FUNDAÇÃO OSORIO
Revista Científica

A MATEMÁTICA APLICADA AO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MÚSICA

MATHEMATICS APPLIED TO THE MUSIC TEACHING AND LEARNING PROCESS

Tarcísio Caetano de Carvalho Júnior[1]

[1]Graduado em Educação Musical pela Faculdade de Ciências do Instituto Tecnológico de Osasco, Osasco, São Paulo. Pós-Graduado Nível Especialização em Metodologia do Ensino de arte pela Faculdade de Educação São Luís, Jaboticabal, São Paulo. E-mail: caetano.pm@gmail.com

Resumo

Este trabalho objetiva investigar as relações entre música e matemática para serem usadas com fins didáticos e auxiliar no ensino/aprendizagem dessas duas áreas do saber através de uma abordagem interdisciplinar com ênfase na educação musical e utilizando a matemática como suporte para compreensão de estruturas musicais. O propósito dessa pesquisa foi verificar como as relações matemáticas podem auxiliar a compreensão das estruturas musicais e como essa abordagem pode auxiliar educadores musicais no ensino desses conteúdos em sala de aula. Além disso, as propostas apresentadas nesse trabalho podem ser utilizadas por educadores musicais como inspiração para improvisações em sala de aula, a partir da busca de novas sonoridades e também como entendimento elementar para análises de composições pós-tonais.

Palavras-chaves: Matemática. Música. Interdisciplinaridade. Estrutura Musical. Análise Musical.

Abstract

The mathematics applied in the process of teaching and learning music. This research aims to investigate about the relationships between music and mathematics to be used with didactic purposes and to assist in the teaching / learning process of these two areas of learning through an interdisciplinary approach with an emphasis on music education, using mathematics to support the understanding of musical structures. The purpose of the study was to verify how the mathematical relationships can help understanding musical structures and how this approach can help music educators in teaching these contents in the classroom. In addition, the proposals presented in this study can be used by music educators as an inspiration for improvising in the classroom, with the search of new sonorities, as well as the fundamentals to analyze post-tonal compositions.

Keywords: Mathematics. Music. Interdisciplinarity. Musical Structure. Musical Analysis.

INTRODUÇÃO

Este trabalho objetiva investigar as relações entre música e matemática para serem usadas com fins didáticos e auxiliar no ensino/aprendizagem dessas duas áreas do saber através de uma abordagem interdisciplinar com ênfase na educação musical e utilizando a matemática como suporte para compreensão de estruturas musicais.

MATERIAIS E MÉTODOS

Fundamentação

A utilização da interdisciplinaridade como forma de desenvolver um trabalho de integração dos conteúdos de uma disciplina com outras áreas de conhecimento é uma das propostas apresentadas sob forte influência das legislações e planejamentos curriculares atuais. Os PCN's (Parâmetros Curriculares Nacionais), editados em 2000, propõem a utilização da interdisciplinaridade na proposta curricular brasileira e enfatizam ainda que a interdisciplinaridade deva ser encarada com o intuito de resolver problemas ou compreender um determinado fenômeno.

Pesquisa histórica

O primeiro registro, de fato, que considera essa associação entre música e matemática ocorreu na Grécia Antiga, por volta do século VI a. C.. Na ocasião, um matemático grego conhecido por Pitágoras descobriu que alterando o tamanho de uma corda tensionada em razões de 1/2 consegue-se achar notas equivalentes que se encontram em classes de alturas mais agudas. A partir desses experimentos realizados por Pitágoras, o desenvolvimento de um sistema musical ocorre fundamentado em relações simples de números inteiros.

$^{1}/_{2}$ relação de oitavas.
$^{3}/_{4}$ relação de quartas.
$^{2}/_{3}$ relação de quintas.

Em seu experimento, Pitágoras observou que pressionando um ponto situado a 1/2 do comprimento da corda e tocando-a, ouviam-se uma nota equivalente, mas que se encontrava em classe de altura mais aguda, ou seja, a oitava do som original. Analogamente, exercida a pressão 3/4 do tamanho da corda em relação a sua extremidade, ouvia-se uma quarta acima do tom emitido pela corda inteira e a 2/3 do comprimento original da corda, ouvia-se uma quinta acima. Assim, os intervalos obtidos a partir dessas proporções passaram a denominar-se consonâncias pitagóricas.

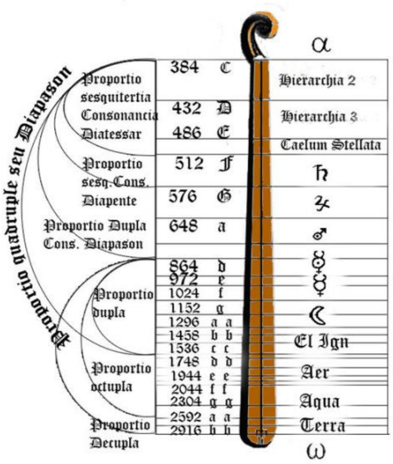

Figura 1 - Monocórdio, relações e proporções[1]

A partir desses experimentos realizados por Pitágoras, o desenvolvimento de um sistema musical ocorre fundamentado em relações simples de números inteiros.

> Partindo com pressuposto de que a oitava mostrava-se como intervalo fundamental[2], os pitagóricos a tomam como universo da escala. A partir dessa hipótese, o problema do estabelecimento de uma escala reduzia-se a dividir a oitava em sons que determinassem o alfabeto através do qual a linguagem musical pudesse se expressar, tornando-se, portanto, natural a partir de uma nota. (ABDOUNUR, 2002, p. 8)

Conforme exemplificado, verificamos que as oitavas apresentam certa semelhança definindo uma espécie de classe de equivalência[3] musical. Quer dizer, que para efeito de análise todos os sons oitavados reduzem-se a apenas uma classe de nota.

[1] Disponível em < http://es.wikipedia.org/wiki/Monocordio>. Acesso em: 26 de agosto de 2020

[2] Esta suposição justifica-se sonoramente pelo fato de que quando uma mulher ou uma criança acompanha um homem cantando, o faz por diferença de oitava, o que nos leva a considerar como equivalentes notas que difiram por um número de oitavas.

[3] O termo classe de equivalência refere-se a um conceito matemático definido a partir de uma relação de equivalência, ou seja, duas notas são equivalentes, se o intervalo definido por elas for um número inteiro de oitavas, considerando a relação de dobro ou metade.

Analogamente, o princípio da equivalência musical também pode ser visualizado nas relações de frequência[4] do som. Conforme podemos verificar a seguir.

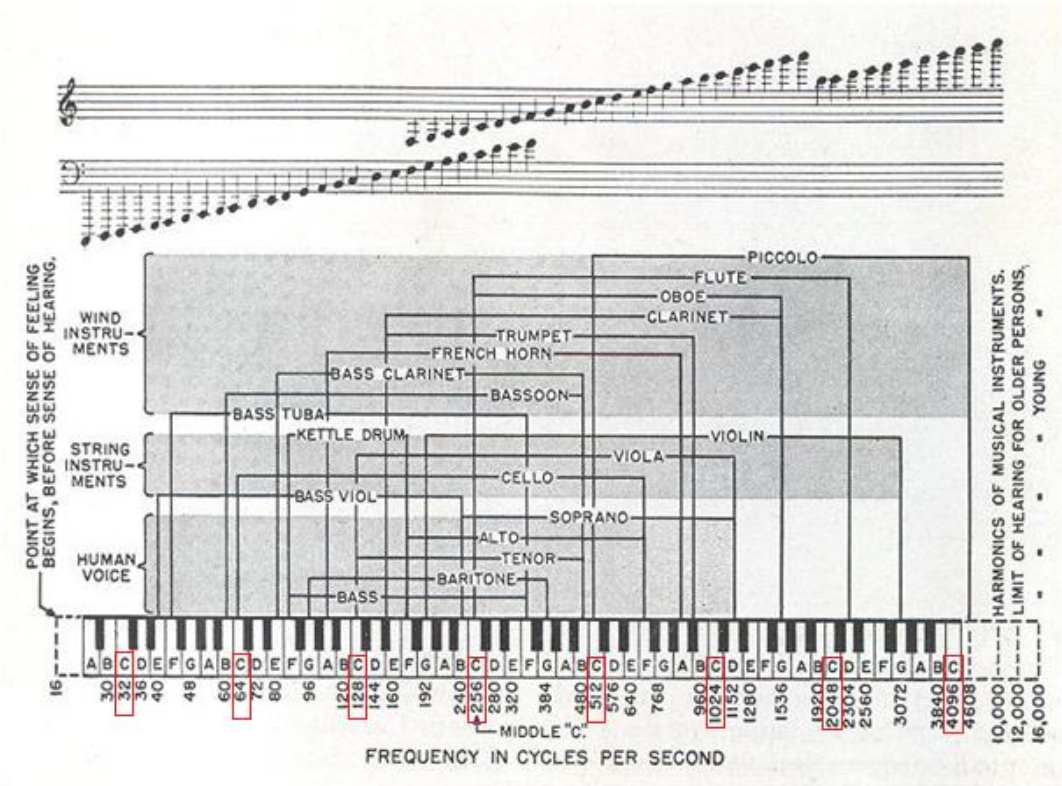

Figura 2 - Frequência das notas musicais em ciclos por segundo (Hz)[5]

Observando a Figura 2 podemos comprovar a equivalência musical existente entre as notas situadas em diferentes oitavas. Logo, a relação de dobro ou metade[6] existente entre as frequências de notas equivalentes comprovam o experimento inicial de Pitágoras que sugere dividir uma corda vibrante em duas seções iguais.

[4] A freqüência é uma grandeza física ondulatória que indica o número de ocorrências de um evento (ciclos, voltas, oscilações, etc) em um determinado intervalo de tempo. A unidade tradicional de medida utilizada é o hertz (Hz).

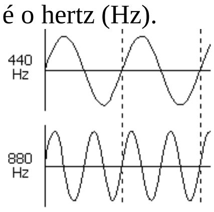

Imagem mostrando a relação existente entre os comprimentos de onda de 440 hertz e 880hertz

[5] Disponível em < http://www.if.ufrgs.br/tex/fis01043/20042/leonardo/6.html>. Acesso em: 26 de agosto de 2020

[6] Dependendo de qual grave ou aguda está a nota considerada.

Desta forma, dividir uma corda vibrante ao meio é o mesmo que dobrar sua frequência. Observe o primeiro C[7] representado no teclado da figura 2. Note que o próximo C representado possui do dobro da frequência do C anterior e assim sucessivamente.

A partir das relações pitagóricas podemos dar início à compreensão do processo de formação de todas as escalas musicais e as relações simétricas que existem na distribuição dos sons, considerando as relações espaciais e de proporção matemática.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Deste modo, a partir da descoberta de Pitágoras e utilizando o monocórdio podemos então entender a formação da escala de sete notas. Portanto, começando, por exemplo, em um fá, após uma quinta, obtém-se um dó, que por sua vez acrescido de uma quinta torna-se um sol, depois ré (oitava acima), seguindo de lá, mi (oitava acima) e si. Formou-se então a sequência fá-dó-sol-ré-lá-mi-si[8], que remanejada à oitava inicial, apresenta-se como dó-ré-mi-fá-sol-lá-si. Tal sequência construída por quintas puras – relação de comprimentos 2/3 – denomina-se gama pitagórica.

> [...] a gama diatônica tornou-se progressivamente a escala referência na música ocidental. Porém [...] os pitagóricos construíram as relações de frequências apoiados em ordens místicas que os levaram a exprimi-las sob a forma de proporções de números inteiros com potencias de 2 e 3, considerados geradores universais. (ABDOUNUR, 2002, p. 10)

Partindo da nota dó e construindo a escala pelo percurso de quintas puras (quintas da escala pitagórica, isto é, relação de 2/3), o ciclo fecha-se após 12 quintas ou 7 oitavas (ou seja, a próxima nota dó encontrada estaria a 7 oitavas acima da primeira). Formando a sequência dó, sol, ré, lá, mi, si, fa#, dó#, sol#, ré#, lá#, mi#(fá), si#(dó). [9] Reajustando esses sons dentro da mesma oitava chegaremos à seguinte sequência: dó, dó#, ré, ré#, mi, fá, fá#, sol, sol#, lá, lá#, si, dó.

---

[7] Nesse trabalho também utilizaremos letras para representar as notas musicais conforme convenção americana. Observe:

Dó	Ré	Mi	Fá	Sol	Lá	Si
C	D	E	F	G	A	B

[8] Cabe ressaltar que a nomenclatura aqui utilizada para as notas musicais sirva apenas de referência para melhor compreensão, uma vez que estas possuíram diferentes nomes na época.

[9] Estas notas correspondem à aproximação dos sons de fato alcançados, indicando a gama temperada e justificando o uso de notas enarmônicas como, por exemplo, o mi# (fá) e si# (dó).

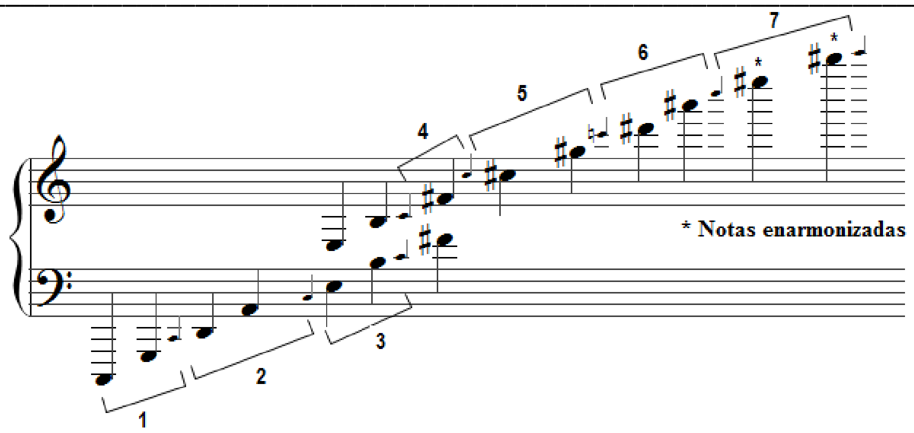

Figura 3 - Sequência no ciclo de quintas puras

No entanto, um problema pode-se perceber ao associarmos as proporções de quintas puras (relação de 2/3) com as proporções de oitavas (relação de 1/2) ao longo dessa sequência. Assim, se contarmos 12 quintas puras, teremos o valor de $(\frac{2}{3})^{12}$. Pelo outro percurso de intervalos, passarão 7 oitavas naturais e teremos o número de $(\frac{1}{2})^{7}$. Esses dois valores encontrados deveriam ser iguais, pois se tratam da mesma nota, mas há uma diferença[10], chamada de coma pitagórica, que conseguimos dividindo esses dois valores encontrados anteriormente:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{7} \div \left(\frac{2}{3}\right)^{12} = 1{,}0136432\ldots$$

Figura 4 - Cálculo da coma pitagórica

Desse modo, nota-se que o percurso das quintas gera notas bastante próximas daquelas adquiridas no primeiro ciclo (percurso das oitavas), o que estabelece uma configuração que se desenvolve em forma de uma espiral infinita. Esse experimento de Pitágoras contribuiu para a emergência do temperamento igual[11], na medida em que demonstra a construção de uma escala que não se fecha devido à diferença da coma pitagórica.

[10] Essa diferença significa que um número inteiro de quintas puras nunca poderá equivaler exatamente a um número inteiro de oitavas naturais.

[11] Corresponde à divisão do intervalo de oitava em doze semitons iguais, resultando uma igualdade na divisão estabelecida por uma aproximação intervalar.

FUNDAÇÃO OSORIO
Revista Científica

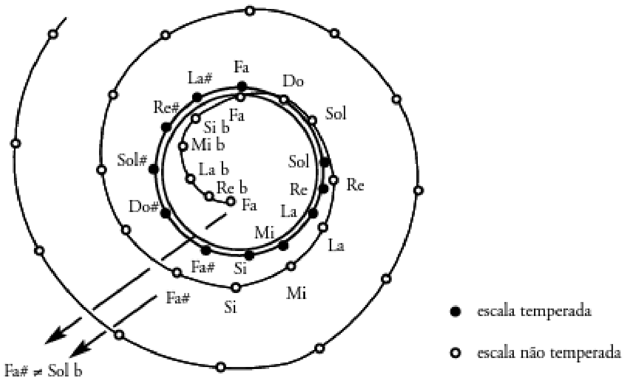

Figura 5 - A compreensão do temperamento

Dessa forma, o temperamento procura ajustar todos os intervalos conforme o necessário para produzir a igualdade de distâncias entre todos os pares de notas colocados em posição semelhante, possibilitando dividir o intervalo de uma oitava em doze semitons iguais.

Trabalhando a partir dessa tradição, mas aplicando métodos semelhantes aos mais tradicionais recursos e estruturas musicais, os princípios básicos da matemática de Pitágoras foram refinados e expandidos consideravelmente por autores posteriores. Assim, vários estudiosos começaram, recentemente, a explorar a música diatônica através de conceitos e procedimentos orientados matematicamente sob uma nova perspectiva, conforme apresentaremos no livro de JOHNSON, Timothy A.. **Foundations of diatonic theory: a mathematically based approach to music fundamentals.** Lanham, Maryland: The Scarecrow Press, Inc, 2008.

CONCLUSÕES

Ao longo deste trabalho procuramos discutir as relações entre matemática e música a partir de uma perspectiva interdisciplinar caracterizada pela troca de informações entre essas duas disciplinas.

O pensar interdisciplinar implica em uma transformação profunda de professores, caracterizada por uma mudança de atitude do educador, sensibilizando e desenvolvendo o sentido da criação e da imaginação ligando várias áreas do saber. Percebemos que o campo da Educação Musical hoje está muito mais desenvolvido e estruturado do que em períodos anteriores, mas as mudanças precisam acontecer o mais rápido possível, desde o fomento e o acesso às práticas culturais, quanto às mudanças no cenário educacional atual.

Desta forma, chegando ao final deste trabalho, temos a sensação de ter abordado os assuntos propostos inicialmente para esta pesquisa. Sem dúvida, tais abordagens não esgotam o tema, mas servem para gerar novas propostas pedagógicas que necessitam adaptar-se aos conteúdos trabalhados em sala, trazendo consigo valores, dificuldades e os problemas a serem superados, respeitando as diferenças de ideias, de opiniões e com a participação efetiva de todos os envolvidos: alunos e professores. A busca do conhecimento não tem fim. Sempre existirá um novo ponto de partida e infinitas possibilidades a serem exploradas.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, que sempre me mostraram o valor do conhecimento e do trabalho e que foram os responsáveis por formarem o alicerce do que eu sou hoje.

À Banda de Música do 5° Batalhão de Infantaria Leve do Comando Militar do Sudeste, aos meus amigos músicos e todos que contribuíram e estiveram de algum modo presentes durante este percurso, muito obrigado!

REFERÊNCIAS

SOUZA, Luciana Gastaldi Sardinha. **Uma Abordagem didático pedagógica da racionalidade matemática na criação musical.** São Paulo: USP, 2012.

CAMPOS, Gean Pierre da Silva. **Matemática e Música - práticas pedagógicas em oficinas interdisciplinares. Dissertação de Mestrado.** Vitória: UFES, 2009.

JOHNSON, Timothy A.. **Foundations of diatonic theory: a mathematically based approach to music fundamentals.** Lanham, Maryland: The Scarecrow Press, Inc, 2008.

ABDOUNUR, Oscar João. **Matemática e música: o pensamento analógico na construção de significados.** 2ª ed. São Paulo: Escrituras, 2002.

GRANJA, Carlos Eduardo de Souza Campos. **Musicalizando a escola: música, conhecimento e educação.** São Paulo: Escrituras, 2006.

DAVIS,P.& HERSH, R. **A Experiência Matemática**, Lisboa: Gradiva, 1995.

MEDEIROS, Ranlig Carvalho de, **Multi, Inter ou Transdisciplinar: opções possíveis ou prováveis descaminhos.** Slideshare, 2009. Disponível em: http://pt.slideshare.net/Ranlig/multi-inter-ou-transdisciplinaridade. Acesso em 26 de agosto de 2020.