

Estimação de azimute a partir de múltiplas conformações de feixe fixas em sistema radar com arranjo de antenas

Vitor Augusto Ferreira Santa Rita¹, Alberto Gaspar Guimarães², Ernesto Leite Pinto³

¹Instituto Militar de Engenharia (IME), Rio de Janeiro (RJ), Brasil, vitoraugusto.rita@ime.cb.br

²Universidade Federal Fluminense (UFF), Niterói (RJ), Brasil, agaspar@id.uff.br

³Instituto Militar de Engenharia (IME), Rio de Janeiro (RJ), Brasil, ernesto@ime.cb.br

Resumo: Investiga-se neste trabalho o emprego de uma abordagem de máxima verossimilhança (ML, de “maximum likelihood”) combinada com um número reduzido de conformações de feixe fixas para realizar a estimação do azimute de um alvo num sistema radar de vigilância munido de arranjo de sensores. São apresentados resultados de simulação para avaliação de desempenho do estimador com base em apenas duas conformações. É possível verificar que há grande vantagem do estimador ML em comparação com um estimador monopulso amplamente utilizado que se vale da mesma quantidade de conformações. Resultados adicionais mostram que ganhos maiores de desempenho podem ser obtidos com a abordagem ML aqui investigada utilizando apenas uma conformação de feixe a mais.

Palavras-chave: Radar. Estimação de Azimute. Arranjo de Antenas. Conformação de Feixe. Máxima Verossimilhança.

Abstract: This work investigates the combination of the Maximum Likelihood (ML) approach with a reduced number of fixed beam steerings in order to estimate target azimuth in a surveillance radar-based system equipped with sensor array. Simulation-based performance results of the estimator using only two fixed beams are presented. It is verified that there is a great advantage of the ML solution compared to an usual monopulse estimator, which employs the same number of beams. Additional results show that greater performance gains can be obtained with the investigated ML approach using only one additional beam.

Keywords: Radar. Azimuth Estimation. Antenna Array. Beamforming. Maximum Likelihood.

1. Introdução

O emprego de arranjo de antenas e processamento digital de sinais em sistemas radar é um importante recurso de uso corrente, permitindo, entre outras operações, a filtragem espacial de sinais [1-2]. Uma questão importante neste contexto é a estimação de azimute do alvo em relação ao referencial radar, havendo várias propostas na literatura com este objetivo [3-4].

O presente artigo tem como foco a estimação de azimute em radares de busca e vigilância [5] que utilizam um arranjo linear de antenas.

Os radares de busca e vigilância de maneira geral se caracterizam por seguir uma rotina de processamento num amplo volume do espaço em que:

- a cada intervalo de tempo a direção de referência de apontamento da antena é deslocada para o

centro de um setor, visando detectar a presença de um alvo e, em caso de detecção, estimar a sua posição;

- em seguida, a direção de referência de apontamento da antena é deslocada para o centro de um setor vizinho, buscando cobrir progressivamente toda a região de interesse.

Esta rotina básica é seguida tanto por radares primários quanto secundários. A diferença, para o problema aqui tratado, é a origem do sinal recebido [5]. No primeiro caso, o sinal resulta de um eco produzido pela presença de um alvo na direção de referência de apontamento, em resposta a uma transmissão prévia feita pelo radar primário. Já no segundo caso, o sinal é recebido de uma transmissão feita por um transmissor cooperativo (*transponder*).

Em ambas as aplicações, é de grande interesse que o estimador de azimute tenha precisão elevada

num intervalo angular o mais largo possível em torno da direção de referência de apontamento do radar [6-7]. Isto possibilita a redução do tempo total de cobertura da região de interesse, aumentando assim a taxa de atualização de informação de posição do alvo [8]. A habilidade de estimar satisfatoriamente azimutes em torno da direção de referência de apontamento será aqui denominada *abrangência* do estimador de azimute.

Outro requisito desejável para um estimador de azimute em radares de busca e vigilância é a reduzida complexidade computacional, devido à necessidade de repetição de sua operação a intervalos curtos de tempo.

Um exemplo bem conhecido de um estimador de azimute de baixa complexidade computacional é o das técnicas monopulso [5], originalmente implementadas usando duas antenas de recepção com respostas angulares distintas. Nessas técnicas, a estimativa de azimute é obtida com base numa aproximação linear da razão entre a diferença e a soma dos sinais provenientes das antenas acima mencionadas, denominada *razão monopulso*.

Em se tratando de um estimador de azimute baseado em arranjo linear de antenas, uma alternativa para reduzir sua complexidade é utilizar um número limitado de conformações de feixe fixas, obtidas por combinações lineares adequadas dos sinais recebidos no arranjo. Na literatura de processamento de sinais em radar podem ser encontrados outros usos de conformações de feixe fixas, tais como em [9-12].

Duas conformações de feixe fixas são suficientes para a implementação de um estimador do tipo monopulso com arranjo linear de antenas, produzindo soluções de complexidade muito baixa. As técnicas monopulso, contudo, se caracterizam por produzir estimação satisfatória apenas se o alvo estiver numa região pequena, próximo à direção de referência de apontamento da antena [5,7,13]. Ou seja, são técnicas de pequena abrangência.

Cabe notar que a possibilidade de detecção de um alvo localizado fora dessa região é baixa, mas não pode ser desconsiderada. Em casos assim, a aplica-

ção de uma técnica monopulso gera erros elevados de estimação [14]. Esses erros podem ser corrigidos em outras etapas de processamento de um receptor radar, mas a busca de alternativas para evitá-los ou reduzi-los ainda é de interesse [13].

Este artigo se propõe a desenvolver e avaliar um estimador de maior abrangência através da técnica de máxima verossimilhança (ML, de *maximum likelihood* [15]) utilizando um número reduzido de conformações de feixe fixas.

Apresenta-se inicialmente a dedução de um estimador ML baseado em múltiplas conformações de feixe que lida com dois outros parâmetros desconhecidos, além do azimute. Em seguida, o trabalho se concentra na estimação de azimute, em condições iguais ou próximas das usualmente admitidas para emprego de técnicas monopulso.

A implementação dos estimadores ML considerados neste trabalho requer uma técnica de otimização numérica para encontrar o valor do argumento que maximiza a função objetivo. Optou-se pelo uso de um algoritmo PSO (*particle swarm optimization*) [16-18] para este fim.

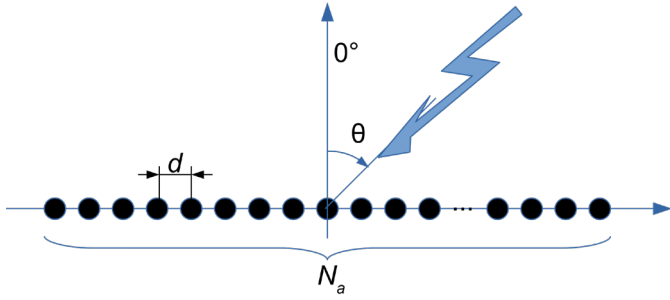
Mostra-se, através de resultados de simulação, que a abordagem ML em um conjunto pequeno de conformações de feixe fixas permite a obtenção de aumentos significativos na abrangência de estimação em relação a uma técnica monopulso típica.

O artigo está organizado em seis seções. Na seção II é apresentado o modelo do sistema adotado. Na seção III é apresentada a estratégia de estimação investigada, na seção IV se apresenta o equacionamento da técnica monopulso usada como referência, e na seção V são apresentados os resultados de avaliação de desempenho. Por fim, a seção VI contém as principais conclusões do trabalho.

2. Modelo de sistema

Considera-se neste trabalho o emprego de um arranjo composto de N_a elementos de antena, omnidirecionais, espaçados entre si de uma distância fixa d ao longo de uma estrutura linear. Uma ilustração deste tipo de arranjo é mostrada na Figura 1.

Fig. 1 - Modelo do arranjo de antena.



Admite-se a reflexão passiva pelo alvo do sinal enviado por um radar primário ou a transmissão por um transmissor cooperativo com recepção do sinal por um radar secundário. Para ambas as situações, considera-se que a frente de onda proveniente do alvo incide sobre o radar fazendo um ângulo θ com a direção normal ao arranjo linear, conforme mostra a Fig. 1.

Considerando um cenário com radar primário, a envoltória complexa do sinal transmitido é dada por

$$\tilde{s}_t(t) = \alpha_t(\theta) \rho(t), \quad t \in [0, N_p T], \quad (1)$$

em que

$$\rho(t) = \sum_{m=0}^{N_p-1} p(t - mT), \quad (2)$$

sendo N_p o número de pulsos em sequência, T o intervalo de tempo entre pulsos, $p(t)$ o formato de pulso básico transmitido e $\alpha_t(\theta)$ uma amplitude complexa cujo módulo é relacionado à potência de transmissão na direção θ .

O equivalente em banda básica do sinal recebido pelo k -ésimo sensor do arranjo pode ser expresso como [11]

$$x_k(t) = \alpha_r(\theta) \rho\left(t - \tau - \frac{kd}{c} \sin\theta\right) e^{-j2\pi\left(f_c \tau + k \frac{d}{\lambda} \sin\theta\right)} + z_k(t), \quad (3)$$

com $k \in \{0, \dots, N_a - 1\}$. Os termos f_c e λ denotam, respectivamente, a frequência e o comprimento de onda da portadora, c é a velocidade da luz e τ é o atraso em relação ao instante de transmissão.

A amplitude de $\alpha_t(\theta)$ depende da potência vinda do alvo (por transmissão própria ou reflexão, em

função do tipo de radar) e do ganho do diagrama de recepção em θ . É admitido que $\alpha_t(\theta)$ é desconhecido, porém de natureza não aleatória.

Por sua vez, o termo $z_k(t)$ representa o ruído térmico gerado pelo k -ésimo sensor, sendo modelado como um processo complexo gaussiano, de média nula e densidade espectral de potência constante numa faixa de frequências muito maior do que a ocupada pelo sinal de interesse. A Equação (3) ignora um eventual deslocamento Doppler da frequência do sinal, porém essa suposição é razoável para muitas aplicações [19].

Supõe-se¹ que $N_a d / c \ll \tau$, e redefine-se a amplitude complexa com incorporação de fatores de defasagem que independem da posição do sensor. Assim, a expressão (3) é reescrita como

$$x_k(t) \approx \alpha \rho(t - \tau) e^{-j2\pi\left(k - \frac{N_a - 1}{2}\right) \frac{d}{\lambda} \sin\theta} + z_k(t), \quad (4)$$

sendo $\alpha = \alpha_r(\theta) e^{-j\pi\left(2f_c \tau + (N_a - 1) \frac{d}{\lambda} \sin\theta\right)}$.

É importante observar que o fator α depende de θ e τ . Entretanto, no problema aqui definido, esta dependência será desconsiderada, tal como em [19,20].

Reescrevendo (4) em notação vetorial, tem-se

$$\mathbf{x}(t) = \alpha \rho(t - \tau) \mathbf{a}(\psi) + \mathbf{z}(t), \quad (5)$$

em que $\mathbf{x}(t) = [x_k(t)]_{k=0}^{N_a-1}$ e $\mathbf{z}(t) = [z_k(t)]_{k=0}^{N_a-1}$ são vetores-coluna de dimensão $N_a \times 1$ e $\mathbf{a}(\psi)$ é o *vetor-diretor* dado por

$$\mathbf{a}(\psi) = \begin{bmatrix} e^{j\left(\frac{N_a-1}{2}\right)\psi} & \dots & e^{-j\left(\frac{N_a-1}{2}\right)\psi} \end{bmatrix}^T, \quad (6)$$

sendo

$$\psi = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin\theta \quad (7)$$

¹ Suposição válida porque a distância do radar ao alvo é usualmente muito maior que $N_a d$.

com $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$.

Aos sinais gerados na saída dos sensores é aplicado um conjunto de N_c conformações fixas de feixes, conforme mostra a Figura 2, que ilustra a sequência das principais operações realizadas no receptor.

Os sinais gerados pelas conformações são dados por

$$y(t) = W^H x(t) \quad y(t) = W^H x(t) \quad (8)$$

$$= \alpha \rho(t - \tau) g(\psi) + v(t), \quad (9)$$

em que

$$g(\psi) = W^H a(\psi), \quad (10)$$

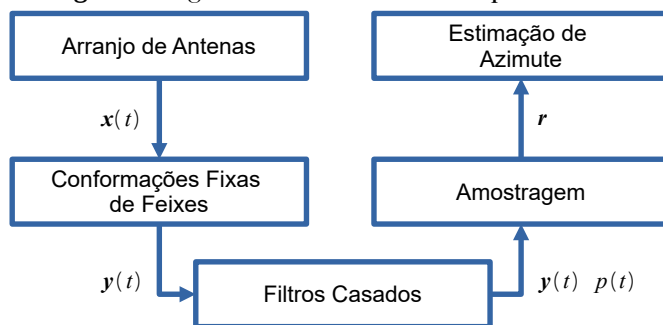
$$v(t) = W^H z(t) \quad (11)$$

e W é a matriz de conformação fixa com dimensão $N_a \times N_c$. Cada coluna dessa matriz corresponde ao vetor normalizado de conformação de feixe em uma dada direção $\theta_c \in [-\pi/2, \pi/2]$, definido como

$$w_{\psi_c} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\sqrt{N_a}} a(\psi_c), \quad (12)$$

com $c \in \{1, \dots, N_c\}$, $a(\cdot)$ definido na Equação (6) e $\psi_c = \pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta_c$.

Fig. 2 - Diagrama de blocos do receptor.



Convém observar que se W for unitária, i.e., $WW^H = I$, o vetor de ruído $v(t)$ tem matriz covariância $E[v(t)v^H(t)] = \sigma^2 I$. Em [15], é demonstrado que essa condição é alcançada se $\theta_{c_i} - \theta_{c_j} = 2k\pi/N_a$, $\forall c_i, c_j \in \{0, \dots, N_c - 1\}$ e $k \in \mathbb{Z}$.

Conforme mostrado na Figura 2, os sinais resultantes das conformações de feixe passam por filtros casados e são amostrados, dando origem à entrada

do estimador de azimute. Considera-se os instantes de amostragem dados por

$$t_{l,m} = t_0 + (l-1)T_a + (m-1)T, \quad (13)$$

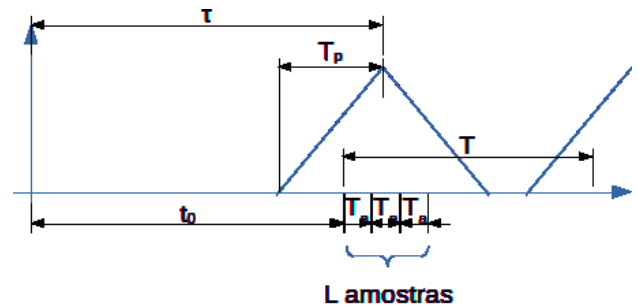
para $m \in \{1, \dots, N_p\}$ e $l \in \{1, \dots, L\}$, sendo L a quantidade de amostras sucessivas por pulso e T_a o intervalo de tempo entre amostras.

Admite-se que o pulso na saída do filtro casado tem energia significativa no intervalo de T_p segundos e que o instante inicial T_0 é tal que

$$t_0 \in [\tau - T_p/2; \tau + T_p/2]. \quad (14)$$

Um exemplo em que o pulso na saída do filtro casado tem formato triangular é mostrado na Figura 3.

Figura 3 - Exemplo de instantes de amostragem.



As $N_p L$ amostras obtidas para cada uma das conformações de feixe são reunidas no vetor r de dimensão $(N_c L N_p) \times 1$ dado por

$$r = \alpha n(\psi, \tau) +, \quad (15)$$

em que

$$\eta(\psi, \tau) = \begin{bmatrix} g_1(\psi) \chi_\tau \\ g_2(\psi) \chi_\tau \\ \vdots \\ g_{N_c}(\psi) \chi_\tau \end{bmatrix}, \quad (16)$$

sendo $g_c(\psi)$ o c -ésimo elemento do vetor $g(\psi)$ dado na Equação (10), e χ_τ um vetor de dimensão $(L N_p) \times 1$ com amostras do trem de pulsos resultante da filtragem de $\rho(t - \tau)$, obtidas nos instantes $t_{l,m}$.

Ainda na expressão (15), o vetor de ruído n é gaussiano, de média nula, e pode ser expresso da forma

$$n = \begin{bmatrix} n_1 & \cdots & n_{N_c} \end{bmatrix}^T, \quad (17)$$

sendo n_c o vetor coluna que reúne as amostras do ruído filtrado associado à c -ésima conformação.

Portanto, de (15), o vetor de observações r é gaussiano com vetor média

$$\mu = E[r] = \alpha \eta(\psi, \tau) \quad (18)$$

e matriz covariância

$$\Sigma = E[(r - \mu)(r - \mu)^H] = E[nn^H], \quad (19)$$

a qual pode ser expressa em blocos como

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{c_1 c_1} & \cdots & \Sigma_{c_1 c_{N_c}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Sigma_{c_{N_c} c_1} & \cdots & \Sigma_{c_{N_c} c_{N_c}} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

em que $\Sigma_{c_i c_j} = E[n_{c_i} n_{c_j}^H]$, com $c_i, c_j \in \{1, \dots, N_c\}$.

3. Estimação ML

O vetor de observações r dado na Equação (15) é gaussiano, com apenas o vetor média dependente dos parâmetros (α, τ, ψ) . Portanto, a função logarítmica de verossimilhança [15] pode ser expressa como

$$l((\alpha, \tau, \psi); r) = \frac{-1}{2} (r - \alpha \eta(\psi, \tau))^H \Sigma^{-1} (r - \alpha \eta(\psi, \tau)) + \xi, \quad (21)$$

sendo ξ uma constante escalar que não depende dos parâmetros α, τ, ψ . A estimativa de máxima verossimilhança [15] destes parâmetros é o argumento que maximiza $l(\cdot)$, ou, equivalentemente,

$$(\hat{\alpha}_{ML}(r), \hat{\tau}_{ML}(r), \hat{\psi}_{ML}(r)) = \underset{(\alpha, \tau, \psi)}{\operatorname{argmin}} v(\alpha, \tau, \psi; r), \quad (22)$$

em que

$$v(\alpha, \tau, \psi; r) = (r - \alpha \eta(\psi, \tau))^H \Sigma^{-1} (r - \alpha \eta(\psi, \tau)). \quad (23)$$

A estimativa $\hat{\alpha}_{ML}(r)$ pode ser obtida partindo-se da equação abaixo, que estabelece uma condição ne-

cessária para a minimização de $v(\cdot)$ em função do parâmetro α :

$$\left. \frac{\partial v}{\partial \alpha} \right|_{\alpha = \hat{\alpha}_{ML}} = 0. \quad (24)$$

Após algumas manipulações algébricas, considerando que Σ não depende de α , chega-se a

$$\hat{\alpha}_{ML}(r) = \frac{\eta^H(\psi, \tau) \Sigma^{-1} r}{\eta^H(\psi, \tau) \Sigma^{-1} \eta(\psi, \tau)}. \quad (25)$$

Com o resultado acima, a estratégia adotada para a determinação da estimativa ML de (τ, ψ) é substituir a Equação (25) na Equação (23), obtendo-se, após alguns passos, a seguinte solução:

$$(\hat{\tau}_{ML}(r), \hat{\psi}_{ML}(r)) = \underset{(\tau, \psi)}{\operatorname{argmax}} \frac{|\eta^H(\psi, \tau) \Sigma^{-1} r|^2}{\eta^H(\psi, \tau) \Sigma^{-1} \eta(\psi, \tau)}, \quad (26)$$

a qual requer a implementação de um procedimento numérico de otimização.

Uma vez obtidas as estimativas de $(\hat{\tau}_{ML}(r), \hat{\psi}_{ML}(r))$, retorna-se à Equação (25) para a obtenção de $\hat{\alpha}_{ML}(r)$.

3.1 Matriz de conformação unitária

Se a matriz W de conformação for unitária, é fácil verificar que $\Sigma_{c_i c_j} = 0$ (matriz nula) para $i \neq j$ e com isto, da expressão mostrada na Equação (20), Σ é uma matriz bloco diagonal.

Neste caso, as estimativas ML dos parâmetros de interesse são dadas por

$$(\hat{\tau}_{ML}(r), \hat{\psi}_{ML}(r)) = \underset{(\tau, \psi)}{\operatorname{argmax}} \frac{\left| \sum_{c=1}^{N_c} g_c(\psi) \chi_{\tau}^H \Sigma_{cc}^{-1} r_c \right|^2}{\sum_{c=1}^{N_c} |g_c(\psi)|^2 \chi_{\tau}^H \Sigma_{cc}^{-1} \chi_{\tau}} \quad (27)$$

e

$$\hat{\alpha}_{ML}(r) = \frac{\sum_{c=1}^{N_c} g_c(\psi) \chi_{\tau}^H \Sigma_{cc}^{-1} r_c}{\sum_{c=1}^{N_c} |g_c(\psi)|^2 \chi_{\tau}^H \Sigma_{cc}^{-1} \chi_{\tau}} \quad \begin{matrix} \tau = \hat{\tau}_{ML}(r), \\ \psi = \hat{\psi}_{ML}(r) \end{matrix} \quad (28)$$

sendo r_c o vetor de observações obtido para a c -ésima conformação.

É importante observar que na Equação (27) os vetores e matrizes têm dimensões N_c vezes menores do que na Equação (26), tornando o procedimento de otimização computacionalmente bem mais simples.

3.2 Otimização numérica

Optou-se pelo uso da técnica PSO a fim de obter numericamente as estimativas de azimute e atraso dadas nas equações (26) e (27).

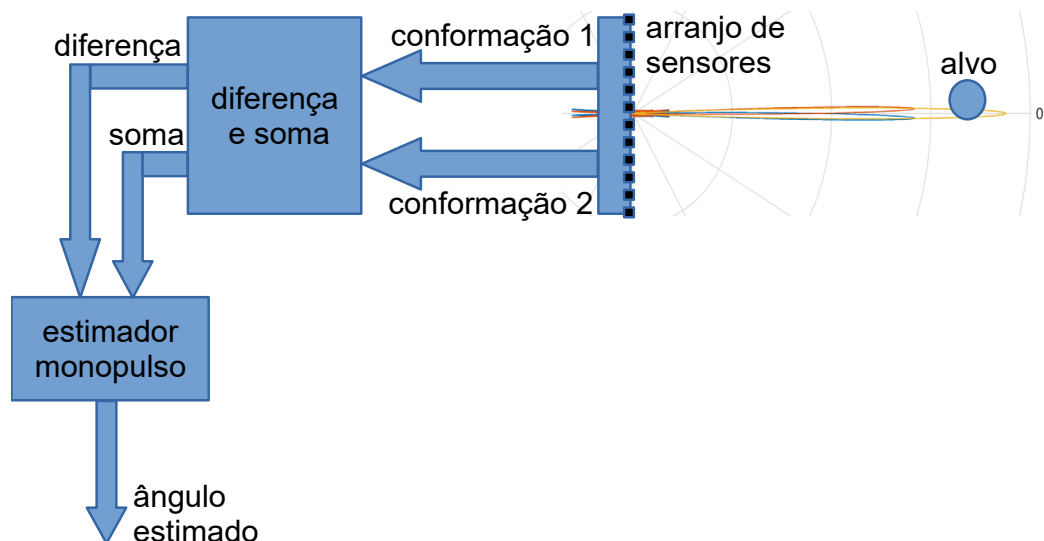
O algoritmo PSO original foi apresentado em [17] e utiliza um enxame, formado por um conjunto de partículas que evolui ao longo das iterações para realizar uma varredura bastante flexível do espaço de busca do valor ótimo da função objetivo. Casos de uso

do algoritmo PSO na estimação ML de parâmetros são encontrados, por exemplo, em [16,18,21]. Neste trabalho, optou-se pela versão desse algoritmo denominada de APSO (do inglês *Accelerated Particle Swarm Optimization*), que se caracteriza por apresentar convergência rápida [22].

4. Técnica monopulso

As técnicas do tipo monopulso [5] baseadas em arranjo linear de sensores geram simultaneamente dois valores resultantes de conformações de feixe, conforme ilustrado na Figura 4. Calculando-se a razão entre a diferença e a soma destes valores, obtém-se a razão monopulso, que é utilizada para alcançar a estimativa de azimute.

fig. 4 - Estimação de azimute por radar monopulso com arranjo de sensores.



4.1 Monopulso de amplitude

No caso específico da técnica monopulso de amplitude, as duas conformações de feixe são definidas com inclinações simétricas em relação à direção normal ao arranjo linear. Denota-se por $W_{\psi_{+\epsilon}}$ e $W_{\psi_{-\epsilon}}$ os vetores de conformações utilizados, correspondendo respectivamente às inclinações $\psi_{+\epsilon}$ e $\psi_{-\epsilon}$, que são expressos conforme a equação (12).

Além disso, considerando que depois de filtrados os sinais provenientes dessas conformações são amostrados no instante $t = t_0 = \tau$, obtém-se, com base nas equações (15) e (16), o vetor dado por

$$r = \begin{bmatrix} \alpha \chi_1^H W_{\psi_{+\epsilon}}^H a(\psi) + n_{\psi_{+\epsilon}} \\ \alpha \chi_1^H W_{\psi_{-\epsilon}}^H a(\psi) + n_{\psi_{-\epsilon}} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

em que $n_{\psi+\epsilon}$ e $n_{\psi-\epsilon}$ são amostras de ruído associadas às respectivas conformações.

Define-se então a *razão monopulso* como

$$\beta \stackrel{\text{def}}{=} \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2}, \quad (30)$$

em que r_1 e r_2 são, respectivamente, o primeiro e segundo elemento de r na Equação (29).

A *razão monopulso idealizada* é definida desprezando-se as parcelas de ruído na Equação (30), sendo dada por

$$\beta_{id}(\psi) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{(w_{\psi+\epsilon}^H - w_{\psi-\epsilon}^H)a(\psi)}{(w_{\psi+\epsilon}^H + w_{\psi-\epsilon}^H)a(\psi)}. \quad (31)$$

Substituindo as equações (12) e (6) na equação anterior e supondo N_a ímpar², obtém-se, após algumas manipulações algébricas,

$$\beta_{id}(\psi) = \frac{\sum_{k=1}^{(N_a-1)(N_a-1)/2} \text{sen}(k\psi) \text{sen}(k\psi_\epsilon)}{1/2 + \sum_{k=1}^{(N_a-1)(N_a-1)/2} \cos(k\psi) \cos(k\psi_\epsilon)}. \quad (32)$$

A aproximação linear de $\beta_{id}(\psi)$ em torno de $\psi = 0$ é dada por

$$\beta_{id}(\psi) \approx \beta'_{id}(0)\psi, \quad (33)$$

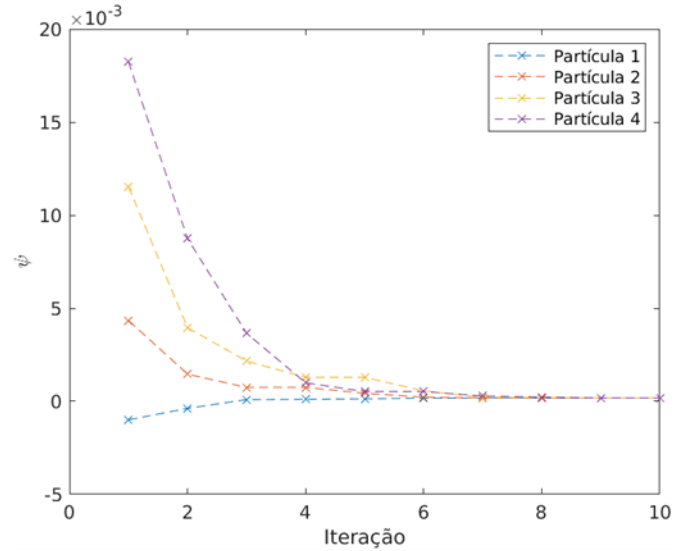
sendo $\beta'_{id}(0)$ a derivada de $\beta_{id}(\psi)$ em $\psi = 0$, a qual pode ser calculada pela expressão

$$\beta'_{id}(0) = \frac{\sum_{k=1}^{(N_a-1)(N_a-1)/2} k \text{sen}(k\psi_\epsilon)}{1/2 + \sum_{k=1}^{(N_a-1)(N_a-1)/2} \cos(k\psi_\epsilon)}. \quad (34)$$

Admitindo-se que a parte real da razão monopulso medida dada pela Equação (30) pode ser aproximada por $\beta_{id}(\psi)$, e que esta pode ser aproximada por (33), chega-se finalmente à seguinte expressão para a estimativa de ψ usando esta técnica monopulso de amplitude:

² O desenvolvimento considerando N_a par é bastante similar.

Fig. 5 - Ilustração da evolução de quatro partículas do enxame, na implementação do estimador ML(2) com RSR = 20 dB e azimuth do alvo em 0 rad.



$$\hat{\psi}_{mp} = \frac{\Re[\beta]}{\beta'_{id}(0)}, \quad (35)$$

em que a notação $\Re[\cdot]$ denota a parte real do argumento e $\beta'_{id}(0)$ é uma constante calculada com o uso da equação (34).

5. Avaliação de desempenho

Foram realizadas simulações de um receptor radar com arranjo de $N_a = 101$ elementos espaçados de uma distância $d = \lambda/2$ e sinal com pulso básico de formato retangular.

A razão sinal/ruído (RSR) considerada é dada pela divisão da potência média do sinal de interesse na entrada do arranjo pela potência média de ruído na faixa de frequências ocupada por este sinal. Para este fim, considerou-se como largura de faixa o inverso da duração do pulso básico.

Para comparação com a técnica monopulso de amplitude, são consideradas inicialmente apenas 2 conformações ($N_c = 2$) no emprego da técnica ML.

No texto a seguir, ML(N_c) denota a técnica de estimação ML com N_c conformações e MA, o estimador monopulso de amplitude acima apresentado.

Admite-se nesta comparação que o parâmetro de atraso (τ) é conhecido, o que é feito usualmente em trabalhos que lidam com técnicas monopulso [5,6,7,14].

Em termos mais específicos, as estimativas ML foram obtidas como solução do problema de otimização em ψ com função objetivo dada pela equação (26), admitindo o valor de τ conhecido. Cabe lembrar que o parâmetro ψ possui uma relação biunívoca com o ângulo físico de chegada do sinal na entrada do arranjo, dada na Equação (7).

Com relação ao algoritmo APSO, o número de partículas utilizado foi 30 e o número de iterações até a parada foi ajustado empiricamente em 15.

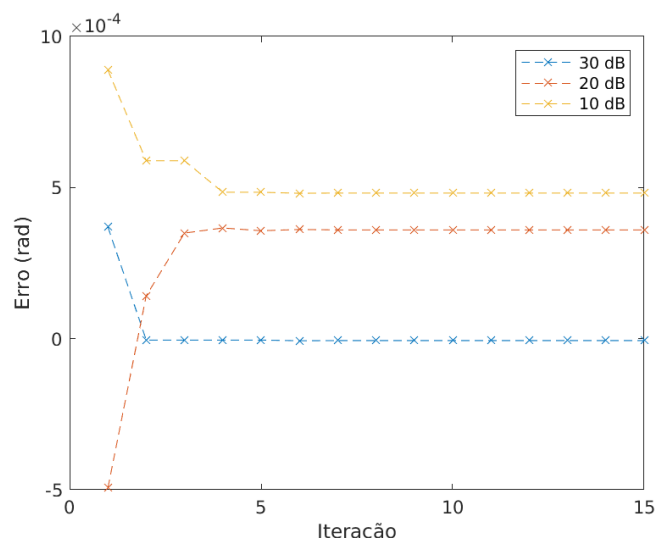
Uma ilustração da evolução, ao longo das iterações, da estimativa de azimuth de quatro partículas do enxame no algoritmo APSO é mostrada na Figura 5, a qual foi obtida com RSR = 20 dB e azimuth do alvo em 0 rad.

Nota-se na Figura 5 que, a partir da 8ª iteração, há uma concentração significativa das estimativas em torno do valor real do ângulo do alvo.

Já na Figura 6 são mostrados três exemplos da evolução do erro de estimação obtidas com enxame de 30 partículas e RSR de 30, 20 e 10 dB.

Percebe-se uma rápida estabilização do erro e coerência entre RSR e erro, no sentido de que o aumento da primeira está associado à redução do segundo. Comportamentos semelhantes foram observados em outros testes deste tipo.

Figura 6 - Erro de estimação com a técnica ML(2) e diferentes valores de RSR.



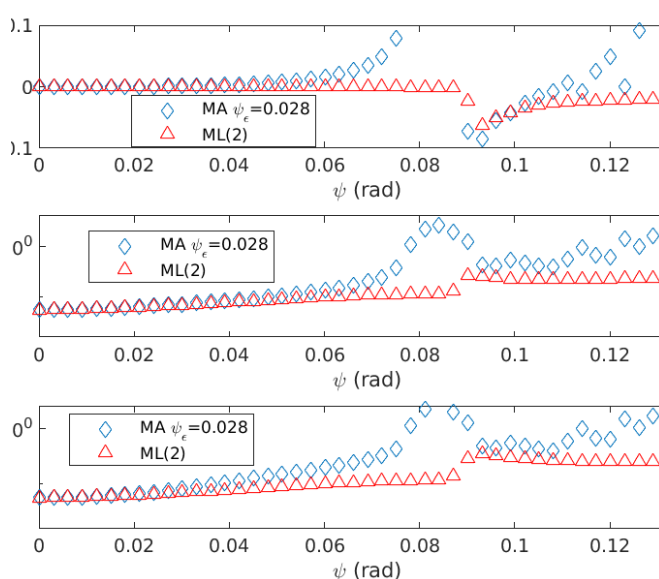
Em seguida, são apresentados resultados de avaliação empírica de polarização, variância e erro quadrático médio (EQM) de diferentes estimadores, obtidos com base em 2.000 realizações independentes.

Uma primeira comparação de desempenho entre as técnicas ML(2) e MA foi realizada com inclinações $\psi_{\pm\epsilon} = \pm 0,028$ rad. Os resultados obtidos com 10 dB de RSR estão mostrados na Figura 7.

Percebe-se nesta figura que o desempenho do estimador MA é praticamente idêntico ao do estimador ML(2) para valores baixos de azimuth do alvo, com diferenças muito significativas surgindo para valores maiores. Nota-se em particular o crescimento da polarização do estimador monopulso acima de 0,04 rad. Percebe-se também que a degradação de desempenho deste estimador se intensifica para maiores valores de azimuth, de modo que o EQM aumenta rapidamente.

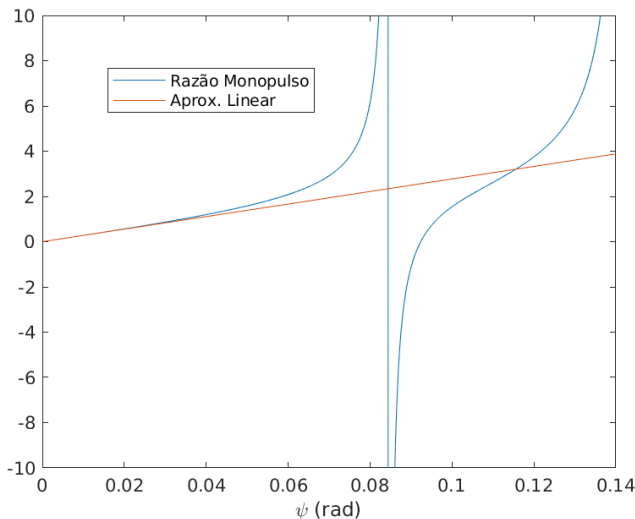
Essas características de desempenho do estimador MA podem, em grande medida, ser vistas como consequência direta da imprecisão na aproximação linear da razão monopulso, que se intensifica com o aumento do valor do azimuth. Uma ilustração deste efeito é dada na Figura 8 para o caso da razão monopulso idealizada correspondente às condições da Figura 7.

Figura 7 - Desempenho dos estimadores ML(2) e MA em função do azimuth do alvo com RSR de 10 dB.



Percebe-se na Figura 8 que, de fato, a aproximação linear se mostra satisfatória para valores de azimute um pouco inferiores a 0,04 rad e se torna de maneira geral inadequada com azimutes acima deste valor.

Figura 8 - Razão MA idealizada e sua aproximação linear em função do azimute do alvo.



No que diz respeito ao estimador ML(2), a Figura 7 mostra que ele tem polarização praticamente desprezível para valores de azimute até aproximadamente 0,09 rad.

Os resultados desta figura mostram, em seu conjunto, que o estimador ML(2) tem desempenho global significativamente superior ao do estimador MA para valores de azimute entre 0,04 e 0,09 rad, proporcionando um aumento significativo de *abrangência*.

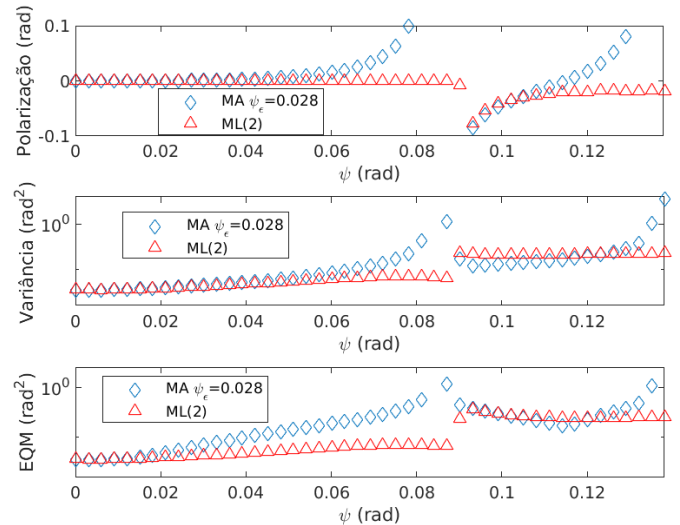
Os resultados da Figura 9 foram obtidos com RSR de 20 dB e as mesmas inclinações $\psi_{\pm\epsilon} = \pm 0,028$ rad. Esses resultados confirmam o aumento de *abrangência* proporcionado pelo estimador ML(2) em comparação com o MA. Nota-se, em particular, resultados praticamente idênticos aos da Figura 7 no que diz respeito à comparação de polarização.

Realizou-se uma análise mais detalhada da função objetivo do estimador ML(2) e foi verificado que o aumento do azimute do alvo pode levar à ocorrência frequente de dois mínimos locais desta função, como ilustrado no exemplo da Figura 10.

Nota-se nesta figura que a função objetivo utilizada pelo estimador ML(2) apresenta dois valores mínimos muito próximos, associados a valores bastante distin-

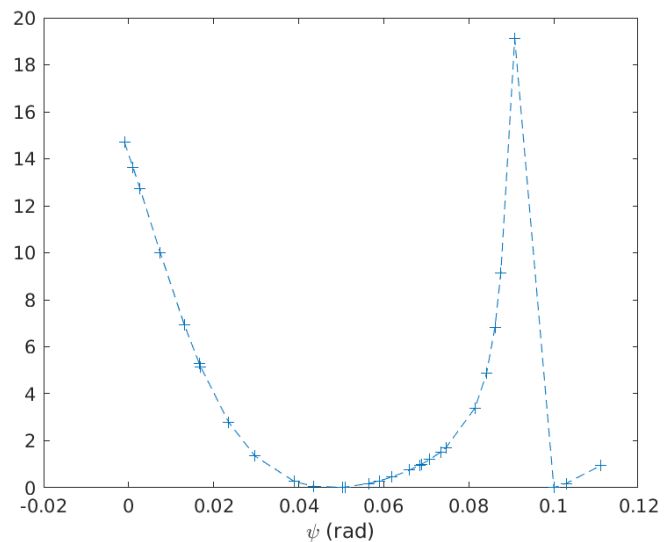
tos de seu argumento, sendo um deles correspondente ao azimute correto do alvo. Situações semelhantes a esta podem levar à ocorrência de elevados erros de estimação e consequente aumento do EQM.

Figura 9 - Desempenho dos estimadores ML(2) e MA em função do azimute do alvo com RSR de 20 dB.



Verificou-se, entretanto, que o aumento no número de conformações utilizadas reduz a intensidade deste problema. Os resultados apresentados em seguida ilustram esta constatação.

Fig. 10 - Exemplo de função objetivo utilizada pelo estimador ML(2), obtida com azimute do alvo em 0,10 rad e 20 dB de RSR.

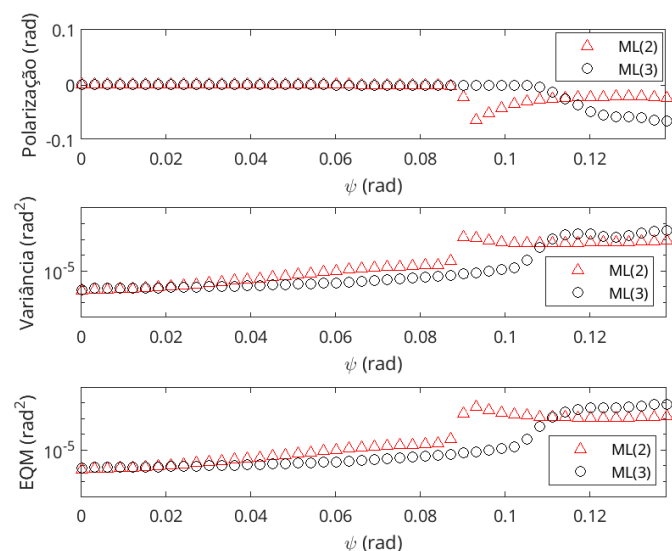


5.2 Aumento do número de conformações

Para implementação do estimador ML(3), utilizou-se uma conformação com inclinação $\psi_\epsilon = 0$ rad e 2 conformações com inclinações $\psi_{\pm\epsilon} = \pm 0,056$ rad. As conformações utilizadas com o ML(2) foram as mesmas já citadas anteriormente.

A Figura 11 mostra os resultados de desempenho obtidos com esses estimadores para uma RSR de 10 dB.

Fig. 11 - Desempenho dos estimadores ML(2) e ML(3) em função do azimuth do alvo com RSR de 10 dB.

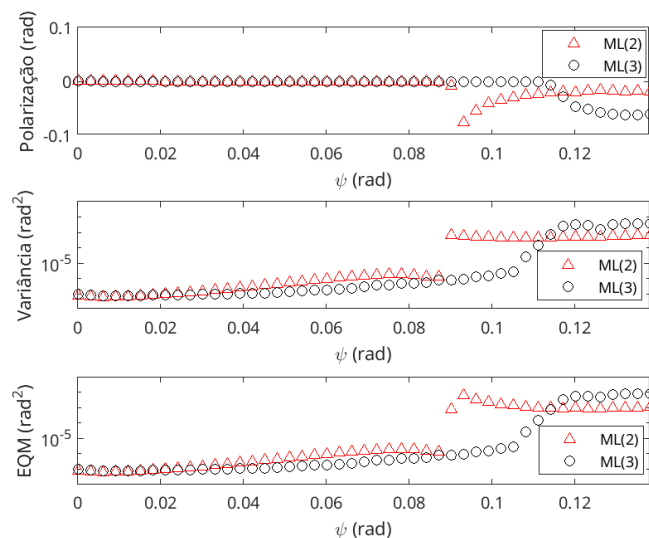


Vê-se que o emprego de 3 conformações possibilita de fato uma melhora na *abrangência* da estimação, proporcionando um desempenho de EQM que permanece fundamentalmente estável até valores de azimuth da ordem de 0,105 rad, o que representa um aumento de aproximadamente 20% em relação à *abrangência* do estimador ML(2).

A Figura 12 apresenta resultados de desempenho dos mesmos estimadores obtidos com RSR de 20 dB. Percebe-se nesta figura melhora decorrente do aumento da RSR e se observa novamente que o estimador ML(3) tem aumento de abrangência em torno de 20%.

Foi possível verificar também, em outras simulações, que ganhos ainda maiores de *abrangência* podem ser obtidos com a estimação ML, se combinada com o emprego de mais de 3 conformações.

Fig. 12 - Desempenho dos estimadores ML(2) e ML(3) em função do azimuth do alvo com RSR de 20 dB.



5.3 Complexidade computacional

Os estimadores ML investigados apresentam desempenho superior ao estimador MA, contudo têm complexidade mais elevada, principalmente pela necessidade de implementação de uma otimização numérica.

Cabe, no entanto, observar que existe espaço para investigação de algoritmos para esta implementação com custo computacional reduzido. Neste trabalho, a otimização foi implementada com o APSO [22], mas outras alternativas existem e podem ser tentadas em trabalhos futuros. Por exemplo, há a possibilidade de implementar uma combinação de técnicas como sugerido em [14], ou a utilização de funções objetivo aproximadas (em relação à função objetivo original), que proporcionem um custo computacional menor para o procedimento de otimização.

Conclusões

Investigou-se o emprego do método de máxima verossimilhança (ML) para estimação de azimuth de um alvo em sistemas radar com arranjo de sensores. No modelo de receptor considerado, o conjunto de sinais na saída do arranjo é submetido a conformações fixas de feixe seguidas de etapas de filtragem e

amostragem, para gerar o vetor de observações a ser usado para estimação de ângulo.

Foi abordado inicialmente um estimador ML capaz de produzir também parâmetros de atraso e amplitude complexa do sinal recebido. Em seguida, procedeu-se à investigação de desempenho de uma versão simplificada deste estimador, voltada apenas para a obtenção do azimuth, utilizando duas conformações de feixe. Comparado à alternativa que faz uso da técnica monopulso, o estimador ML de azimuth aqui avaliado proporciona estimativas precisas em intervalos maiores, porém tem custo computacional mais alto por requerer otimização numérica para obtenção das estimativas.

Avaliou-se adicionalmente o efeito de um pequeno aumento no número de conformações de entrada

empregados para a estimação ML de azimuth e se verificou que a introdução de uma conformação adicional acentua as vantagens de desempenho inicialmente verificadas.

Direções para a continuação desta investigação em trabalhos futuros foram apontadas, visando em particular à redução de complexidade computacional dos estimadores ML. Ainda na perspectiva de continuação do presente trabalho, cabe notar que, admitindo o emprego de um arranjo bidimensional de sensores, a solução ML aqui equacionada pode facilmente ser estendida para contemplar também o ângulo de elevação do alvo. A investigação de desempenho do estimador de posição assim obtido se coloca também como uma alternativa a ser contemplada em trabalhos futuros.

Referências

- [1] MAILLOUX, R. J. Phased array antenna handbook. [S. l.]: Artech House, 2017.
- [2] RICHARDS, M.; SCHEER, J.; HOLM, W. Principles of Modern Radar: Basic Principles. London: Institution of Engineering and Technology, 2010.
- [3] XU, J.; WANG, W. Q.; GUI, R. Computational Efficient DOA, DOD, and Doppler Estimation Algorithm for MIMO Radar. *IEEE Signal Processing Letters*, v. 26, n. 1, p. 44-48, 2019.
- [4] CHAHROUR, H.; DANSEREAU, R.; RAJAN, S.; BALAJI, B. Direction of Arrival Estimation using Riemannian Mean and Distance. *IEEE Radar Conference*, Boston, p. 1-5, 2019.
- [5] SHERMAN, S.; BARTON, D. Monopulse Radar Theory and Practice. [S. l.]: Artech House, 2011.
- [6] JAIN, V.; EHRMAN, L. M.; BLAIR, W. D. Estimating the DOA mean and variance of off-boresight targets using monopulse radar. *IEEE Proceeding of the Thirty-Eighth Southeastern Symposium on System Theory*, p. 85-88, 2006.
- [7] SHARENSEN, S. Angle estimation accuracy with a monopulse radar in the search mode. *IRE Transactions on Aerospace and Navigational Electronics*, n. 3, p. 175-179, 1962.
- [8] GROSSI, E.; LOPS, M.; VENTURINO, L. A search-and-revisit scanning policy to improve the detection rate in agile-beam radars. *IEEE Workshop on Statistical Signal Processing (SSP)*, p. 452-455, 2014.
- [9] GORWARA, A.; MOLCHANOV, P. Multibeam monopulse radar for airborne sense and avoid system. *SPIE Unmanned/Unattended Sensors and Sensor Networks XII*, v. 9986, p. 9-22, 2016.
- [10] DAI, H.; HAN, H.; WANG, J.; XU, X.; QIAO, H. *An improved high angular resolution method by using four-channel jointed monopulse radar*. *IEEE Progress In: Electromagnetics Research Symposium-Spring (PIERS)*, p. 3056-3061, 2017.
- [11] TREES, H. V. Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory. London: Wiley, 2004.
- [12] CHANG, D.; ZHENG, B. Adaptive generalized sidelobe canceler beamforming with time-varying direction-of-arrival estimation for arrayed sensors. *IEEE Sensors Journal*, v. 20, n. 8, p. 4403-4412, 2019.
- [13] DAVIS, R.; FANTE, R. A maximum-likelihood beamspace processor for improved search and track. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 49, n. 7, p. 1043-1053, 2001.
- [14] Nickel, U. Overview of generalized monopulse estimation. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, v. 21, n. 6, p. 27-56, 2006.
- [15] Trees, H. V. Detection, estimation, and modulation theory, part I: detection, estimation, and linear modulation theory. London: Wiley, 2004.

- [16] ÖZSOY, V. S.; ÖRKÇÜ, H. H.; BAL, H. Particle swarm optimization applied to parameter estimation of the four-parameter Burr III distribution. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions A: Science*, v. 42, n. 2, p. 895-909, 2018.
- [17] POLI, R.; KENNEDY, J.; BLACKWELL, T. Particle swarm optimization. *Swarm Intelligence*, v. 1, n. 1, p. 33-57, 2007.
- [18] NAJJARZADEH, M.; SADJEDI, H. Implementation of particle swarm optimization algorithm for estimating the innovative parameters of a spike sequence from noisy samples via maximum likelihood method. *Digital Signal Processing*. Amsterdam: Elsevier, 2020.
- [19] GLASS, J. D.; BLAIR, W. Range estimation using adjacent matched filter samples. *IEEE Aerospace Conference*, p. 1-7, 2014.
- [20] WANG, J.; WANG, T.; WU, J. Improved target direction-of-arrival estimation using multiple adjacent beams for airborne phased array scanning radar. *IET Radar, Sonar & Navigation*, v. 12, n. 2, p. 239-243, 2018.
- [21] SCHWAAB, M.; BISCAIA JR, E. C.; MONTEIRO, J. L.; PINTO, J. C. Nonlinear parameter estimation through particle swarm optimization. *Chemical Engineering Science*, v. 63, n. 6, p. 1542-1552, 2008.
- [22] YANG, X. S. Particle swarm optimization. *Nature-Inspired Optimization Algorithms*. [S. l.]: Academic Press, 2021.
- [23] CLERC, M. Beyond standard particle swarm optimization. *Innovations and Developments of Swarm Intelligence Applications*. [S. l.]: IGI Global, 2012.