

Algoritmo de alinhamento em movimento para um sistema de navegação inercial do tipo strapdown

Ana Cristina Vieira Gonçalves^{*a}, Marcos Ferreira Duarte Pinto^{*b}, Paulo Cesar Pellanda^{*c},

^{*a} ana.vieira@ime.eb.br, ^b mpinto11310@gmail.com, ^c pcpellanda@ieee.org

RESUMO: Este artigo apresenta um novo algoritmo para o alinhamento em movimento de um Sistema de Navegação Inercial do tipo Strapdown (SNIS), com base em um método clássico da literatura. A novidade consiste na introdução de estimativas da repetibilidade dos biases dos sensores inerciais e dos ângulos de atitude de rolagem e arfagem, a partir de observações indiretas e sem auxílio de sensores externos de atitude. O algoritmo permite reiniciar o SNIS sem a necessidade de parar o veículo ou interromper a sua operação durante a navegação, recuperando a precisão do sistema com o veículo em movimento. O alinhamento em movimento evita atrasos de missões ou exposições temporárias do veículo em ambientes perigosos causados por paradas forçadas para alinhamento após a ocorrência de falhas momentâneas, quedas de energia ou desligamentos para manutenção preventiva. O algoritmo é executado em duas etapas, alinhamento grosseiro e fino, ambos usando filtros de Kalman na estimação dos biases dos sensores inerciais e dos erros das variáveis navegacionais do sistema. Com a estimação da repetibilidade dos biases, o SNIS calcula os dados de posição, velocidade e de atitude com maior precisão, a cada período de amostragem. O algoritmo desenvolvido foi validado por meio de simulações da navegação de um navio de guerra.

PALAVRAS-CHAVE: Sistemas inerciais. Alinhamento em movimento. Sensores inerciais.

ABSTRACT: This paper presents a new algorithm for the in-motion alignment of a Strapdown Inertial Navigation System (SNIS), based on a classic method in the literature. The novelty is the introduction of estimates of the repeatability of biases of inertial sensors and roll and pitch attitude angles, based on indirect observations and without the aid of external attitude sensors. The algorithm allows restarting the SNIS without stopping the vehicle or interrupting its operation during navigation, recovering the system's accuracy while it is in motion. In-motion alignment avoids mission delays or temporary exposure of the vehicle in hazardous environments caused by forced stops for alignment after the occurrence of momentary failures, power outages, or shutdowns for preventive maintenance. The algorithm is performed in two steps, coarse and fine alignment, both using Kalman filters to estimate the biases of inertial sensors and the errors of the navigational variables of the system. With the estimation of the repeatability of biases, the SNIS calculates the position, velocity, and attitude data with greater precision at each sampling period. The developed algorithm was validated through simulations of warship navigation.

KEYWORDS: Inertial systems. In-motion alignment. Inertial sensors.

1. Introdução

Um Sistema de Navegação Inercial Strapdown (SNIS), estima os parâmetros ou variáveis navegacionais descritas pelas grandezas de posição, velocidade e atitude de um veículo ou plataforma, onde se encontra instalado. Um dos parâmetros que compõem a informação de posição é a altitude, ou seja, o deslocamento na vertical local, de veículos aéreos ou terrestres. Para veículos aquáticos e subaquáticos, em geral, a altitude se refere ao *heave* (movimento linear vertical) e à profundidade, respectivamente. Ao longo do texto, o termo altitude será utilizado genericamente para indicar esses parâmetros.

Um SNIS executa, primeiramente, o processo de alinhamento por meio da estimação dos valores iniciais das variáveis navegacionais, ou seja, as condições iniciais dos integradores das equações diferenciais que modelam a dinâmica dos parâmetros de navegação. Em seguida, conhecidas as condições iniciais, as equações diferenciais são integradas no processo de navegação e a estimação das variáveis navegacionais iniciada e realizada continuamente. O processo de alinhamento pode ser realizado com o SNIS parado ou em movimento.

O alinhamento em movimento permite reiniciar um SNIS sem a necessidade de parar o veículo após uma interrupção dos cálculos das variáveis navegacionais, seja por queda de energia, mau funcionamento, troca de sensores ou componentes,

ou por outras razões. Em geral, o alinhamento em movimento é realizado por meio do uso de medidas dos parâmetros de navegação fornecidos por fontes externas instaladas no veículo, tais como um SNIS suplementar e/ou por sensores de auxílio. Entretanto, os erros aleatórios presentes nos sinais medidos pelo SNIS suplementar ou pelos sensores de auxílio, somados aos erros dos sensores inerciais do SNIS em alinhamento, passam para as condições iniciais das equações dinâmicas de navegação e se propagaram ao longo do tempo, causando derivas crescentes nos valores calculados das variáveis navegacionais. Para reduzir os erros das condições iniciais, pode ser introduzido um Filtro de Kalman (FK) no processo de alinhamento.

O FK é um filtro estatístico desenvolvido para aplicação no contexto do espaço de estados que usa, na sua estrutura, a matriz de transição de estados das equações de estados e a matriz de sensibilidade ou de observação das equações de saídas ou de medidas dos estados. No processo de alinhamento em movimento, os estados do FK são definidos como a diferença entre os valores calculados pelas equações do alinhamento e as medidas fornecidas pelos sensores de auxílio. Esta definição implica que o modelo dinâmico dos erros das variáveis de navegação do processo de alinhamento, e que as equações de observação dos estados são função das medidas fornecidas pelos sensores de auxílio.

O alinhamento em movimento é executado em duas etapas: alinhamento grosseiro e fino. Para cada etapa do processo, é utilizada uma estrutura diferente para o FK. Os sensores de auxílio usados como fontes externas de posição, velocidade e altitude do algoritmo de alinhamento são, em geral, o *Global Positioning System* (GPS), o odômetro ou GPS e o altímetro (ou o sensor de *heave*/profundímetro), respectivamente.

As medidas dos sensores inerciais e dos sensores de auxílio são introduzidas nas estruturas do FK, em cada etapa do alinhamento, para estimar os erros dos valores das condições iniciais (estados) do sistema e os *biases* dos sensores inerciais.

Os processos de alinhamento são realizados em malha fechada e os novos modelos da dinâmica dos erros do sistema, descritos no espaço de estados, manipulam erros grandes de azimute no alinhamento grosseiro e erros pequenos, no alinhamento fino.

Os erros estimados são realimentados no algoritmo para corrigir os parâmetros navegacionais calculados pelas equações de alinhamento, como também para compensar os erros dos sensores inerciais no modelo de instrumentação utilizado no algoritmo.

Consequentemente, os valores de posição, atitude e velocidades iniciais corrigidos, no fim do processo de alinhamento, tendem para seus valores reais com incertezas especificadas, os quais são usados para inicializar as equações diferenciais do processo de navegação.

O alinhamento em movimento é menos discutido na literatura que o alinhamento parado. Ali; Muhammad [6] apresenta um esquema de alinhamento em movimento para uma unidade de medição inercial de baixo custo usando uma estrutura de FK consistente e robusta. Já no artigo de Hao *et al* [7], um modelo dinâmico não linear para o alinhamento em movimento do sistema de navegação inercial é apresentado para o caso em que as variáveis de observação são as informações de velocidade. Esse modelo também se adequa ao alinhamento de transferência dos parâmetros navegacionais provenientes de outro Sistema de Navegação Inercial (SNI) presente no veículo.

Bimal; Joshi [9] apresenta uma abordagem não linear para o problema de alinhamento em movimento usando medições de sensores Doppler de velocidade, considerando desconhecidas as informações de atitude inicial do veículo. Os modelos de erro do referencial de *wander azimuth* fornecem observabilidade parcial do erro do ângulo de *heading*. A simulação de alinhamento é repetida com FK *unscented* que não requer função de transformação linearizada.

Qi; Pengfei [8] apresentam um método de alinhamento com base no referencial de *wander azimuth* cuja informação de atitude inicial é completamente desconhecida e o erro inicial de

azimute atinge valores de 0 a 360 graus. Trata-se de uma abordagem robusta que traz versatilidade para aplicações de resposta rápida.

O alinhamento em movimento tem grande aplicação em veículos autônomos e militares. Por exemplo, em um navio de guerra, a principal vantagem consiste em evitar paradas temporárias, o que implica em atrasos na missão ou exposição em ambientes perigosos.

O objetivo deste trabalho é desenvolver um novo algoritmo de alinhamento em movimento, com base em um método clássico da literatura [1], para melhoria do desempenho e da precisão das estimativas das condições iniciais dos parâmetros navegacionais. No algoritmo de alinhamento proposto, são usados sensores de auxílio de posição, velocidade e altitude. No entanto, não é considerado disponível o auxílio para as medidas dos ângulos de atitude, definidos pelos ângulos de Euler (*roll*, *pitch* e *heading*). Então, o modelo dinâmico dos erros do processo de alinhamento, usado na estrutura do FK, é reformulado para manipular erros grandes de atitude, o que os reduz gradativamente até que estes se tornem pequenos, quando um outro modelo mais adequado é usado para manipular erros pequenos de atitude.

Este artigo apresenta, então, uma melhoria no algoritmo de alinhamento em movimento apresentado por Robert M. Rogers [1]. A novidade é a inclusão do desvio angular de azimute e a repetibilidade dos *biases* dos sensores inerciais no vetor de estados do modelo dinâmico dos erros do SNIS, aumentando a sua ordem e o número de variáveis estimadas pelo FK. Além disso, observações indiretas de *roll* e *pitch* sintetizadas a partir de medidas dos acelerômetros e do altímetro, são introduzidas no algoritmo de navegação como se fossem variáveis de sensores de auxílio. Um filtro de mistura é também utilizado para integrar as medidas externas do sensor de altitude (altímetro). O filtro de mistura aumenta a largura de banda da altitude calculada, atenua o ruído do sensor de altitude e estabiliza a velocidade vertical e a altitude estimadas.

2. Referenciais

As grandezas físicas vetoriais envolvidas nos processos de alinhamento e navegação de um SNIS podem ser descritas com base em diversos referenciais. Conforme a mecanização adotada, é necessário expressá-las nos mesmos referenciais escolhidos para a formulação das equações de ambos os processos [5].

Geralmente, em um SNIS, são utilizados os seguintes referenciais: Corpo (*b*) – $\{X_b, Y_b, Z_b\}$, Inercial (*i*) – $\{X_i, Y_i, Z_i\}$, da Terra (*e*) – $\{X_e, Y_e, Z_e\}$ e Negacional, que pode ser o geográfico (*g*) – North-East – $\{N, E, D\}$ ou *Wander Azimuth* – *WA* (*n*) – $\{X_n, Y_n, Z_n\}$ [3].

A **figura 1** mostra a relação entre os referenciais navegacionais *WA* (*n*) e geográfico (*g*). O referencial *WA* é rotacionado em relação ao referencial navegacional geográfico (*g*) pelo *wander angle*, α . O referencial *WA* é importante porque evita singularidades da atitude que ocorrem durante a navegação próxima aos pólos da terra.

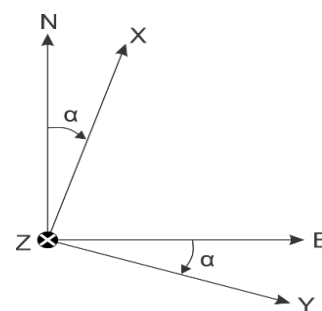


Fig. 1 – Relação entre os referenciais navegacional geográfico

(*g*) – NED e *Wander Azimuth*–*WA* (*n*) – $X_n-Y_n-Z_n$ [1].

A Matriz de Cossenos Diretores (MCD) que opera a transformação do referencial geográfico (*g*) para o referencial *WA* (*n*) é definida como,

$$C_{\mathbf{g}}^{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} c\alpha & s\alpha & 0 \\ -s\alpha & c\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde $s(\cdot)$ e $c(\cdot)$ representam as funções trigonométricas de seno e cosseno, respectivamente.

3. Equações dinâmicas de navegação

As equações de navegação serão implementadas no referencial navegacional WA (n). As equações apresentadas a seguir foram desenvolvidas nas referências [1], [3] e [4].

3.1 Equações dinâmicas de posição

Na mecanização do SNIS no referencial navegacional WA, a posição de um corpo na vizinhança da Terra é definida pela altitude (h), e pelos ângulos de posição latitude (L), longitude (ℓ) e *wander angle* (α). Estes ângulos são os argumentos das funções trigonométricas que formam os elementos da MCD de posição

$$C_e^n = \begin{bmatrix} -\cos L \ell - \sin L \alpha & -\cos L \ell + \sin L \alpha & \cos L \\ \sin L \ell - \sin L \alpha & \sin L \ell + \sin L \alpha & -\sin L \\ -\cos L \ell & -\sin L \ell & -L \end{bmatrix} \quad (2)$$

que define a orientação do referencial da Terra (e) em relação ao referencial navegacional WA (n)

A dinâmica dos ângulos de posição é obtida da derivada em relação ao tempo da matriz de posição C_e^n definida como:

$$\dot{C}_e^n = -\Omega_{en}^n C_e^n \quad (3)$$

onde Ω_{en}^n é a matriz anti simétrica associada ao vetor velocidade de transporte ou *transport rate*, ω_{en}^n . A velocidade de transporte é a velocidade angular do veículo quando este se desloca sobre a superfície da Terra, e corresponde à velocidade angular do referencial navegacional em relação ao referencial da Terra expressa no referencial navegacional. A matriz Ω_{en}^n representa o produto vetorial ($\omega_{en}^n \times$) e no hemisfério Norte é representada como:

$$\omega_{en}^n = \rho = \begin{bmatrix} \rho_x \\ \rho_y \\ \rho_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_y}{(R_y + h)} \\ -\frac{v_x}{(R_x + h)} \\ \rho_z \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde R_y e R_x são os raios normal e meridional da curvatura da Terra, respectivamente, obtidos da forma geométrica da terra assumida como um elipsóide de revolução [10].

No SNIS baseado no referencial navegacional WA, a componente vertical da *transport rate* é definida como nula [3]:

$$\rho_z = 0 \quad (5)$$

A dinâmica de altitude é definida como a integral da velocidade vertical, o que completa os estados de posição:

$$\dot{h} = v_z^n \quad (6)$$

Neste artigo, para o cálculo da altitude, foi introduzido um filtro de mistura integrado com um altímetro externo para estabilizar a altitude calculada.

3.2 Equações dinâmicas de velocidade

A equação dinâmica de velocidade desenvolvida no referencial navegacional (n) é definida como [1]:

$$\dot{v}^n = C_b^n f^b - (2\Omega_{ie}^n + \Omega_{en}^n) \cdot v^n + g^n \quad (7)$$

onde, v^n é o vetor de velocidade linear; f^b é o vetor de força específica no referencial do corpo; Ω_{en}^n é a matriz antissimétrica da *transport rate*; Ω_{ie}^n é a matriz anti simétrica associada ao vetor velocidade angular da Terra expressa no referencial navegacional, ω_{ie}^n ; e g^n é o vetor de gravidade normal local.

3.3 Equações dinâmicas de atitude

A MCD que define a orientação do referencial do corpo (b) em relação ao referencial navegacional WA (n) é descrita como:

$$C_b^n = \begin{bmatrix} c \theta c \psi & -c \phi s \psi + s \phi s \theta c \psi & s \phi s \psi + c \phi s \theta c \psi \\ c \theta s \psi & c \phi c \psi + s \phi s \theta s \psi & -s \phi c \psi + c \phi s \theta s \psi \\ -s \theta & s \phi c \theta & c \phi c \theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

onde ϕ , θ e ψ são os ângulos de *roll*, *pitch* e *heading*, conhecidos como ângulos de Euler.

A dinâmica dos ângulos de atitude é obtida da derivada em relação ao tempo da matriz de atitude C_b^n definida como [1]:

$$\dot{C}_b^n = C_b^n \Omega_{nb}^n \quad (9)$$

4. Modelo dinâmico dos erros de navegação

O modelo de erros dos parâmetros de navegação é descrito pelas equações dinâmicas dos erros de posição, velocidade e atitude do sistema, expressas no referencial navegacional $WA(n)$. O modelo é obtido por meio de perturbações lineares das variáveis nominais das equações dinâmicas de navegação (3), (7) e (9). Considerar que as perturbações são lineares implica em assumir que os termos de erros são pequenos. Assim, as variáveis nominais acrescidas de pequenos erros definem as variáveis calculadas que são representadas por uma barra sobrescrita. A expressão genérica para as variáveis calculadas é dada por:

$$\bar{x} = x + \delta x \quad (10)$$

onde x é a variável nominal, \bar{x} é o valor calculado e δx é o termo de erros pequenos.

Substituindo as variáveis nominais das equações diferenciais de navegação pelas variáveis computadas, efetuando as operações com as variáveis substituídas, desprezando produtos de erros e subtraindo as variáveis nominais, obtêm-se as equações dinâmicas dos erros de navegação.

4.1 Equações dinâmicas dos erros de posição

A matriz de posição computada é descrita como [1]:

$$\bar{C}_e^n = C_e^n + \delta C_e^n \quad (11)$$

onde δC_e^n representa o erro da matriz de posição (2).

A matriz computada \bar{C}_e^n corresponde à matriz $C_e^n(t + \Delta t)$, tal que,

$$C_e^n(t + \Delta t) = [I - \Delta \Psi] C_e^n(t) \quad (12)$$

A rotação da matriz nominal C_e^n durante o intervalo Δt é igual ao incremento de ângulo produzido pelos desvios angulares de posição $\delta \theta_x$, $\delta \theta_y$ e $\delta \theta_z$ em torno dos eixos X, Y e Z, respectivamente, os quais definem o vetor de desvio angular de posição [1]:

$$\delta \Theta = [\delta \theta_x \quad \delta \theta_y \quad \delta \theta_z]^T \quad (13)$$

O vetor $\delta \Theta$, associado à matriz antissimétrica $(\delta \Theta_x)$, representa a matriz $\Delta \Psi$, em (12). Assim, substituindo $\Delta \Psi$ por $(\delta \Theta_x)$ em (11) e comparando as equações (11) e (12), obtém-se a matriz de posição calculada:

$$\bar{C}_e^n = C_e^n + \delta C_e^n = [I - \delta \Theta \times] C_e^n \quad (14)$$

Da equação (14), verifica-se que o erro da matriz de posição

$$\delta C_e^n = \bar{C}_e^n - C_e^n = -(\delta \Theta \times) C_e^n \quad (15)$$

é resultado dos desvios angulares de $\delta \Theta$.

Derivando ambos os membros de (15):

$$\delta \dot{C}_e^n = \dot{\bar{C}}_e^n - \dot{C}_e^n = -(\delta \Theta \times) \dot{C}_e^n - (\delta \dot{\Theta} \times) C_e^n \quad (16)$$

Expandindo o primeiro membro de (16), obtém-se

$$\begin{aligned} \dot{\bar{C}}_e^n - \dot{C}_e^n &= \bar{\Omega}_{en}^n \bar{C}_e^n + \Omega_{en}^n C_e^n \\ &= \bar{\Omega}_{en}^n [I - (\delta \Theta \times)] C_e^n + \Omega_{en}^n C_e^n \\ &\approx -[\bar{\Omega}_{en}^n - \Omega_{en}^n - \Omega_{en}^n (\delta \Theta \times)] C_e^n \end{aligned} \quad (17)$$

e expandindo o segundo membro de (17), chega-se a:

$$-(\delta \dot{\Theta} \times) C_e^n - (\delta \Theta \times) \dot{C}_e^n = [(\delta \dot{\Theta} \times) - (\delta \Theta \times) \Omega_{en}^n] C_e^n \quad (18)$$

Comparando ambos os membros expandidos e rearranjando os termos obtém-se a equação dinâmica matricial do erro de posição,

$$(\delta \Theta \times) = \bar{\Omega}_{en}^n - \omega_{en}^n - \Omega_{en}^n (\delta \Theta \times) + (\delta \Theta \times) \Omega_{en}^n \quad (19)$$

$$= (\delta \rho \times) - \Omega_{en}^n (\delta \Theta \times) + (\delta \Theta \times) C_e^n$$

e a sua equivalente na forma vetorial

$$\delta \Theta = \delta \rho - \omega_{en}^n \times \delta \Theta \quad (20)$$

Visto que o erro em torno do eixo Z no referencial WA (erro de azimute) é atribuído unicamente ao *wander angle*, é válido assumir que $\delta \theta_z = 0$, o que implica $\delta \dot{\theta}_z = 0$

Assim, da terceira componente de $\delta \rho$, em (20), obtém-se o erro da velocidade de transporte no eixo Z, como,

$$\delta \rho_z = -\rho_y \delta \theta_x + \rho_x \delta \theta_y \quad (21)$$

Os desvios angulares de posição, $\delta \Theta$, são devidos aos erros angulares de posição δL , δl e $\delta \alpha$. A relação entre eles é obtida pela substituição dos ângulos de posição computados (\bar{L} , \bar{l} e $\bar{\alpha}$) na matriz de posição computada – primeiro membro da equação (14). Comparando com a expressão do erro – segundo membro de (14) –, geram-se as seguintes expressões para os erros de latitude, longitude e *wander angle* em função dos desvios angulares de posição:

$$\delta L = -s \alpha \delta \theta_x - c \alpha \delta \theta_y \quad (22.1)$$

$$\delta l = \frac{c \alpha \delta \theta_x - s \alpha \delta \theta_y}{c L} \quad (22.2)$$

$$\delta \alpha = \delta \theta_z - s L \delta l = -s L \delta l \quad (22.3)$$

4.2 Equações dinâmicas dos erros de velocidade

As equações dinâmicas dos erros de velocidade são obtidas substituindo as variáveis nominais em (7) pelas variáveis calculadas [1]:

$$\dot{\bar{v}}^n = \bar{f}^n - (\bar{\omega}_{en}^n + 2\bar{\omega}_{ie}^n) \times \bar{v}^n + \bar{g}^n \quad (23)$$

onde as grandezas computadas seguem a forma geral dada em (10):

$$\bar{v}^n = v^n + \delta v^n$$

$$\bar{f}^n = \bar{C}_b^n f^b = (I - (\varphi \times)) f^n + \delta f^n \quad (24)$$

$$\bar{\omega}_{en}^n = \omega_{en}^n + \delta \omega_{en}^n$$

$$\bar{\omega}_{ie}^n = \omega_{ie}^n + \delta \omega_{ie}^n$$

$$\bar{g}^n = g^n + \delta g^n$$

Efetuada as multiplicações, desprezando produtos de erros e subtraindo a equação dinâmica de velocidade nominal, obtém-se as equações diferenciais dos erros da velocidade [1]:

$$\delta \dot{v}^n = -(2\delta \omega_{ie}^n + \delta \omega_{en}^n) \times v^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta v^n + f^n \times \varphi + \delta f^n + \delta g^n \quad (25)$$

em que, φ é o vetor de desvios angulares de atitude; $\delta \omega_{en}^n$ e $\delta \omega_{ie}^n$ são os erros da velocidade de transporte e da velocidade angular da Terra, definidos por [1]:

$$\delta \omega_{en}^n = \left[\left(-\frac{\delta v_y^n}{R_y} - \frac{\delta \rho_x}{R_y} \right) \left(-\frac{v_x^n}{R_x} - \frac{\rho_y}{R_x} \delta h \right) \delta \rho_z \right]^T \quad (26)$$

e

$$\delta \omega_{ie}^n = \omega_{ie}^n \times \delta \theta \quad (27)$$

onde $\omega_{ie}^n = [0 \ 0 \ \Omega]^T$ é o vetor de velocidade angular da Terra, e Ω representa a intensidade (módulo) do vetor velocidade angular da Terra; δf^n é o vetor de erro dos acelerômetros; e δg^n é o vetor de erro da gravidade normal.

4.3 Equações dinâmicas dos erros de atitude

A matriz de atitude (8) calculada é representada por:

$$\bar{C}_b^n = [I - (\varphi^n \times)] C_b^n \quad (28)$$

em que, φ^n é o vetor dos desvios angulares de atitude, obtido a partir dos erros dos ângulos de Euler $\delta \phi$, $\delta \theta$ e $\delta \psi$. Este vetor é representado no referencial WA como: $\delta \phi$, $\delta \theta$ e $\delta \psi$. Este vetor é representado no referencial WA como:

$$\varphi = [\varphi_x \ \varphi_y \ \varphi_z]^T \quad (29)$$

Analogamente ao erro da matriz de posição, o erro da matriz de atitude é obtido por:

$$\delta C_b^n = \bar{C}_b^n - C_b^n = -(\varphi \times) C_b^n \quad (30)$$

Derivando ambos os membros da equação (30), gera:

$$\delta \dot{C}_b^n = \dot{\bar{C}}_b^n - \dot{C}_b^n = -(\dot{\varphi} \times) C_b^n - (\varphi \times) \dot{C}_b^n \quad (31)$$

em que, a derivada \dot{C}_b^n é dada em (9). Substituindo a expressão (9) em (31) e procedendo às mesmas operações realizadas para o cálculo da dinâmica dos erros de posição, obtêm-se as equações dinâmicas dos erros de atitude:

$$(\dot{\varphi} \times) = -\Omega_{bn}^y(\varphi \times) + (\varphi \times) \Omega_{bn}^y + (\bar{\Omega}_{bn}^y - \Omega_{bn}^y) \quad (32)$$

ou na sua forma vetorial equivalente [1]:

$$\dot{\varphi} = \varphi \times \omega_{bn}^n + (\bar{\omega}_{bn}^n - \omega_{bn}^n) \quad (33)$$

Os termos entre parênteses correspondem às velocidades angulares calculadas e nominais do corpo em relação ao referencial navegacional expresso no referencial navegacional. As velocidades $\bar{\omega}_{bn}^n$ e ω_{bn}^n são expandidas em função das velocidades angulares dos giroscópios [2]:

$$\omega_{bn}^n = \omega_{in}^n - C_b^n \omega_{ib}^b \text{ e } \bar{\omega}_{bn}^n = \bar{\omega}_{in}^n - \bar{C}_b^n \bar{\omega}_{ib}^b \quad (34)$$

em que, as velocidades angulares calculadas dos giroscópios, expressas no referencial do corpo no qual estão instalados, são descritas por:

$$\bar{\omega}_{ib}^n = \omega_{ib}^n - C_b^n \varepsilon^b \quad (35)$$

O termo ε^b representa o vetor de erros aleatórios das medidas giroscópicas no referencial do corpo.

Substituindo as expressões (34) e (35) em (33) e manipulando os termos das velocidades angulares obtêm-se a forma mais adequada para representar as equações dinâmicas dos erros de atitude [1]:

$$(\dot{\varphi} \times) = \delta \omega_{en}^n + \delta \omega_{ie}^n - \omega_{in}^n \times \varphi + C_b^n \varepsilon^b \quad (36)$$

O vetor de desvios angulares de atitude, $\delta \varphi$, é produzido pelos erros dos ângulos de Euler $\delta \phi$, $\delta \theta$ e $\delta \psi$. A relação entre eles é obtida pela substituição dos ângulos de Euler calculados, $\bar{\phi}$, $\bar{\theta}$ e $\bar{\psi}$, na matriz de atitude calculada – primeiro membro de (28) –, e comparando com a sua expressão de erro – segundo membro de (28) –, o resultado gera as seguintes expressões para os erros de *roll*, *pitch* e *heading* em função dos desvios angulares de atitude:

$$\delta \phi = \frac{s\psi \phi_y - c\psi \phi_x}{c\theta} \quad (37.1)$$

$$\delta \theta = c\psi \phi_y - s\psi \phi_x \quad (37.2)$$

$$\delta \psi = \phi_z (c\psi \phi_x - s\psi \phi_y) \tan \theta \quad (37.3)$$

O alinhamento em movimento tem por hipótese que todo erro de azimuth é atribuído ao wander angle e, conseqüentemente, o desvio angular de atitude no eixo Z é considerado nulo, ou seja:

$$\varphi_z = 0 \quad (38)$$

5. Alinhamento em movimento

O processo de alinhamento pode ser realizado com o sistema estacionário ou em movimento. Ambos os processos possuem em comum a tarefa de estimar os valores iniciais dos parâmetros navegacionais como condições iniciais para os integradores das equações diferenciais de navegação. Estimadas as condições iniciais, as operações de integração e o processo de navegação podem ser inicializados.

No processo de alinhamento estacionário, o SNIS está parado, sendo, então, a posição inicial conhecida por meio de referências astronômicas ou de medidas do GPS e a velocidade inicial nula. Quanto à atitude inicial, o processo executa o auto alinhamento que usa como referências o vetor da gravidade normal, que define a vertical local, e a componente horizontal da velocidade angular da Terra, que aponta para o Norte.

Combinadas as medidas dos acelerômetros horizontais com a referência vertical, os ângulos de pitch e roll iniciais são aproximadamente determinados. Os ângulos de pitch e roll definem a atitude inicial do SNIS em relação ao plano horizontal local, o que determina os ângulos que nivelam o sistema. Esse processo de nivelamento é chamado de alinhamento grosseiro. Conhecidos os ângulos iniciais de *pitch e roll*, a resultante das medidas dos giroscópios, montados no plano horizontal do sistema, é projetada no plano horizontal do referencial navegacional e comparada com a componente horizontal da velocidade angular da Terra para determinar o ângulo inicial de *heading*. O *heading* inicial define o alinhamento inicial do sistema propriamente dito, em relação à direção Norte. Ao fim do alinhamento grosseiro, os ângulos iniciais de *roll, pitch e heading* são obtidos e a atitude inicial do sistema é aproximadamente determinada.

Os sensores inerciais são perturbados por erros determinísticos e aleatórios. Os determinísticos são compensados, e os aleatórios são estimados e depois compensados. Os erros aleatórios dos giroscópios e acelerômetros propagam-se ao longo do tempo no cálculo da posição, velocidade e atitude. Assim, torna-se necessário usar um método que estime os erros das variáveis navegacionais do sistema. Conhecidos os erros estimados, estes são usados para corrigir os valores calculados, refinando o nivelamento e o alinhamento obtido na fase do alinhamento grosseiro. Esse processo é conhecido como alinhamento fino e a estimação é comumente feita pelo uso de um FK.

Tanto no alinhamento em movimento como no estacionário, a posição e as velocidades iniciais do sistema, no referencial navegacional geográfico (g), são obtidos pelo uso de sensores de auxílio. As medidas externas de posição e velocidades são também perturbadas por erros aleatórios e se fossem empregadas diretamente como informação das condições iniciais das equações diferenciais (3) e (7), sem o processo de alinhamento, introduziriam erros nas operações de integração das equações, que aumentariam ao longo do tempo. As medidas dos sensores de posição e velocidade são usadas na observação dos estados dos erros de posição e velocidade dos FK aplicados nos processos do

alinhamento. Quanto à atitude inicial, as referências do vetor da gravidade local e da componente horizontal da velocidade angular da Terra são perdidas durante o movimento do sistema, e sem sensores de auxílio para medir os ângulos de *roll, pitch e heading*, não se pode iniciar corretamente a operação de integração da equação diferencial matricial de atitude (9), por falta da informação das condições iniciais de atitude.

Para realizar o alinhamento em movimento, novas hipóteses precisam ser estabelecidas para contornar a falta de informação da atitude inicial do sistema.

No processo de alinhamento em movimento, é adotada a mecanização *Wander Azimuth*, para o referencial navegacional. O auxílio de posição mede as variáveis de posição no referencial navegacional geográfico (g); assim, a latitude, longitude e a altitude são conhecidas, mas o *wander angle* é desconhecido. Consequentemente, a matriz de posição (2) pode ser parcialmente inicializada. Os auxílios de velocidade medem as velocidades iniciais do sistema, então as condições iniciais das equações diferenciais de velocidade (7) são conhecidas e o processo de integração pode ser iniciado. Sem sensores de auxílio de atitude e com a perda das referências para o cálculo da atitude inicial, os ângulos de *roll, pitch e heading* iniciais são desconhecidos; assim, a matriz de atitude (8) não pode ser inicializada.

Para resolver o problema de inicialização da posição e atitude, as seguintes hipóteses são estabelecidas:

1. É assumido que os ângulos iniciais de atitude são todos nulos; com esta hipótese, a matriz de atitude C_b^n é inicializada como uma matriz identidade;
2. É assumido que o *wander angle* inicial é nulo, mesmo que haja a possibilidade de ocorrer um erro grande de azimuth, de até 180°; com esta hipótese a matriz de posição C_e^n pode ser inicializada;
3. É assumido que não há sensores de auxílio de atitude;
4. É assumido que o veículo mantém a velocidade linear constante na direção longitudinal X_b e nula nas direções Y_b e Z_b , do referencial do corpo (b), bem como o ângulo de *heading* nulo, $\psi=0$.

Adotadas as hipóteses i e ii e usando os sensores de auxílios de posição e velocidades, as equações dinâmicas (3), (7) e (9) são inicializadas e podem ser integradas

numericamente. Entretanto, como os estados do sistema terão erros significativos, um novo modelo de erros do sistema é proposto para incluir os erros grandes de azimute a serem usados na estrutura do FK. Com base na hipótese iii, as medidas dos ângulos de atitude não podem ser obtidas, o que implica que as observações dos estados dos erros de atitude do FK não são realizadas. Para contornar este problema, a hipótese iv garante que, usando o auxílio de altitude/heave e as medidas dos acelerômetros, é possível observar os ângulos de roll e pitch do veículo.

Uma vez que os ângulos de roll e pitch são observados, tal como medidos por sensores de auxílio de atitude (magnetômetros, por exemplo), os biases repetibilidade dos acelerômetros e dos giroscópios podem ser observados de forma indireta a partir das medidas de atitude.

O objetivo do algoritmo de alinhamento em movimento, usando a nova estrutura de FK, é estimar a posição, as velocidades, os biases repetibilidade dos sensores inerciais, os erros de atitude e do wander angle a partir da possibilidade de erros grandes de roll, pitch e wander angle, para corrigir os parâmetros navegacionais computados pela integração das equações dinâmicas de alinhamento. Este algoritmo que manipula os erros grandes de azimute executa o processo chamado de alinhamento grosseiro.

Com base na hipótese ii, a ideia é associar os erros grandes de *azimute* aos erros das funções trigonométricas, seno e cosseno do ângulo α , presentes na MCD de posição, e assumir que todo erro de azimute é atribuído ao wander angle, o que implica no desvio angular de atitude do eixo Z igual a zero, $\phi_z=0$ em (29). Esta consideração é válida porque, no referencial navegacional *Wander Azimuth*, o plano horizontal local contém os ângulos de azimute do sistema.

Os erros das funções trigonométricas do ângulo α são definidos como:

$$\delta s\alpha = \delta \sin \alpha = \overline{\sin \alpha} - \sin \alpha \quad (39)$$

$$\delta c\alpha = \delta \cos \alpha = \overline{\cos \alpha} - \cos \alpha \quad (40)$$

cujas dinâmicas integram as equações de estados do novo modelo de erros do sistema a ser usado na estrutura do FK para o alinhamento grosseiro [2].

Os estados estimados dos erros das funções trigonométricas $\delta s\alpha$ e $\delta c\alpha$ são relacionados ao erro do *wander angle* pela expressão [1]:

$$\delta \alpha = c\alpha \delta \alpha - s\alpha \delta \alpha \quad (41)$$

O erro estimado do *wander angle* é usado para corrigir o *wander angle* calculado por meio da relação

$$\alpha = \bar{\alpha} - \delta \alpha \quad (42)$$

O novo modelo da dinâmica dos erros de navegação para erros grandes de *azimute*, é usado na fase de alinhamento grosseiro até que os valores dos erros das funções trigonométricas sejam reduzidos para níveis considerados pequenos. A partir deste limite, é assumido um novo modelo para a dinâmica dos erros de navegação considerando erros pequenos do ângulo de *azimute* [1]. Neste modelo, o erro do *wander angle* passa a ser um estado direto a ser estimado pelo FK, reformulado para erros pequenos do ângulo de azimute. Este algoritmo que manipula os erros pequenos de *azimute* corresponde ao processo denominado alinhamento fino.

6. Equações dinâmicas dos erros de navegação para erros grandes de Azimute

O modelo dos erros do SNIS para erros grandes do ângulo de azimute é desenvolvido no referencial navegacional *Wander Azimuth* (n) e usado no alinhamento grosseiro.

6.1 Equações dinâmicas dos erros de posição para erros grandes de azimute

As equações dinâmicas dos erros de posição do SNIS sujeitos a erros grandes de azimute são desenvolvidas a partir da fatoração da matriz de posição nominal (2) no seguinte produto matricial:

$$C_e^n = C_g^n C_e^g \quad (43)$$

onde, C_e^n é dada em (1) e C_e^g é definida como:

$$C_e^g = \begin{bmatrix} -sLc\ell & -sLs\ell & cL \\ -s\ell & c\ell & 0 \\ -cLc\ell & -cLs\ell & -sL \end{bmatrix} \quad (44)$$

Analogamente a (43), a matriz de posição calculada é fatorada como:

$$\bar{C}_e^n = \bar{C}_g^n \bar{C}_e^g \quad (45)$$

Expandindo a matriz computada \bar{C}_e^n em termos da matriz de erros de posição entre os referenciais navegacionais WA (n) e geográfico (g), δC_g^n , e a matriz computada \bar{C}_e^g em termos da matriz anti simétrica dos desvios angulares de posição entre o referencial navegacional geográfico (g) e o referencial da Terra (e), $\delta \theta^g x$, tem-se:

$$\bar{C}_e^n = (C_g^n + \delta C_g^n) [I - (\delta \theta^g x)] C_e^g \quad (46)$$

em que, o vetor dos desvios angulares de posição no referencial navegacional geográfico é definido como:

$$\delta \theta^g = [\delta \theta_N \ \delta \theta_E \ \delta \theta_D]^T \quad (47)$$

em que, $\delta \theta_N$, $\delta \theta_E$ e $\delta \theta_D$ estão torno dos eixos N, E e D, respectivamente.

A matriz calculada \bar{C}_e^g é dada pela equação [1]:

$$\bar{C}_e^g = (I - \delta \theta^g x) C_e^g \quad (48)$$

e a matriz dos erros das funções trigonométricas é definida como:

$$\delta C_g^n = \begin{bmatrix} \delta c\alpha & \delta s\alpha & 0 \\ -\delta s\alpha & \delta c\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (49)$$

Visto que todo erro de azimuth, em torno do eixo Z do referencial navegacional WA do sistema, é computado

como erro do *wander angle*, assume-se que, para a fase de alinhamento grosseiro em movimento, o desvio angular de posição no eixo vertical do referencial navegacional geográfico (g) em relação ao referencial da Terra (e) é nulo:

$$\delta \theta_D = \delta \theta_Z = 0 \quad (50)$$

o que implica em

$$\delta \theta_Z = 0 \quad (51)$$

Então, a matriz antissimétrica do desvio angular de posição no referencial geográfico é descrita como:

$$\delta \theta^g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \delta \theta_E \\ 0 & 0 & -\delta \theta_N \\ -\delta \theta_E & \delta \theta_N & 0 \end{bmatrix} \quad (52)$$

Realizando o produto matricial em (46) e organizando os termos, obtém-se:

$$\bar{C}_e^n = [I + EC_g^n] C_e^n \quad (53)$$

em que, a matriz de erros é dada por:

$$E = \begin{bmatrix} \delta c\alpha & \delta s\alpha & -\delta \theta_y \\ -\delta s\alpha & \delta c\alpha & \delta \theta_x \\ \delta \theta_E & -\delta \theta_N & 0 \end{bmatrix} \quad (54)$$

e

$$\delta \theta_x = c\alpha \delta \theta_N + s\alpha \delta \theta_E \quad (55)$$

$$\delta \theta_y = -s\alpha \delta \theta_N + c\alpha \delta \theta_E \quad (56)$$

A matriz E é denominada matriz de erros grandes de azimuth, e seus elementos correspondem aos desvios angulares de posição, $\delta \theta_x$ e $\delta \theta_y$, mais os erros das funções trigonométricas, $\delta s\alpha$ e $\delta c\alpha$, que correspondem aos estados do modelo de erros para erros grandes de azimuth usados no FK do alinhamento grosseiro.

Da equação (53), obtém-se a matriz de erros de posição em função da matriz de erros grandes de azimuth E:

$$\bar{C}_e^n - C_e^n = \delta C_e^n = EC_g^n C_e^n \quad (57)$$

Derivando a equação (57), obtém-se:

$$\delta \dot{C}_e^n = \dot{\bar{C}}_e^n - \dot{C}_e^n = \dot{E} C_e^g + \dot{C}_e^g E \quad (58)$$

em que

$$\dot{C}_e^g = -\Omega_{eg}^g C_e^g \quad (59)$$

e Ω_{eg}^g é a matriz anti simétrica associada ao vetor ω_{eg}^g , ou ρ^g , que representa a velocidade angular de transporte do referencial navegacional geográfico em relação ao referencial da Terra, definida como:

$$\rho^g = [\rho_N \ \rho_E \ \rho_D]^T \quad (60)$$

Substituindo a equação (59), considerando a condição (6), as expressões de (3) e \bar{C}_e^n , as fatorações (43) e (45) e, por fim, a matriz dos erros das funções trigonométricas (49), na equação (58), e em seguida desprezando os produtos dos erros e rearranjando os termos, pode-se obter a dinâmica da matriz de erros grandes de azimuth E cujos elementos descrevem a evolução no tempo dos desvios angulares de posição e dos erros das funções trigonométricas:

$$\dot{E} = E \Omega_{eg}^g - \Omega_{en}^n E + (\Omega_{en}^n - \bar{\Omega}_{en}^n) C_g^n \quad (61)$$

desenvolvimento completo da equação diferencial (61) é apresentado no Apêndice C da referência [1].

A partir da derivada dos elementos $\delta\theta_x$, $\delta\theta_y$, $\delta\alpha$ e $\delta\epsilon$ da matriz \dot{E} , são obtidas as equações diferenciais do desvio angular de posição e dos erros das funções trigonométricas, as quais integram o modelo dinâmico de erros usado no FK do alinhamento grosseiro.

Durante o alinhamento grosseiro, é considerada a hipótese de que os erros trigonométricos são constantes. Assim,

$$\delta s\alpha = 0 \quad (62)$$

$$\delta c\alpha = 0 \quad (63)$$

Existe uma correspondência entre a matriz de erros grandes de azimuth, E , e a matriz anti simétrica dos desvios angulares de posição ($\delta\theta \times$), definida para erros pequenos de azimuth. Comparando as matrizes de posição computadas, \bar{C}_e^n , dadas pelas equações (14) e (53), resulta na relação:

$$-\delta\theta \times \approx E C_n^g \quad (64)$$

A dinâmica do erro de altitude é definida como:

$$\delta h = \delta v_z^n \quad (65)$$

6.2 Equações dinâmicas dos erros de velocidade para erros grandes de Azimute

O modelo da dinâmica dos erros de velocidade para erros grandes de azimuth é similar ao modelo apresentado na equação (25), com exceção do erro da velocidade angular da Terra expresso no referencial navegacional. Este é redefinido, com base na relação dada em (64):

$$\delta \omega_{ie}^n = E C_n^g \omega_{ie}^n = E \omega_{ie}^g \quad (66)$$

em que $\omega_{ie}^g = [\Omega_N \ 0 \ \Omega_D]$ é o vetor velocidade angular da Terra representada no referencial navegacional geográfico, e Ω_N e Ω_D são os componentes nas direções *North* e *Down*.

6.3 Equações dinâmicas dos erros de atitude para erros grandes de Azimute

O modelo dinâmico de atitude para erros grandes de azimuth, no referencial WA, é semelhante ao modelo apresentado na equação (36), com exceção do erro da velocidade angular da Terra no referencial de navegação, conforme definida em (66). Então [1]:

$$\dot{\phi} = \delta \omega_{en}^n + \delta \omega_{ie}^n - \omega_{in}^n \times \phi + C_b^n \epsilon^b \quad (67)$$

onde, ω_{in}^n É a velocidade angular do referencial navegacional em relação ao referencial inercial expressa no referencial navegacional descrita em (34).

Expandindo o terceiro termo de (67), baseado na hipótese 2, que implica em (38), obtém-se uma nova expressão para o desvio da velocidade angular de transporte no eixo Z_n :

$$\delta\dot{\rho}_z = -\Omega_n s \alpha \delta\theta_x - \Omega_n c \alpha \delta\theta_y - \omega_y \delta\phi_x + \omega_x \delta\phi_y - \varepsilon_z \quad (68)$$

em que:

$$\omega_x = \omega_{ie x}^g + \omega_{en x}^n \quad (69)$$

$$\omega_y = \omega_{ie y}^g + \omega_{en y}^n \quad (70)$$

7. Modelo dinâmico dos erros do alinhamento grosseiro para erros grandes de azimuth

O processo de alinhamento grosseiro em movimento (**figura 2**) emprega o modelo dinâmico de erros que opera os erros grandes de azimuth descrito pelo sistema de equações diferenciais no espaço de estados, definido pelas dinâmicas expressas em (31), (65), (25) e (67), usando (66), e mais as dinâmicas dos *biases* dos sensores inerciais descritas a seguir pelas equações (71) e (72). As variáveis de estados do modelo dinâmico de erros descrevem os erros do alinhamento grosseiro, representados pelos desvios da posição angular, o erro da altitude, os erros de velocidade, os desvios angulares de atitude, os erros das funções trigonométricas, e os modelos dinâmicos dos *biases* dos acelerômetros e giroscópios, descritos como:

$$\delta\dot{B}a = 0 \quad (71)$$

$$\delta\dot{B}g = 0 \quad (72)$$

Diferentemente de [1], neste trabalho, os desvios angulares de atitude no eixo Z é considerado um dos estados do modelo de erros, embora tenha sido assumido $\phi_z = 0$.

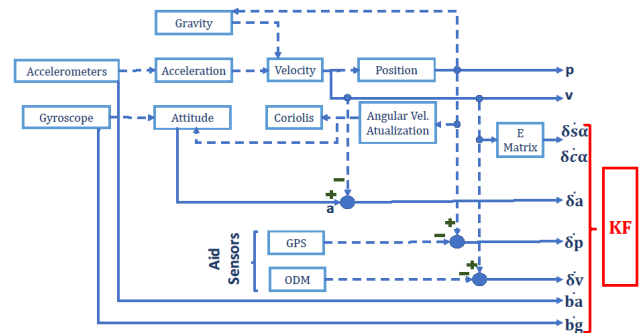


Fig. 2 – Diagrama de blocos do alinhamento grosseiro em movimento.

O vetor de estados do modelo dinâmico dos erros do alinhamento grosseiro é definido como:

$$x_G = [\delta\theta_x \ \delta\theta_y \ \delta h \ \delta v_x \ \delta v_y \ \delta v_z \ \phi_x \ \phi_y \ \phi_z \ \delta s\alpha \ \delta c\alpha \ \delta Ba_x \ \delta Ba_y \ \delta Ba_z \ \delta Bg_x \ \delta Bg_y \ \delta Bg_z]^T \quad (73)$$

e o modelo dinâmico como:

$$\dot{x}_G = F_G x_G + w_G \quad (74)$$

em que, F_G é a matriz de transição de estados mostrada na **figura 3** e w_G é o vetor de ruídos brancos dos sensores inerciais, definido como:

$$w_G = \begin{bmatrix} 0_{1 \times 3} & (-v_y \varepsilon_z + \delta f_x) & (v_x \varepsilon_z + \delta f_y) \\ \delta f_z & \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z & 0_{1 \times 8} \end{bmatrix}^T \quad (75)$$

A matriz de transição de estados do modelo dinâmico dos erros (**figura 3**) é introduzida na estrutura do FK do alinhamento grosseiro para estimar os erros de posição, velocidade, atitude, *biases* dos sensores inerciais e os erros das funções trigonométricas, os quais implementam a correção dos estados calculados pelas equações do alinhamento grosseiro na configuração *feedback*.

8. Modelo dos erros do alinhamento fino para erros pequenos de Azimute

O alinhamento grosseiro continua a operar até que a variância dos erros das funções trigonométricas

seja reduzida. Então, para o processo de alinhamento fino, o modelo dinâmico dos erros grandes de azimute é reformulado para a versão do modelo dinâmico de erros que opera erros pequenos de Azimute, onde o erro do *wander angle*, $\delta\alpha$, é um estado do modelo dinâmico dos erros do alinhamento fino a ser estimado diretamente pelo FK.

O erro estimado do *wander angle* é relacionado ao erro das funções trigonométricas pelas expressões:

$$\delta s\alpha = c\alpha\delta\alpha \quad \delta c\alpha = -s\alpha\delta\alpha \quad (76)$$

A dinâmica do erro estimado do *wander angle*, $\delta\alpha$, é obtida a partir da expansão do elemento (1,1) da matriz dE/dt , dada em (61):

$$\begin{aligned} \delta\dot{\alpha} &= \delta s\alpha\rho_D + \delta\theta_y\rho_E - \rho_z\delta s\alpha - \rho_y\delta\theta_E - \delta\varphi_z s\alpha \\ &= \delta s\alpha(\rho_D - \rho_z) + \delta\theta_y\rho_E - \rho_y\delta\theta_E - \delta\varphi_z s\alpha \\ &= -\dot{\alpha}\delta s\alpha + \delta\theta_y\rho_E - \rho_y\delta\theta_E - \delta\varphi_z s\alpha \end{aligned} \quad (77)$$

em que, $\dot{\alpha} = \rho_z - \rho_D$.

Substituindo (74) em (76) e transformando os termos ρ_E e $\delta\theta_E$ do referencial navegacional geográfico para o referencial WA, obtém-se:

$$\delta\dot{\alpha} = -\dot{\alpha}\delta s\alpha + s\alpha(\omega_y\delta\theta_x - \omega_x\delta\theta_y - \omega_y\phi_x + \omega_x\phi_y - \varepsilon_z) \quad (78)$$

Derivando a segunda equação de (74), obtém-se:

$$\delta\dot{c}\alpha = -\dot{\alpha}\delta s\alpha - s\alpha\delta\alpha \quad (79)$$

Comparando (77) com (78), gera a derivada do erro de *wander angle* descrita pela equação diferencial:

$$-\delta\dot{\alpha} = -\omega_y\delta\theta_x + \omega_x\delta\theta_y + \omega_y\phi_x - \omega_x\phi_y + \varepsilon_z \quad (80)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta\theta_x \\ \delta\theta_y \\ \delta h \\ \delta v_x \\ \delta v_y \\ \delta v_z \\ \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_z \\ \delta s\alpha \\ \delta c\alpha \\ \delta B_{ax} \\ \delta B_{ay} \\ \delta B_{az} \\ \delta B_{gx} \\ \delta B_{gy} \\ \delta B_{gz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{v_x}{R^2} & 0 & \frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\rho_y & -\rho_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v_y}{R^2} & -\frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_x & -\rho_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(v_y\Omega_y + 2v_z\Omega_z) & v_x\Omega_x & -\frac{v_x v_y}{R^2} & \frac{v_y}{R} & 2\Omega_z & -(\rho + 2\Omega)_y & 0 & -f_z & f_y & 2v_z\omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_x\Omega_y & -(v_x\Omega_x + 2v_z\Omega_z) & -\frac{v_x v_y}{R^2} & -2\Omega_z & \frac{v_y}{R} & (\rho + 2\Omega)_x & f_z & 0 & -f_x & 2v_z\omega_y & 2v_z\omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2v_x\Omega_z & 2v_y\Omega_z & \frac{v_x v_z + v_y v_z}{R^2} & 2(\rho + \Omega)_y & -2(\rho + \Omega)_x & 0 & -f_y & f_x & 0 & -2v_x\omega_x & -2v_y\omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Omega_z & -\omega_y & 0 & \frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & \Omega_z & -\omega_y & 0 & \Omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Omega_z & 0 & \frac{v_x}{R^2} & -\frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & -\Omega_z & 0 & \omega_x & -\Omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_y & \omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_y & -\omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\theta_x \\ \delta\theta_y \\ \delta h \\ \delta v_x \\ \delta v_y \\ \delta v_z \\ \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_z \\ \delta s\alpha \\ \delta c\alpha \\ \delta B_{ax} \\ \delta B_{ay} \\ \delta B_{az} \\ \delta B_{gx} \\ \delta B_{gy} \\ \delta B_{gz} \end{bmatrix}$$

Fig. 3 – Matriz de transição de estados do modelo dinâmico de erros do alinhamento grosseiro.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta\theta_x \\ \delta\theta_y \\ \delta h \\ \delta v_x \\ \delta v_y \\ \delta v_z \\ \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_z \\ -(\delta\alpha) \\ \delta B_{ax} \\ \delta B_{ay} \\ \delta B_{az} \\ \delta B_{gx} \\ \delta B_{gy} \\ \delta B_{gz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{v_x}{R^2} & 0 & \frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\rho_y & -\rho_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v_y}{R^2} & -\frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_x & -\rho_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(v_y\Omega_y + 2v_z\Omega_z) & v_x\Omega_x & -\frac{v_x v_y}{R^2} & \frac{v_y}{R} & 2\Omega_z & -(\rho + 2\Omega)_y & 0 & -f_z & f_y & 2v_z\omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_x\Omega_y & -(v_x\Omega_x + 2v_z\Omega_z) & -\frac{v_x v_y}{R^2} & -2\Omega_z & \frac{v_y}{R} & (\rho + 2\Omega)_x & f_z & 0 & -f_x & 2v_z\omega_y & 2v_z\omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2v_x\Omega_z & 2v_y\Omega_z & \frac{v_x v_z + v_y v_z}{R^2} & 2(\rho + \Omega)_y & -2(\rho + \Omega)_x & 0 & -f_y & f_x & 0 & -2(v_x\omega_x + v_y\omega_y) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Omega_z & -\omega_y & 0 & \frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & \Omega_z & -\omega_y & 0 & \Omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Omega_z & 0 & \frac{v_x}{R^2} & -\frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & -\Omega_z & 0 & \omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_y & \omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_y & -\omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\theta_x \\ \delta\theta_y \\ \delta h \\ \delta v_x \\ \delta v_y \\ \delta v_z \\ \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_z \\ -(\delta\alpha) \\ \delta B_{ax} \\ \delta B_{ay} \\ \delta B_{az} \\ \delta B_{gx} \\ \delta B_{gy} \\ \delta B_{gz} \end{bmatrix}$$

Fig. 4 – Matriz de transição de estados do modelo dinâmico de erros do alinhamento fino.

O vetor de estados do modelo dinâmico dos erros do alinhamento fino é definido como:

$$\mathbf{x}_F = \begin{bmatrix} \delta\theta_x & \delta\theta_y & \delta h & \delta v_x & \delta v_y & \delta v_z & \phi_x & \phi_y & \phi_z & -(\delta\alpha) \\ \delta Ba_x & \delta Ba_y & \delta Ba_z & \delta Bg_x & \delta Bg_y & \delta Bg_z \end{bmatrix}^T \quad (81)$$

e o modelo dinâmico dos erros é descrito como:

$$\dot{\mathbf{x}}_F = \mathbf{F}_F \mathbf{x}_F + \mathbf{w}_F \quad (82)$$

onde \mathbf{F}_F é a matriz de transição de estados mostrado na **figura 4** e \mathbf{w}_F é o vetor de erros aleatórios dos sensores inerciais:

$$\mathbf{w}_F = \begin{bmatrix} 0_{1 \times 3} & (-v_y \varepsilon_z + \delta f_x) & (v_x \varepsilon_z + \delta f_y) & \delta f_z & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & \varepsilon_z & 0_{1 \times 7} \end{bmatrix}^T \quad (83)$$

9. Equações de medidas

Os modelos dinâmicos dos erros para o alinhamento grosseiro e fino são descritos pelos sistemas de equações diferenciais de estados dados em (74) e (82). Para completar a representação de estados das etapas do alinhamento, é necessário descrever as equações de observações ou medidas dos estados. As medidas dos erros das variáveis navegacionais são dependentes das medidas dos sensores de auxílio. Os sensores de auxílio considerados disponíveis, tanto para o alinhamento grosseiro quanto para o alinhamento fino, são o GPS para posição, odômetro ou GPS para as velocidades e o altímetro para a altitude (sensor de *heave*).

Com base nas hipóteses iii e iv, a medidas dos auxílios de velocidade e altitude e as medidas dos acelerômetros permitem observar, indiretamente, os ângulos de *roll* e *pitch*.

Para a observação do ângulo de *pitch*, a velocidade vertical calculada pelo filtro de mistura [1], expressa no referencial navegacional, para o alinhamento grosso e fino v_z^n , é igual à projeção da velocidade longitudinal do corpo, medida pelo sensor de auxílio, v_x^n , na direção vertical (D) do referencial navegacional. A relação é representada pelas expressões [3]:

$$v_x^b = v_z^n \sin(\theta) \quad (84)$$

$$\theta = \arcsen\left(\frac{v_x^b}{v_z^n}\right) \quad (85)$$

O ângulo calculado é usado como medida de auxílio para o erro de *pitch*, utilizado na observação dos estados de atitude do FK.

Para a observação do ângulo de *roll*, são assumidas as hipóteses iii e iv. A partir da equação de aceleração (7) reescrita de modo a explicitar os valores da força específica no referencial navegacional,

$$\mathbf{f}^n = \frac{d\mathbf{v}}{dt} + (2\Omega_{ie}^n + \Omega_{en}^n)\mathbf{v}^n - \mathbf{g}^n \quad (86)$$

em que, $\frac{d\mathbf{v}}{dt}$, v_y^b e v_z^b são nulos segundo a hipótese iv, e utilizando as medidas dos sensores auxílio de velocidade, a velocidade angular da Terra, a gravidade e o ângulo de *pitch* observado em (85), as componentes da aceleração calculada f^n , em (86), ficam em função apenas dos ângulos de *roll* e da latitude. Comparando as projeções das componentes da aceleração, expressas no referencial do corpo, $C_n^b f^n$, com as medidas dos acelerômetros f_y^b e f_z^b efetuadas no referencial do corpo, a tangente do ângulo de *roll* é observada. A relação é descrita pelas expressões [3]:

$$\tan\phi = \frac{(f_x^n \sin\theta + f_z^n \cos\theta) f_y^b - f_y^n f_z^b}{(f_x^n \sin\theta + f_z^n \cos\theta)^2 + f_y^{n2}} \quad (87)$$

$$\cos\phi = \frac{(f_x^n \sin\theta + f_z^n \cos\theta) f_z^b + f_y^n f_y^b}{(f_x^n \sin\theta + f_z^n \cos\theta)^2 + f_y^{n2}} \quad (88)$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{\tan\phi}{\cos\phi}\right) \quad (89)$$

em que, $f_v^n = 2\Omega v_x^b (\cos L \sin\theta - \sin L \cos\theta)$ e.

$$f_z^n = \frac{v_x^{b2}}{R} (\cos\theta)^2 - g.$$

A partir das observações indiretas de *roll* e *pitch*, é possível também observar indiretamente os *biases* repetibilidade dos acelerômetros e dos giros, δBa e δBg , respectivamente. Usando os ângulos de *roll* e *pitch* observados, suas derivadas e a observação

das velocidades, obtidas pelos sensores de auxílio de velocidade, os biases repetibilidade são calculados a partir da diferença da medida dos sensores inerciais e dos valores calculados das acelerações e velocidades angulares às quais os acelerômetros e giros estão submetidos.

Os estados observados para os modelos de erros do alinhamento grosseiro e fino são os mesmos, mas as dimensões das matrizes de observação diferem apenas pelos estados não observados dos erros do *wander angle*. Desta forma, as equações de medidas para ambos os modelos de erros são formuladas da seguinte forma:

$$z = H \cdot x = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \Lambda & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \Lambda & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & \Lambda & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \Lambda & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \Lambda & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\theta_x \\ \delta\theta_y \\ \delta h \\ \delta v_x \\ \vdots \end{bmatrix} + v \quad (90)$$

em que H é a matriz de observação de estados (matriz de fator de escala) para os modelos de erros, sendo $\Lambda=0_{3 \times 2}$ para o alinhamento grosseiro e $\Lambda=0_{3 \times 1}$ para o alinhamento fino, e v é o vetor de ruídos dos sensores de auxílio de posição, velocidade e indireto de atitude [3]:

$$v = [v_{lat} \ v_{long} \ v_h \ v_{vx} \ v_{vy} \ v_{vz} \ v_{roll} \ v_{pitch}]^T \quad (91)$$

Os ruídos v_{roll} e v_{pitch} se referem aos ruídos dos acelerômetros e dos sensores de velocidade, como pode ser visto nas equações (85), (87) e (88).

10. Simulações

Nesta seção, são apresentados os resultados da simulação do alinhamento, grosso e fino, em movimento.

A simulação inicia com o alinhamento grosseiro, durante 3000 s, seguido pelo alinhamento fino por mais 4200 s, com tempo total de simulação de 7200 s. Nas figuras 5 a 14, é possível observar a ocorrência de uma descontinuidade nos instantes 3000 s, resultado da transição do algoritmo de alinhamento grosso para o fino.

As simulações dos algoritmos de alinhamento foram realizadas considerando como veículo um navio de guerra com trajetória pré-definida igual a uma linha

reta, de modo a facilitar o nivelamento e manter o *wander angle* variando a uma taxa constante. Isto leva a valores pequenos para os ângulos de atitude. Nesta simulação, os ângulos de *roll* e *pitch* foram definidos por movimentos senoidais, com amplitude máxima de 2° e frequência de 0,1 Hz, resultado de um estado de mar com ondas classificadas como “*swell*”, e o ângulo de *heading* igual a 0°. O navio se move com velocidade linear de 16 km/h (4,44 m/s) somente na direção longitudinal do corpo. Para a posição angular, as condições iniciais foram definidas como 23° de latitude, 43° de longitude e 35° de *wander Azimuth*, e quanto à altitude o valor mínimo igual à zero.

Os erros aleatórios dos sensores *inerciais*, *biases* e ruído branco foram definidos como:

a. Acelerômetros: *biases* repetibilidade $1 \times 10^{(-3)}$ g (acel. X e Y) e $1 \times 10^{(-4)}$ g (acel. Z) e desvios padrão de $0,25 \times 10^{(-3)}$ g (acel. X e Y) e $0,25 \times 10^{(-4)}$ g (acel. Z); ruído branco com média zero e desvio padrão de $1 \times 10^{(-3)}$ g (acel. X e Y) e $1 \times 10^{(-3)}$ g (acel. Z);

b. Giroscópios: *bias* repetibilidade 0,1 grau/h e desvio padrão de 0,025 grau/h; ruído branco com média zero e desvio padrão de 0,05 grau/h.

Os erros aleatórios dos sensores de auxílio de posição, velocidade e altitude foram definidos como ruído branco com média zero e a variância, σ , igual a:

a. Sensor de posição – GPS: desvio padrão Lat/Long: $\sigma = 0,0235$ graus (1,5") e altitude: $\sigma = 0,1$ m;

b. Sensor de velocidade – odômetros/GPS: $\sigma = 0,025$ m/s;

c. Sensor de *heave* (altitude máx. de 5 m): $\sigma = 0,0005$ m.

Cabe ressaltar, que a medida de altitude fornecida pelo GPS foi usada na observação do erro de altitude e a medida do sensor de *heave* no filtro de mistura.

Os erros apresentados nas figuras a seguir, são relacionados à diferença entre os valores reais e os estimados.

A **figura 5** apresenta o erro de altitude durante a simulação do alinhamento em movimento, de onde observa-se a eficácia, em estabilizar as medidas estimadas de altitude, do filtro de mistura integrado a um sensor de altitude. O erro de altitude ao fim da simulação é da ordem de $10^{(-3)}$ m.

Os erros presentes nos sensores inerciais, como biases repetibilidade (**figura 6 e 7**) se propagam para as equações de navegação produzindo erros nos parâmetros navegacionais, que crescem com o tempo. Assim, a estimação destas biases melhoram significativamente os resultados do sistema

inercial. A estimativa dos biases dos acelerômetros X e Y é de $1 \mu\text{g}$, com erro de $0,013 \mu\text{g}$ e $0,0009 \mu\text{g}$, respectivamente, e para o eixo Z estimativa de $100 \mu\text{g}$ com erro de $0,001 \mu\text{g}$.

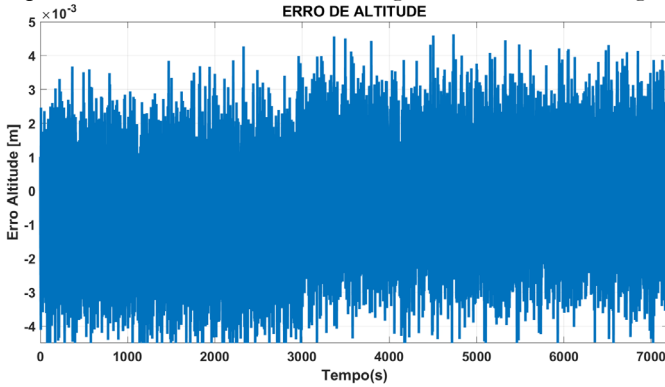


Fig. 5 – Erro da altitude durante a simulação.

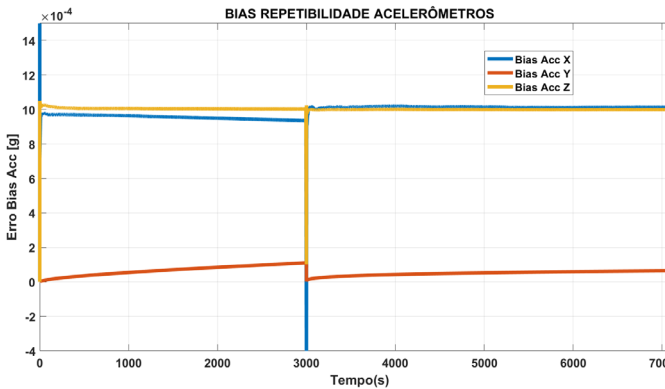


Fig. 6 – Estimativa da repetibilidade dos *biases* do Acelerômetro: Acc. X (azul), Acc. Y (laranja) e Acc. Z (amarelo) para toda simulação.

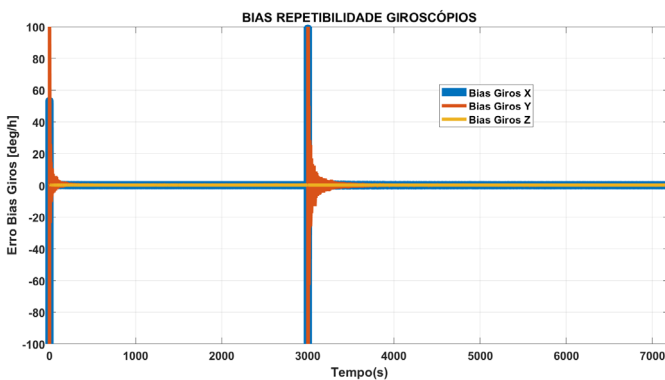


Fig. 7 – Estimativa da repetibilidade dos *biases* dos Giroscópios: Giros X (azul), Giros Y (laranja) e Giros Z (amarelo) para toda simulação.

A estimativa dos *biases* dos giroscópios X, Y e Z foi da ordem de $0,1 \text{ grau/h}$ com erros de $0,001$, $0,01004$ e 0 grau/h para os X, Y e Z, respectivamente.

Na **figura 8**, são apresentados os erros de latitude e longitude. No instante inicial do alinhamento os valores de latitude e longitude são conhecidos, fornecidos pelo GPS, consequentemente o erro inicial é zero. Entretanto, com o passar do tempo, os erros das posições angulares se propagam aumentando sem limite. Este comportamento é esperado em todo sistema inercial devido à impossibilidade de estimar perfeitamente os erros aleatórios presentes nos sensores inerciais, que geram erros de posição crescentes com o tempo. Durante o alinhamento fino, a estimação dos *biases* repetibilidade convergem para valores próximos aos reais, o que melhora a correção da medida dos sensores inerciais, diminuindo os erros dos ângulos de posição ao longo do tempo. Corrigindo os erros de latitude e longitude, obtidos das equações (22.1) e (22.2) em função dos desvios angulares de posição estimados, chega-se, ao fim da simulação, a uma acurácia para latitude da ordem de 10^{-5} graus e para longitude da ordem de 10^{-4} graus.

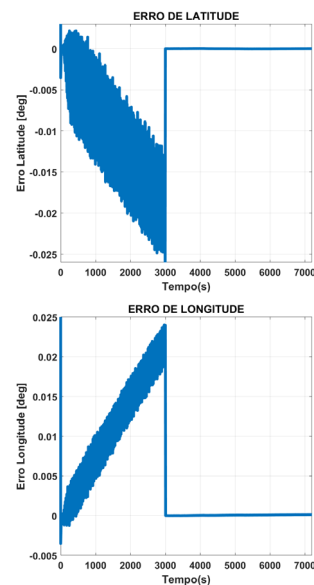


Fig. 8 – Erro de Latitude e Longitude durante a simulação.

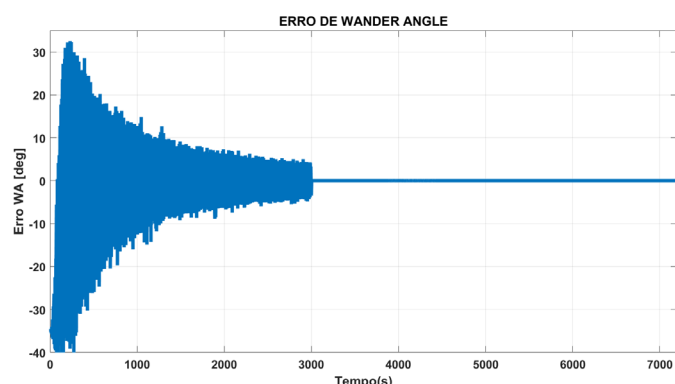


Fig. 9 – Erro do *wander angle* durante a simulação.

A **figura 9** apresenta o comportamento do erro de *wander angle* durante a simulação do alinhamento em movimento. Para inicializar a equação dinâmica de posição (3), a condição inicial do *wander angle* para os valores calculados e estimados é assumida como zero. No alinhamento grosseiro, os erros trigonométricos, $\delta\alpha$ e $\delta\alpha$, são estados estimados pelo FK cuja combinação linear fornece o erro estimado de *wander angle*, $\delta\alpha$. Corrigindo o *wander angle* com $\delta\alpha$, observa-se que após 3000 segundos o erro do ângulo α é de aproximadamente $|1.5|$ graus. Convertendo para o algoritmo fino, onde $\delta\alpha$ é um estado estimado diretamente, o erro do *wander angle*, no final do alinhamento em movimento é da ordem de 10^{-2} grau.

A **figura 10** mostra os erros das velocidades lineares no referencial navegacional *wander Azimuth* durante o alinhamento em movimento. A velocidade linear no eixo Y_n seria nula caso não houvesse erros. Da **figura 10**, observa-se que no final do alinhamento o erro na direção do eixo Y_n tem acurácia da ordem de 10^{-3} . O comportamento do erro mostra que o uso do filtro de mistura garante a convergência do valor da velocidade linear no eixo Z_n , v_z^n , para o valor correspondente à projeção vertical da velocidade linear longitudinal do navio, de 4,44 m/s alinhada com o eixo X_b , produzida pela oscilação do ângulo de pitch. Ao fim do alinhamento a acurácia da velocidade v_z^n é da ordem de 10^{-2} .

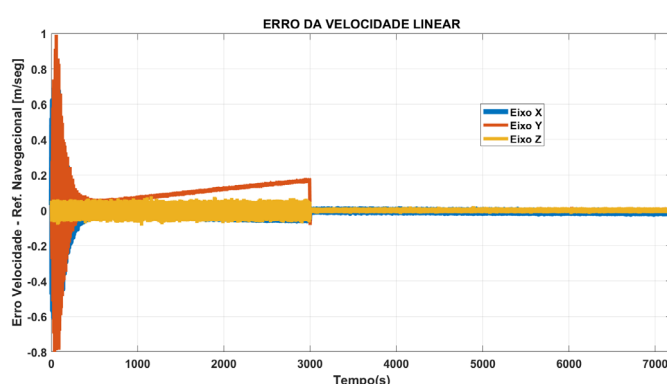


Fig. 10 – Erro da velocidade linear durante a simulação.

A velocidade no eixo X_n é a projeção horizontal da velocidade longitudinal (X_b) do navio. O gráfico da **figura 11** mostra que a acurácia do erro da velocidade na direção X_n , v_x^n , é 10^{-3} m/s, no fim do período de simulação.

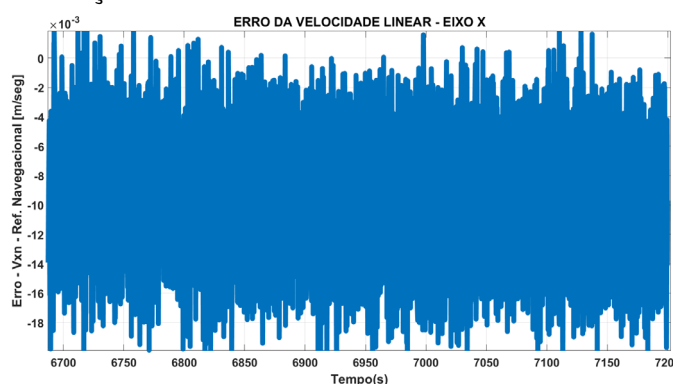


Fig. 11 – Erro no eixo X da velocidade linear ao fim da simulação.

As **figura 12, 13 e 14** mostram os valores dos erros dos ângulos de *roll*, *pitch* e *heading* para os alinhamentos grosso e fino. Os desvios angulares de atitude, estimados pelo FK, são usados para calcular os erros de *roll* e *pitch* conforme as equações (37), que corrigem a atitude calculada pelo sistema. Neste artigo, o desvio angular de azimuth é incluído como estado e é estimado. Ao fim do alinhamento, a acurácia dos ângulos de *roll* e *pitch* possuem erros menores que $|0,005|$ grau, enquanto o ângulo de *heading* possui acurácia menor que $|0,02|$ grau.

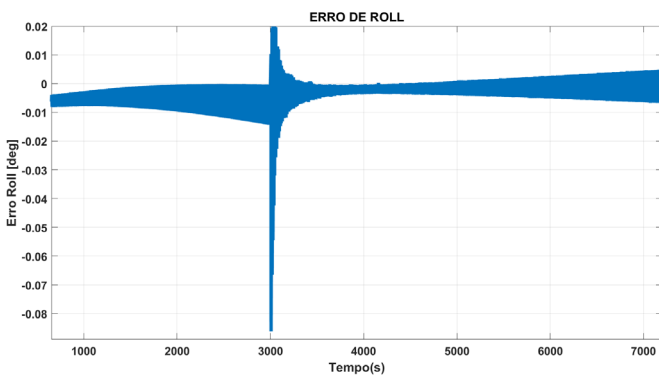


Fig. 12 – Erro do ângulo de *Roll* durante a simulação.

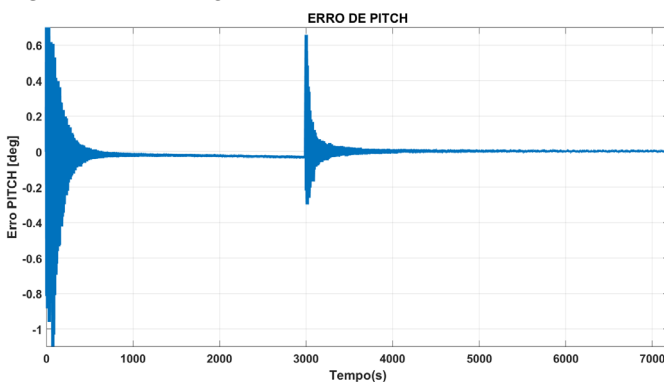


Fig. 13 – Erro do ângulo de *Pitch* durante a simulação.

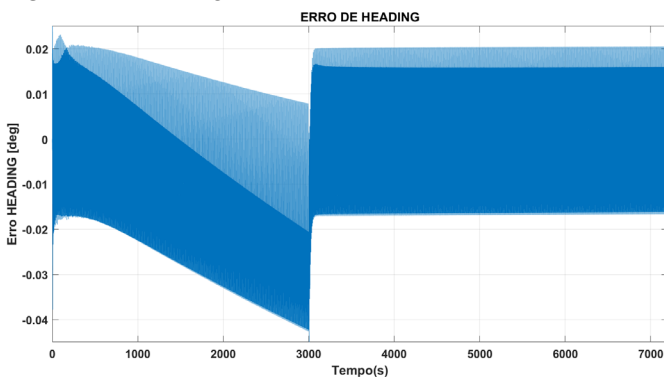


Fig. 14 – Erro do ângulo de *Heading* durante a simulação.

11. Conclusão

Neste trabalho, o algoritmo de alinhamento em movimento de um SNIS apresentado por [1] foi aprimorado. O aperfeiçoamento consistiu em introduzir as estimativas do desvio angular de *heading* e dos biases repetibilidade dos sensores inerciais na estrutura do

FK. Com base nas hipóteses iii e iv, uma estratégia para observar indiretamente os ângulos de *roll* e *pitch* foi implementada usando as medidas dos acelerômetros e do altímetro. Além disso, a partir dessas observações, das suas derivadas dos ângulos e das observações de velocidade, os biases repetibilidade dos sensores inerciais também puderam ser observados indiretamente. Como consequência, as medidas de atitude e dos biases são estimadas, nas simulações realizadas, com acurácia de $[0,005]$, $[0,005]$ e $[0,02]$ grau para os ângulos de *roll*, *pitch* e *heading*, respectivamente; e erros de 10^{-4} grau para os acelerômetros, e 10^{-2} grau para os giroscópios.

As medidas do altímetro são introduzidas também em um filtro de mistura integrado com a velocidade vertical estimada, para estabilizar a altitude calculada pelo sistema.

A estimativa dos *biases* repetibilidade implementam a compensação das medidas dos sensores inerciais, na configuração feedback, o que proporciona uma melhora significativa da precisão dos parâmetros de navegação durante o processo de alinhamento do SNIS.

O estudo aponta como possibilidade de trabalho futuro o desenvolvimento de um novo modelo para a dinâmica de erros de um algoritmo de alinhamento em movimento. Um tal modelo incluiria também as estimativas iniciais dos ângulos de *roll* e *pitch* na fase de inicialização e de alinhamento grosseiro do SNIS e consideraria como variáveis a serem estimadas, não somente os erros das funções trigonométricas do wander angle, associadas aos erros grandes de azimuth, como também os erros das funções trigonométricas dos ângulos de atitude, *roll* e *pitch*.

Agradecimento

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências

- [1] ROGERS, Robert M. Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems. AIAA Education Series. Second Edition. Blacksburg, Virginia. United States of America, 2003.
- [2] GONÇALVES, Ana Cristina Vieira. Algoritmo de Alinhamento em Movimento de um Sistema de Navegação Inercial do tipo Strapdown. Instituto Militar de Engenharia. Dissertação de mestrado. Rio de Janeiro. Brasil, 2017.
- [3] TITTERTON, D. H.; WESTON, J. L. Strapdown inertial navigation technology. The Institution of Electrical Engineers – IEE. Second Edition. United Kingdom, 2004.
- [4] SAVAGE, P.G. Strapdown Inertial Navigation Lectures Notes. Strapdown Associates, Inc. Minnesota. United States of America, 1985.
- [5] BRITTING, K. R.. Inertial Navigation Systems Analysis. Cambridge, Massachusetts, April 1971.
- [6] ALI, Jamshaid;; MUHAMMAD, Ushaq. A consistent and robust Kalman filter design for in-motion alignment of inertial navigation system. Measurement 42.4 (2009): 577-582.
- [7] HAO, Yanling; ZHILAN, Xiong; ZAIGANG Hu. Particle filter for INS in-motion alignment. 1ST IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications. IEEE, 2006.
- [8] QI, Nie; PENGFEI, Zhao. SINS in-motion alignment for initial attitude uncertainty. In: 2015 Fifth International Conference on Instrumentation and Measurement, Computer, Communication and Control (IMCCC). IEEE, 2015. p. 200-203.
- [9] BIMAL, Raj, K.; JOSHI, Ashok. In-motion alignment of inertial navigation system with doppler speed measurements. In: AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. 2015. p. 0096.
- [10] World Geodetic System. International Civil Aviation Organization, Second Edition. 1984