DOI: https://doi.org/10.70545/ran.v8i11.12541

embora amplamente utilizada, apresenta algumas limitações, como a sensibilidade a valores discrepantes e a não valorização da regularidade do desempenho ao longo do curso.

A MG, por outro lado, possui características que a tornam mais adequada para avaliar o desempenho de alunos, especialmente quando se busca: evitar a superestimação ou subestimação do desempenho devido a notas extremas; priorizar a regularidade do desempenho ao longo do curso e destacar os alunos que apresentam notas elevadas e regulares.

A pesquisa corroborou a hipótese inicial de que a MG é superior à MA e à média harmônica (MH) para a avaliação do desempenho discente. Os resultados demonstraram que: quando as notas são iguais, MA, MG e MH coincidem; a MH sempre será menor ou igual à MG, que por sua vez, será menor ou igual à MA; a MA tende a superestimar o desempenho quando há valores discrepantes, enquanto a MH os subestima, acentuando o baixo desempenho em casos de notas muito baixas, e a MG produz resultados mais equilibrados e confiáveis, especialmente em situações com notas discrepantes ou distribuições de dados assimétricas.

Diante do exposto, sugere-se o emprego da MG como modelo alternativo ao modelo tradicional de classificação, especialmente quando se deseja premiar a regularidade e o máximo rendimento dos discentes.

Recomenda-se, ainda, que pesquisas futuras ampliem a análise para um conjunto de dados real com alunos de diferentes cursos e instituições. Isso aumentaria a representatividade e robustez dos resultados, permitindo uma avaliação mais precisa do impacto da Média Geométrica (MG) na classificação final dos alunos e na progressão curricular.

Também é importante investigar a coerência e consistência da avaliação com a MG, verificando se ela contribui para o melhor aproveitamento do curso. Para isso, sugere-se a coleta de dados qualitativos e quantitativos para compreender as diferentes perspectivas de alunos e professores sobre a MG. A partir dessa análise, seria possível identificar as vantagens e desvantagens da MG em comparação com outras medidas de avaliação e buscar aperfeiçoar o modelo de avaliação.

Espera-se que este estudo tenha apresentado uma contribuição relevante para a área da educação. A utilização da MG como modelo de classificação pode ser uma medida inovadora que contribui para a seleção de alunos mais aptos e para a formação de profissionais mais completos.

Referências

BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations & Production Management**, v. 22, n. 2, p. 241–264, 2002. Disponível em: https://doi.org/10.1108/01443570210414338. Acesso em: 24 set. 2022.

BRASIL. Portaria nº 734, de 19 de agosto de 2010. **Conceitua Ciências Militares, estabelece sua finalidade e delimita o escopo de seu estudo**. LEx: Boletim do Exército nº 34/2010. Brasília, 2010. Disponível em: http://www.sgex.eb.mil.br/sg8/006_outras_publicacoes/07_publicacoes_diversas/01_comando_do_exercito/port_n_734_cmdo_eb_19ago2010.html. Acesso em 24 set. 2022a.

BRASIL. Ministério da Defesa. Exército Brasileiro. Diretoria de Educação e Cultura do Exército (DECEx). Diretoria de Educação Superior Militar (DESMil). **Normas internas para avaliação dos cursos de formação e graduação de oficiais de carreira da linha de ensino militar bélico**. Rio de Janeiro, 17 fev. 2022b.

BRASIL. Normas de Avaliação Escolar da Educação Básica no Sistema Colégio Militar do Brasil (EB60-N-08.001), 1ª Edição, 2022. Disponível em: https://www.cmm.eb.mil.br/images/CMM_2022/DE/LEGISLACAO/NAESCMB_2022.pdf Acesso em: 26 set 2022c.

BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A. **Estatística Básica**. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2002. 526 p.

HARIKI, S. Média harmônica. **Revista do Professor de Matemática**, v. 32, pp. 17-24, 1996.

HOFFMANN, R. **Estatística para Economistas**. 4. ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006. 432 p.

MATEJAS, J; BAHOVEC, V. Another Approach to Generalizing the Mean. **Teaching Statistics**. V.30, Number 2, Summer 2008. Disponível em: https://doi.org/10.1111/j.1467-9639.2008.00310.x. Acesso em: 24 set. 2022.

MELLO, M. H.; QUINTELLA, H.L.; MELLO, J.C. Avaliação do desempenho de alunos considerando classificações obtidas e opiniões dos docentes. **Investigação Operacional**, v. 24, pp. 187-196, 2004. Disponível em: https://oasisbr.ibict.br/vufind/Record/RCAP_1cbbb3cac49f4d89d3209514aceab118. Acesso em: 24 set. 2022.

SHELDON, N. The Generalized Mean. **Teaching Statistics**. V.6, Number 1, Spring 2004. Disponível em: https://doi.org/10.1111/j.1467-9639.2004.0141a.x. Acesso em: 24 set. 2022.

SILVEIRA, F. L. Comparação entre três argumentos de concorrência para o concurso vestibular da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. **Estudos em Avaliação Educacional**, v. 16, pp. 43-57,1997. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol4/n2/v4_n2_a3.htm. Acesso em: 24 set. 2022.

TOLEDO, G. L.; OVALLE, I. I. **Estatística básica**. Atlas, 1982.

TRICHES, D.; FURLANETO A. V. R. Análise comparativa dos indicadores que medem a inflação na economia brasileira. **Pesquisa & Debate**, v. 16, n.1(27), pp. 179-200, 2005. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/rpe/article/view/11889. Acesso em 24 set. 2022.

VOGEL, R. M. The geometric mean? **Communications in Statistics - Theory and Methods**, v. 51, n. 1, p. 82–94, 2 jan. 2022. Disponível em: https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/03610926.2020.1743313. Acesso em 26 set. 2022.

DOI: https://doi.org/10.70545/ran.v8i11.12541